Физическая интерпретация квантовой электродинамики *)

Статья представлена 26 апреля 1968 года на пленарном заседании Папской Академии наук

Введение. В квантовой электродинамике мы имеем дело с электронами и позитронами, взаимодействующими с электромагнитным полем. Когда к этой динамической системе применяется квантовая механика, из-за бесконечного числа степеней свободы возникают трудности, связанные с расходимостями. Для величин, которые должны быть конечными, получаются расходящиеся интегралы, и непосредственное применение обычных правил квантовой механики становится невозможным.

В течение долгого времени эти трудности препятствовали дальнейшему продвижению. Лэмб и другие открыли, что можно установить определенные правила для устранения бесконечностей из уравнений, причем остающееся конечное выражение будет соответствовать физическим эффектам. Таким образом удалось вычислить сдвиг спектральных линий водорода, так называемый лэмбовский сдвиг, и поправку к магнитному моменту электрона — аномальный магнитный момент. Оказалось, что полученные результаты блестяще согласуются с экспериментом.

Разумеется, процедура вычислений с пренебрежением бесконечностями совершенно неприемлема с математической точки зрения. Пренебрегать можно только малыми величинами. Однако из-за очень хорошего согласия с опытом появляется подозрение, что в такой процедуре есть что-то от истины. Возникла задача так модифицировать процедуру вычислений, чтобы сделать ее логичной, сохранив в то же время полученные хорошие результаты.

Может показаться, что теория развивается по странному пути: сначала формулируются некоторые непоследовательные правила, дающие правильные ответы, а затем эти правила включаются в более логичную схему. Однако и развитие обычной квантовой механики происходило примерно таким же образом. Первоначальные уравнения Гейзенберга и Шрёдингера в свое время казались непоследовательными, но обнаружилось, что их можно с успехом использовать в задачах. Лишь постепенно были выработаны общие методы и найдена общая интерпретация этих уравнений. Может быть, это вообще наиболее практичный путь к математическому объяснению основных законов Природы: сначала добиться успеха, а затем, отталкиваясь от них, двигаться к более полному пониманию.

Возникновение бесконечностей. Легко построить гамильтониан квантовой электродинамики, выбирая его так, чтобы получить нуж-

*) The Physical Interpretation of Quantum Electrodynamics // Pontificia Academia Scientiarym, Commentarii.— 1968.— V. 11, № 13. P. 1—12.

ные полевые уравнения. Он имеет вид $H = H_0 + H_Q$, где H_0 — сумма энергий свободных электронов и позитронов и свободного электромагнитного поля, а H_Q — энергия взаимодействия. Эта энергия имеет вид

$$H_Q = -e \int A^\mu \overline{\Psi} \alpha_\mu \Psi \, d^3x. \qquad (1)$$

Здесь, в соответствии с теорией вторичного квантования, полевые величины A, Ψ, $\overline{\Psi}$ выражаются через операторы рождения и уничтожения частиц. Пусть символы C и D обозначают соответственно операторы рождения и уничтожения. Поле Ψ содержит уничтожение электронов и рождение позитронов:

$$\Psi = \sum D_{\rm el} + \sum C_{\rm pos},$$

а $\overline{\Psi}$ — рождение электронов и уничтожение позитронов:

$$\overline{\Psi} = \sum C_{\rm el} + \sum D_{\rm pos}.$$

Поперечная часть поля A выражается через операторы рождения и уничтожения фотонов:

$$A_{\rm tr} = \sum C_{\rm ph} + \sum D_{\rm ph}.$$

Можно ввести состояние, не содержащее частиц, и представить его кет-вектором $|0\rangle$, такое состояние удовлетворяет условиям

$$D_{\rm el}\,|0\rangle = 0, \quad D_{\rm pos}\,|0\rangle = 0, \quad D_{\rm ph}\,|0\rangle = 0. \qquad (2)$$

Чтобы быть физически допустимым состоянием, оно должно удовлетворять также дополнительным условиям,

$$(\partial A_\mu / \partial x_\mu)\,|0\rangle = 0. \qquad (3)$$

Эти условия относятся к продольной части поля A. Условия (2) и (3) вместе достаточны для определения этого состояния.

Рассмотрим результат применения оператора H_Q к состоянию $|0\rangle$, т. е. $H_Q|0\rangle$. Из формулы (1) видно, что H_Q является суммой членов, каждый из которых есть произведение трех множителей типа C или D. Если среди этих множителей есть хоть один типа D, то этот член обращает состояние $|0\rangle$ в нуль. Однако если все три множителя будут типа C, то мы получим неисчезающий член $C_{\rm el} C_{\rm pos} C_{\rm ph}|0\rangle$, соответствующий состоянию, в котором одновременно рождаются электрон, позитрон и фотон.

