

Можно ли использовать уравнения движения в физике высоких энергий? *)

Формализм, который с таким успехом применялся в классической физике, возможно, приведет к плодотворной и красивой теории элементарных частиц.

Достижения физики высоких энергий стимулировали развитие нескольких новых математических подходов, предназначенных для вычислений и объяснения экспериментальных результатов. Многие из этих подходов слабо связаны с методами, используемыми в других областях физики, многие неполны или обладают теми или иными недостатками. Использовались они с переменным успехом. Методы, основанные на уравнениях движения, столь необходимые в физике низких энергий, были в основном отброшены как непригодные для этой новейшей области физики. И все же, если мы верим в единство физики, надо полагать, что одни и те же основные идеи одинаково применимы во всех ее областях. Почему же нам тогда не следует пользоваться уравнениями движения в физике высоких энергий так, как мы пользуемся ими в физике низких энергий? Я считаю, что следует. У теории, обладающей математической красотой, больше шансов быть правильной, чем у уродливой теории, подогнанной под некоторые экспериментальные данные.

Уточним прежде всего понятие уравнений движения. Для описания физического состояния в определенный момент времени нужно ввести набор некоторых чисто математических величин A . Тогда уравнения движения имеют вид

$$dA/dt = \text{функция от } A. \quad (1)$$

Интегрируя эти уравнения, можно выразить величины A в последующий момент времени через начальный набор значений A .

Детерминизм, который содержат уравнения движения, в атомном мире, вообще говоря, не справедлив. Однако существует квантовая механика, основанная на уравнениях движения, справедливых для низких энергий, в которой детерминизм существует в промежутках между наблюдениями и нарушается только при наблюдениях. Вопрос состоит в том, существует ли аналогичная теория, основанная на уравнениях движения, которая справедлива также для физики высоких энергий.

До сих пор использование уравнений движения не приводило к существенному прогрессу в физике высоких энергий, за исключением ограниченной области электродинамики. Трудности, с которыми приходится сталкиваться при введении уравнений движения в

*) Can Equations of Motion be Used in High-Energy Physics? // Physics Today.— April 1970.— P. 29—31.

теорию, которая должна быть релятивистской, настолько серьезны, что многие теоретики склонились к тому, чтобы оставить эти попытки строить теорию, независимую от уравнений движения.

Теория S-матрицы. Некоторые физики отмечают, и вполне обоснованно, что величины, входящие в уравнения движения, т. е. динамические переменные, отнесенные к фиксированному моменту времени, не связаны непосредственно с экспериментальными результатами. Они полагают, что теория должна непременно выражаться через величины, наблюдаемые непосредственно. Это довольно сильный аргумент. Именно он привел в 1925 году Вернера Гейзенберга к построению матричной механики, которая развилась в современную квантовую механику.

В физике высоких энергий мы сталкиваемся с вычислением вероятностей испускания, поглощения и рассеяния частиц. Если исходить из тех же общих принципов, которые так хорошо работают в физике низких энергий, то эти вероятности определяются как квадраты модуля некоторых чисел, называемых амплитудами вероятности. Амплитуды вероятности, собранные вместе, образуют S-матрицу. Таким образом, в S-матрице содержится вся информация, необходимая для физики высоких энергий.

Если бы у нас были уравнения движения, то, проинтегрировав их, мы получили бы S-матрицу. Не исключено, однако, что S-матрицу можно построить независимо от существования уравнений движения. Вера в это, принеся немалый успех, сформировала целое направление в физике, отрицающее уравнения движения. Некоторые свойства S-матрицы известны из общих физических принципов, довольно большая информация о ней может быть также получена из экспериментальных данных. Люди, работающие в этом направлении, надеются, что в конце концов удастся получить информацию, достаточную для полного определения S-матрицы.

Несмотря на успех теории S-матрицы, я верю, что физика высоких энергий должна быть основана на уравнениях движения, потому что они очень необходимы для понимания явлений, происходящих при низких энергиях. Физика высоких энергий составляет лишь небольшую долю физики в целом. В большинстве областей, таких, как физика твердого тела, спектроскопия атомов и молекул, химическая физика, теория основывается на уравнениях движения и дает вполне удовлетворительные результаты. Мы верим в единство физики. Уравнения движения, столь плодотворные в большей части физических дисциплин, нельзя просто отбросить в одной области физики. Хотя эти уравнения, может быть, и нуждаются в модификации, во введении различных типов переменных, следует ожидать, что основная структура уравнения (1) должна быть сохранена. В результате получатся дифференциальные уравнения для развития во времени, и, проинтегрировав их, можно получить результаты, пригодные для сравнения с опытом.

Лоренц-инвариантность. Теория, основанная на уравнениях движения, в которой время входит не так, как пространственные координаты, не обладает явной лоренц-инвариантностью. Это вовсе

не значит, что такая теория неверна. Мы требуем, чтобы результаты теории были лоренц-инвариантны, и мы должны доказать, что теория приводит к инвариантным результатам, прежде чем принять ее в качестве правильного исходного пункта. Такое доказательство может стать довольно сложным, но это не имеет значения.

