

Вопросы для повторения

1. В чем сходство и в чем различие между понятиями «теплота» и «работа»?
2. Чем отличается внутренняя энергия реального газа от внутренней энергии идеального газа?
3. Сформулируйте первое начало термодинамики и примените его к различным изопроцессам в газах.
4. Почему неравновесные процессы нельзя изображать в диаграммах состояния?
5. Какой процесс называют адиабатическим? Выведите уравнение Пуассона.

Примеры решения задач

Задача 10.1. В цилиндре с подвижным поршнем заключен азот ($\mu = 0,028$ кг/моль). Азоту дают возможность расширяться вначале адиабатически от объема $V_1 = 1$ л до объема $V_2 = 3$ л, затем изобарически от объема V_2 до объема $V_3 = 5$ л, потом изотермически от объема V_3 до объема $V_4 = 7$ л. Начальная температура газа $T_1 = 290$ К, начальное давление $p_1 = 6,58 \cdot 10^5$ Па. Определить совершенную газом в каждом из этих процессов работу, изменение его внутренней энергии и количество подведенной к газу теплоты. Найти конечное давление газа p_4 и температуру T_4 . Удельная теплоемкость азота $c_V = 740$ Дж/(кг · К), показатель адиабаты $\kappa = 1,4$.

Д а н о

Р е ш е н и е

$$\begin{aligned} V_1 &= 10^{-3} \text{ м}^3, \\ V_2 &= 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3, \\ V_3 &= 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3, \\ V_4 &= 7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3, \\ p_1 &= 6,58 \cdot 10^5 \text{ Па}, \\ T_1 &= 290 \text{ К}, \\ c_V &= 740 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}), \\ \kappa &= 1,4. \end{aligned}$$

1. Процесс адиабатического расширения. Работу A_{1-2} , совершаемую газом, найдем по формуле (10.21):

$$A_{1-2} = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\kappa} \right] \quad (\text{а})$$

Эта работа совершается за счет уменьшения внутренней энергии газа в рассматриваемом процессе:

$$\begin{aligned} A & - ? \quad \Delta U & - ? \quad Q & - ? \\ p_4 & - ? \quad T_4 & - ? \end{aligned}$$

$$\Delta U_{1-2} = -A_{1-2} = - \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\kappa} \right]. \quad (\text{б})$$

Теплота в адиабатическом процессе не подводится и не отводится, т. е.

$$Q_{1-2} = 0. \quad (\text{в})$$

Вычисления производим в Международной системе единиц (СИ):

$$\begin{aligned} A_{1-2} &= \frac{6,58 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}}{0,4} \cdot [1 - 3^{-0,4}] \text{ Дж} = 584 \text{ Дж}, \\ \Delta U_{1-2} &= -A_{1-2} = -584 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

2. Процесс изобарического расширения ($p_2 = p_3$). Давление p_2 и температуру T_2 можно выразить через начальные параметры p_1 , T_1 и объемы V_1 и V_2 ,

если воспользоваться формулами (10.17) и (10.18) для адиабатического процесса:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa,$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1},$$

$$p_2 = 6,58 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{1,4} \text{ Па} = 1,42 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

$$T_2 = 290 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{0,4} \text{ К} = 187 \text{ К}.$$

Работа A_{2-3} , совершаемая газом в рассматриваемом процессе, равна (см. 10.13)

$$A_{2-3} = p_2 (V_3 - V_2) = 1,42 \cdot 10^5 \cdot (5 - 3) \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 284 \text{ Дж}$$

Изменение внутренней энергии газа ΔU_{2-3} в соответствии с уравнением (10.9') равно

$$\Delta U_{2-3} = M c_V (T_3 - T_2),$$

где T_2 — температура газа в конце адиабатического расширения, T_3 — температура газа в конце изобарического расширения, а M — масса газа в цилиндре.

Массу M найдем из уравнения Менделеева — Клапейрона (9.9), записанного для начального состояния газа:

$$p_1 V_1 = \frac{M}{\mu} R T_1,$$

откуда

$$M = \frac{p_1 V_1 \mu}{R T_1};$$

$$\Delta U_{2-3} = \frac{p_1 V_1 \mu c_V}{R T_1} (T_3 - T_2).$$

В изобарическом процессе $\frac{T}{V} = \text{const}$, поэтому

$$T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_2} = 187 \cdot \frac{5}{3} \text{ К} = 312 \text{ К},$$

$$\Delta U_{2-3} = \frac{6,58 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 740}{8,31 \cdot 10^3 \cdot 290} \cdot 125 \text{ Дж} = 707 \text{ Дж}.$$

Количество теплоты Q_{2-3} , подведенной к газу в изобарическом процессе, можно найти по формулам (10.13'') и (10.16):

$$Q_{2-3} = M c_p (T_3 - T_2) = \kappa M c_V (T_3 - T_2) = \kappa \cdot \Delta U_{2-3},$$

$$Q_{2-3} = 1,4 \cdot 707 \text{ Дж} = 991 \text{ Дж}.$$

3. Процесс **изотермического** расширения. Изменение **внутренней энергии** ΔU_{3-4} равно нулю:

$$\Delta U_{3-4} = 0.$$

Работа A_{3-4} , совершаемая газом в этом процессе, равна:

$$A_{3-4} = p_3 V_3 \ln \frac{V_4}{V_3} = p_2 V_3 \ln \frac{V_4}{V_2}.$$

$$A_{3-4} = 1,42 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{7}{5} \text{ Дж} = 238 \text{ Дж}.$$

Теплота Q_{3-4} , подведенная к газу в этом процессе, может быть найдена по первому закону термодинамики:

$$Q_{3-4} = \Delta U_{3-4} + A_{3-4} = A_{3-4} = 238 \text{ Дж}.$$

Температура $T_4 = T_3 = 312 \text{ К}$.

Конечное давление p_4 по закону Бойля — Мариотта равно

$$p_4 = p_3 \frac{V_3}{V_4} = p_2 \frac{V_3}{V_4} = 1,42 \cdot 10^5 \cdot \frac{5}{7} \text{ Па} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$