В результате таких процессов состояние без частиц перестает быть состоянием без частиц, значит, оно нестационарно и, следовательно, не является вакуумным состоянием. Нам приходится отказаться от обычной картины вакуума как состояния, не содержащего частиц.

Теорию, описывающую переходы в квантовой механике, можно применить, чтобы вычислить скорость процесса одновременного рождения электрона, позитрона и фотона. Результат получится бесконечно большим. Таким образом, уравнение Шрёдингера с начальным состоянием $|0\rangle$ не имеет решения. Теория здесь терпит крах.

С физической точки зрения это не должно нас удивлять. Бесконечность обусловлена процессами при высокой энергии. Между тем в области высоких энергий квантовая электродинамика не замкнута. Здесь в игру вступают другие частицы, и в соответствии с этим оператор H_Q следовало бы модифицировать для высоких энергий. У нас еще нет достаточной информации об этих других частицах, чтобы решить, как надо модифицировать H_Q, но причину неудачи современной теории следует искать именно в этом.

Нам надо удовлетвориться попыткой построить квантовую электродинамику, которая была бы применима к области низких энергий. Так как неизвестно, как следует модифицировать H_Q для высоких энергий, лучшее, что мы можем сделать, это обрезать в этом операторе члены, соответствующие высоким энергиям.

Обрезания. Идея обрезания в математике носит весьма общий характер. Если надо просуммировать ряд, который не обладает абсолютной сходимостью, то мы можем получать различные результаты, суммируя его различными способами. Различные способы суммирования отвечают разным типам обрезания. Обрезание — это просто прием, позволяющий заменить бесконечный ряд конечной суммой, и прием такого рода всегда необходим, если нет абсолютной сходимости. Вместо сумм можно работать с интегралами, и тогда будут применимы те же соображения.

В этих математических примерах мы выбираем метод обрезания, а затем отодвигаем верхнюю границу все дальше и дальше, чтобы найти предел суммы или интеграла на бесконечности. В физической теории мы также могли бы отодвигать верхнюю границу все дальше и дальше, чтобы получить предел. Но бывает и так, что верхняя граница не может быть большой, если мы хотим сохранить ее физический смысл. Это означало бы, что теория носит временный характер, и обрезание нужно из-за того, что нам неизвестны члены более высокого порядка. Такое ограниченное обрезание довольно некрасиво, однако может оказаться неизбежным, когда мы имеем дело с незамкнутой физической теорией.

В квантовой электродинамике мы не можем сделать верхний предел бесконечно большим, его следует положить равным какой-то определенной энергии, которую мы обозначим g. Это энергия, при которой становится существенным вклад других частиц; можно считать, что она порядка нескольких сотен мегаэлектрон-вольт. Такое обрезание нарушает релятивистскую инвариантность теории, но этот порок неизбежен на современном этапе развития физики.

Мы не знаем, на каком уровне следует выбирать параметр g и как следует вводить обрезание. При таких условиях можно придавать смысл только тем вычислениям, которые не чувствительны к обрезанию.

Вакуумное состояние. Если обрезание выбрано, то уравнение Шрёдингера с начальным состоянием $|0\rangle$ будет иметь решение. Однако такое решение будет весьма чувствительно к обрезанию, так что и этот путь бесполезен. Кет-вектор $|0\rangle$ не будет постоянным даже приближенно, следовательно, его нельзя рассматривать как приближение для вакуумного состояния.

Вакуум должен быть стационарным состоянием, поэтому его надо описывать кет-вектором $|V\rangle$, который удовлетворяет уравнению

$$(H_0+H_Q)|V\rangle=a|V\rangle,$$

где a — некоторое число. Вакуум — стационарное состояние с низшей энергией, поэтому он соответствует решению с минимальным возможным a. Можно предположить, что вакуум представляется в виде

$$|V\rangle=\Psi_0|0\rangle,$$

где Ψ_0 — некоторый степенной ряд по операторам рождения C. Вакуум содержит много частиц в связи с высокочастотными флуктуациями. Вероятность того, что в данном состоянии присутствует определенное число частиц, определяется квадратом модуля соответствующего коэффициента в Ψ_0, в соответствии со стандартной физической интерпретацией квантовой механики.