Более того, вполне вероятно, что требование релятивистской инвариантности применимо только к полной теории, учитывающей все физические частицы и все взаимодействия между ними. Неполная теория, ограниченная лишь частицами определенного типа, не обязана обладать релятивистской инвариантностью. Все современные теории являются неполными. Вполне вероятно, что мы еще не знаем всех существующих элементарных частиц. Может быть, и не следует требовать релятивистской инвариантности от современных теорий.

Если считать, что уравнения движения приложимы к физике высоких энергий, то естественно взять уравнения, хорошо работающие в области низких энергий, и попытаться развить и обобщить их, чтобы сделать пригодными для описания процессов, происходящих при все более и более высоких энергиях. Не обязательно при этом требовать точной лоренц-инвариантности. Надо требовать приближенной инвариантности в низкоэнергетических приложениях и стремиться к постепенному увеличению ее точности.

Этот подход существенно отличается от принятого в теории S-матрицы. Там лоренц-инвариантность существует с самого начала и сохраняется на всех этапах развития теории.

Квантовая электродинамика. Физика низких энергий определяется квантовой электродинамикой, которая описывает заряженные частицы, взаимодействующие с электромагнитным полем. Можно ожидать, что она применима ко всем физическим процессам, происходящим при энергиях до нескольких сотен мегаэлектрон-вольт, пока еще невозможно рождение других частиц. Поэтому прежде всего надо привести к удовлетворительному виду уравнения квантовой электродинамики. При этом возникает ряд проблем.

Теория Максвелла вместе с релятивистской теорией электрона приводит к определенным уравнениям движения. Эти уравнения можно решать методом теории возмущений, считая малым взаимодействие между электронами и полем. Решения выражаются через степенные ряды по константе связи, $e^2/\hbar c$, которая является малым числом. Однако вскоре возникают расходящиеся интегралы.

Уиллис Лэмб, Ханс Бете и другие предложили определенные правила для устранения бесконечностей из уравнений, такие, чтобы остаток был конечен. Их результаты объяснили некоторые физические эффекты (лэмбовский сдвиг и аномальный магнитный момент электрона) с высокой точностью. Обычная квантовая электродинамика, полученная этой процедурой, удовлетворила многих физиков. Я вообще не нахожу ее удовлетворительной.

Если мы хотим построить теорию по уравнениям движения, то надо пользоваться ими в соответствии со стандартными математическими законами, пренебрегая лишь теми величинами, которые ма-

лы, а не бесконечно велики. Что же получится, если мы попытаемся действовать методами стандартной математики?

Из-за присутствия бесконечностей в квантовой электродинамике уравнения движения не имеют решений, и их надо изменить. Бесконечности возникают от процессов при высоких энергиях, когда теория заведомо неприменима, поскольку она не учитывает других частиц, которые могут быть существенны в этой области. Так как мы не обладаем достаточной информацией об этих других частицах, чтобы ввести их в уравнения движения, мы вынуждены вообще исключить из рассмотрения процессы при высоких энергиях, чтобы иметь возможность получить какой-то результат. Бесконечности устраняются, но нарушается лоренц-инвариантность. Этот недостаток — меньшее зло, чем отказ от стандартной математики.

Формулировка метода. Динамические переменные, применяемые в этой работе, — это операторы рождения и уничтожения электронов и фотонов в различных состояниях. Пусть η_n — оператор рождения, причем n обозначает стационарное состояние для некоторых изолированных частиц. Тогда операторы уничтожения имеют вид η_n^* . Запишем гамильтониан H в виде $H = E + V$, где E — собственная энергия всех частиц. Она выражается суммой

$$E = \sum \omega_n \eta_n \eta_n^*,$$

где ω_n — энергия данной частицы в состоянии n . Второй член V — энергия взаимодействия, которая может быть записана в виде ряда по η и η^* . Процедура, основанная на теории возмущений, подразумевает, что энергия V мала.

Существует такое состояние $|0\rangle$, в котором нет ни одной частицы. Оно удовлетворяет условию

$$\eta_n^* |0\rangle = 0$$

при всех n . Любое состояние $|P\rangle$ записывается в виде

$$|P\rangle = \psi(\eta) |0\rangle, \quad (2)$$

где $\psi(\eta)$ — степенной ряд по операторам рождения η . Если состояние $|P\rangle$ нормировано, то квадраты модулей коэффициентов в $\psi(\eta)$ дают вероятности того, что в данном состоянии присутствуют данные частицы в определенном количестве.

В картине Шрёдингера эволюция состояния $|P\rangle$ описывается уравнением

$$i\hbar d|P\rangle/dt = H|P\rangle.$$

Это уравнение определяет, как $|P\rangle$ изменяется со временем. Если мы запишем $|P\rangle = \psi(\eta, t)|0\rangle$, то можно вычислить, как меняются со временем вероятности.

Предположим, что при $t=0$ состояние $|P\rangle$ было «пустым», т. е. не содержало ни одной частицы:

$$|P\rangle_{t=0} = |0\rangle.$$

Тогда получим

$$i\hbar (d|P\rangle/dt)_{t=0} = H|0\rangle = V|0\rangle.$$

Это выражение не равно нулю. Таким образом, коль скоро V содержит операторы рождения и уничтожения, мы приходим к выводу, что частицы должны рождаться. С течением времени $|P\rangle$ уже не будет состоянием, не содержащим частиц, с которого мы начали. Следовательно, не содержащее частиц состояние — нестационарно.