Для вычисления оператора Ψ_0 нельзя использовать теорию возмущений, так как энергия взаимодействия H_Q слишком велика. В настоящее время нет даже приближенного метода вычисления Ψ_0. Во всяком случае, такое вычисление не принесло бы особой пользы, так как результат сильно зависел бы от обрезания.

Мы не в состоянии вычислить вакуумное состояние, но с физической точки зрения это, к счастью, не нужно. В вакуумном состоянии нечего наблюдать, и физика интересуют прежде всего отклонения от него. Такие состояния будут обозначаться $K|V\rangle$.

Картина Гейзенберга. В квантовой электродинамике уравнение Шрёдингера бесполезно, так как его решения чувствительны к обрезанию. В рамках картины Гейзенберга можно вычислять величины, не чувствительные к обрезанию. При этом удается обойти трудности с флуктуациями вакуума.

В картине Гейзенберга каждое состояние описывается постоянным кет-вектором. В частности, кет-вектор вакуума $|V\rangle$ постоянен. Кет-вектор $K|V\rangle$ может описывать состояние, если оператор K не зависит от времени:

$$dK/dt=0, \quad \text{или} \quad i\hbar\,\partial K/\partial t+KH-HK=0, \qquad (4)$$

где K рассматривается как функция времени t и динамических переменных системы, взятых в момент t. Всякий оператор K, удовлетворяющий этому уравнению, определяет некоторое состояние. Два оператора, K_1 и K_2, для которых $K_1|V\rangle=K_2|V\rangle$, определяют одно и то же состояние, однако, так как кет-вектор $|V\rangle$ нам неизвестен, мы не можем учесть это обстоятельство и должны перечислить все возможные K, как если бы они определяли различные состояния. Таким образом, мы пришли к тому, что в квантовой электродинамике состояния задаются линейными операторами, в отличие от обычного подхода, когда состояния задаются кет-векторами.

Для решения уравнения (4) можно воспользоваться теорией возмущений, считая H_Q малым. Прежде всего перейдем к представлению взаимодействия, полагая

$$K^* = \exp(\mathrm{i}H_0 t/\hbar)\, K \exp(-\mathrm{i}H_0 t/\hbar),$$

что дает

$$\mathrm{i}\hbar\, \partial K^*/\partial t + K^* H_Q^* - H_Q^* K^* = 0. \tag{5}$$

Положим далее

$$K^* = K_0^* + K_1^* + K_2^* + \ldots,$$

где последовательные члены имеют различные порядки малости. В результате

$$\partial K_0^*/\partial t = 0, \tag{6}$$

$$\mathrm{i}\hbar\, \partial K_n^*/\partial t = H_Q^* K_{n-1}^* - K_{n-1}^* H_Q^*, \qquad n > 0. \tag{7}$$

Из уравнения (6) следует, что K_0 не имеет явной зависимости от t. При заданном выборе K_0 другие члены ряда определяются интегрированием уравнений (7).

В задачах о лэмбовском сдвиге и об аномальном магнитном моменте электрона нас интересует энергия отдельного электрона в статическом электрическом или магнитном поле. Поэтому K_0^* нужно взять в виде оператора рождения электрона в статическом поле. Затем последовательно вычисляются операторы K_1^* и K_2^*.

Нормальный порядок. При вычислении динамической переменной типа K, в которую входят некоммутирующие величины, результат имеет различный вид в зависимости от порядка входящих в каждый член некоммутирующих сомножителей. Для того чтобы получать определенные числовые коэффициенты и иметь возможность давать результату четкую физическую интерпретацию, необходимо установить некоторый стандартный способ упорядочивания множителей.

Пренебрежем динамическими переменными, связанными с продольными составляющими поля A, так как их присутствие только усложнит вывод, не меняя ничего по существу. Тогда нашими динамическими переменными будут операторы типа C и D. Как оказалось, для того чтобы получить правильные результаты для лэмбовского сдвига и аномального магнитного момента, мы должны в каждом члене так упорядочить операторы, чтобы все операторы C стояли левее всех D. Это называется *нормальным упорядочиванием*. Если в решении уравнений движения Гейзенберга принято нормальное упорядочивание, то детали вычислений близки к соответствующим вычислениям в картине Шрёдингера, если пренебречь бесконечностями, и эта аналогия приводит к тому, что оба подхода дают одни и те же результаты для лэмбовского сдвига и аномального магнитного момента электрона.

При нормальном упорядочивании один из членов в K_2^* представляет собой исходный оператор K_0^*, умноженный на некий коэффициент. Этот член соответствует изменению энергии рождаемого электрона, а коэффициент при нем непосредственно дает лэмбовский сдвиг или аномальный магнитный момент. Результат не зависит от обрезания, хотя обрезание, пусть и не слишком большое, все же требуется, чтобы не лишать смысла дальнейшие вычисления.

Эти вычисления в картине Гейзенберга целиком следуют из стандартной квантовой теории, за исключением одного предположения, а именно нормального упорядочивания. Это предположение существенно для получения результата, и надо попытаться понять его физический смысл.

Физическая интерпретация. В картине Гейзенберга кет-вектор $|0\rangle$ изменяется со временем, поэтому его следует записывать в виде $|0_t\rangle$. Он определяется уравнением $D_t|0_t\rangle=0$, где D_t — оператор уничтожения в представлении Гейзенберга, взятый в момент времени t.

Нормальное упорядочивание становится существенным для динамической переменной K, когда мы применяем оператор D_t к кет-вектору $|0_t\rangle$, потому что при этом единственные неисчезающие члены в кет-векторе $K|0_t\rangle$ порождаются членами в K, которые не содержат операторов уничтожения. Они будут иметь вид

$$K\,|\,0_t\rangle=\Psi_1(C)\,|\,0_t\rangle,$$

где Ψ_1 — некоторый ряд по операторам рождения.

Если следовать общепринятым принципам квантовой механики, то оператор K надо применять к кет-вектору $|V\rangle$, а не к $|0_t\rangle$, и в результате получится

$$K\,|\,V\rangle=K\Psi_0\,|\,0_t\rangle=\Psi_2\,(C)\,|\,0_t\rangle,$$

где Ψ_2 — некоторый новый степенной ряд по операторам рождения. При этом квадраты модулей коэффициентов в ряде Ψ_2 можно интерпретировать как вероятности существования различных частиц в момент времени t. Это частицы, существующие в вакууме, определяемом рядом Ψ_0, из которого убраны одни частицы и добавлены другие. Однако в этой интерпретации не используется нормальное упорядочивание в операторе K, и мы не можем никак его использовать, потому что не знаем Ψ_0.

Очевидно, приходится умножить K на $|0_t\rangle$. Кет-вектор $|0_t\rangle$ можно рассматривать как некую часть $|V\rangle$ за вычетом вакуумных флуктуаций. Можно сказать, что умножая K на $|0_t\rangle$, мы исключаем или сглаживаем вакуумные флуктуации, т. е. прибегаем к процедуре, которую должны использовать, если эти флуктуации нам неизвестны.

Теперь представляется естественным все время работать с кет-вектором $|0_t\rangle$ вместо $K|V\rangle$ и интерпретировать квадраты модулей коэффициентов в ряде Ψ_1 как вероятности существования различных частиц в момент t, в соответствии с обычными правилами, которые в стандартной интерпретации применяются к ряду Ψ_2. Таким образом, мы получаем общую физическую интерпретацию для квантовой электродинамики (а может быть, и для других квантовых теорий поля), которая несколько отлична от общепринятой.

Эту интерпретацию можно назвать *примитивной*, так как она упрощает формализм, убирая вакуумные флуктуации.

Здесь надо принять во внимание одну новую особенность. Нормировка кет-вектора $K|0_t\rangle$ не сохраняется во времени. При вычислении вероятностей эта нормировка должна каждый раз вычисляться отдельно.

Дальнейшее развитие. Если мы принимаем примитивную интерпретацию, то еще остаются некоторые трудности, связанные с дальнейшим развитием квантовой электродинамики. Можно применить теорию возмущений к решению уравнений движения Гейзенберга, в которых в качестве K_0^* принят оператор рождения фотона. Тогда оказывается, что в K_2^* после нормального упорядочивания содержится член, отвечающий массе покоя фотона. Более того, этот член велик, порядка g^2.

Разумеется, у фотона нет массы покоя. Поэтому необходимо модифицировать гамильтониан, введя туда контрчлен, чтобы избавиться от этой массы. Такой контрчлен будет иметь порядок g^2, так что его нельзя считать малым, и это нарушит всю принятую нами технику теории возмущений.

Мы встречаемся здесь с неразрешимой трудностью, которая, вероятно, в наибольшей степени побуждает придерживаться логического подхода к квантовой электродинамике. Так как эта проблема возникает уже при совсем малых энергиях, требуется, по-видимому, довольно фундаментальное изменение теории.