Вакуумное состояние. Обычно вакуумное состояние $|v\rangle$ определяется как стационарное состояние с низшей энергией. Оно удовлетворяет уравнению

$$i\hbar d|v\rangle/dt = \lambda|v\rangle,$$

где λ — вещественное число, принимающее минимальное значение. Это определение разумно при условии, что все отклонения от вакуумного состояния увеличивают его энергию. Вакуумное состояние действительно обладает этим свойством во всех известных областях физики, кроме гравитации, которая не играет роли в атомной физике.

Таким образом, мы приходим к выводу о том, что вакуумное состояние — это нечто совершенно отличное от состояния, не содержащего частиц. Согласно уравнению (2), эти два состояния связаны формулой

$$|v\rangle = \psi_0(\eta)|0\rangle,$$

где ψ_0 меняется со временем по закону $\exp(-i\lambda t/\hbar)$.

Если мы возьмем H с соответствующим обрезанием, чтобы исключить бесконечности, то можно найти ψ_0 и вычислить вероятности обнаружения в вакуумном состоянии определенного числа частиц. Это вычисление было бы весьма трудным, потому что нельзя пользоваться теорией возмущений, так как члены более высокого порядка более существенны, чем члены более низкого порядка. Хотя такое вычисление должно быть возможно в принципе, от него было бы мало пользы, так как результат сильно зависит от обрезания. Пока мы не знаем, где и как вводить обрезание, существенны могут быть только те результаты, которые не чувствительны к нему.

Может быть, следовало бы попытаться построить теорию без ψ_0 , так как экспериментаторов интересует не сам вакуум, а только отклонения от него. Состояние, отличное от вакуумного, можно представить в виде $K|v\rangle$, где K — некоторый оператор. Уравнение Шрёдингера дает

$$i\hbar \frac{d}{dt} (K|v\rangle) = HK|v\rangle, \quad (3)$$

или

$$i\hbar \frac{dK}{dt} |v\rangle = HK|v\rangle - i\hbar K \frac{d}{dt} |v\rangle = (HK - KH)|v\rangle.$$

Это уравнение выполняется при условии, что оператор K выбран в согласии с гейзенберговым уравнением движения

$$i\hbar dK/dt = HK - KH. \quad (4)$$

Если удастся найти решения этого уравнения, то мы сможем решить уравнение Шрёдингера (3), даже не зная вакуумного состояния $|v\rangle$.

Интерпретация решения. Предположим, что у нас есть решение уравнения Гейзенберга (4); как мы им воспользуемся? Нужна какая-то физическая интерпретация. Согласно обычной интерпретации квантовой механики, надо представить состояние $K|v\rangle$ в виде формулы (2):

$$K|v\rangle = \psi_1(\eta)|0\rangle$$

и вычислить ψ_1 в произвольный момент времени. Тогда по волновой функции ψ_1 можно вычислить вероятности обнаружить в данном состоянии различные частицы. Используя волновую функцию ψ_0 , можно сравнить полученные вероятности с аналогичными для вакуумного состояния и выяснить, какие дополнительные частицы присутствуют в состоянии $K|v\rangle$ или каких не хватает по сравнению с вакуумом. Однако такой метод интерпретации решения требует знания функции ψ_0 и потому не может быть использован в рассматриваемом случае.

Можно предложить другой способ интерпретации. Построим состояние $K|0\rangle$, представив его в виде

$$K|0\rangle = \psi_2(\eta)|0\rangle,$$

и вычислим ψ_2 в произвольный момент времени. Если состояние нормировано, то функция ψ_2 определяет распределение вероятности для частиц. Нет необходимости знать ψ_0 , нужно лишь знать нормирующий множитель для каждого распределения вероятности.

Хотя этот способ физической интерпретации и не согласуется с общепринятыми законами квантовой механики, он все же представляется разумным в качестве временной процедуры, которой можно воспользоваться немедленно. В сущности, таким образом мы сглаживаем сложные эффекты вакуумных флуктуаций.

Предлагаемым методом можно вычислить лэмбовский сдвиг и аномальный магнитный момент. При этом оператор K соответствует рождению электрона в статическом электрическом или магнитном поле в определенный момент времени. Решение уравнения (4) не чувствительно к обрезанию в этом случае. Проводя все вычисления последовательно, мы отойдем от общепринятых принципов только в том, что будем применять новый способ физической интерпретации.

Взяв в качестве K оператор рождения фотона в определенный момент времени, можно попытаться провести аналогичное вычисление. В этом случае решение уравнения (4) существенно зависело бы от обрезания. Оно соответствовало бы фотону с большой массой покоя, стремящейся к бесконечности при устранении обрезания. Этот существенный недостаток теории должен быть исправлен изменением гамильтониана. Прежде чем распространить теорию на высокие энергии, надо включить в нее все остальные частицы и взаимодействия.