жения большого числа частиц, входящих в состав замкнутой системы.

5. Совершенно ничем не оправдано распространение второго начала термодинамики, установленного для замкнутых земных систем на всю безграничную Вселенную. Такая экстраполяция привела некоторых физиков и философов-идеалистов к выводу о неизбежности выравнивания температур всех тел Вселенной и прекращения всяких иных форм движения, кроме хаотического теплового движения. Это состояние Р. Клаузиус назвал «тепловой смертью» Вселенной.

Философская несостоятельность вывода о неизбежности «тепловой смерти» Вселенной была вскрыта Ф. Энгельсом. В «Диалектике природы» Ф. Энгельс указывает: «Неуничтожаемость движения надо понимать не только в количественном, но и в качественном смысле» [1]. Согласно же выводу Клаузиуса «... энергия теряется, если не количественно, то качественно» [2], что с неизбежностью приводит к признанию «толчка извне», т. е. сотворения мира. Энгельс предостерегает от поверхностного опровержения гипотезы Клаузиуса путем ссылки на неисчерпаемость общей энергии Вселенной, так как оно не доказывает главного — вечности круговорота различных форм движения во Вселенной.

Теория Клаузиуса была подвергнута критике Л. Больцманом, а затем М. Смолуховским и другими физиками-материалистами, которые показали, что в связи с бесконечностью Вселенной в отдельных частях ее неизбежны флуктуации (см. § 12.6), нарушающие тепловое равновесие, причем величина и продолжительность таких флуктуаций может быть весьма велика. Можно доказать математическую порочность обобщения законов статистической физики, в том числе и второго закона термодинамики, на всю бесконечную Вселенную. Для такой системы все состояния равновероятны, а поэтому нет наиболее вероятного (равновесного) состояния, соответствующего «тепловой смерти».

§ 12.6. Флуктуации

1. Второй закон термодинамики неприменим к системам или их частям, состоящим из сравнительно небольшого числа частиц. Например, в достаточно сильно разреженных газах возможны значительные случайные отклонения от равномерного распределения молекул по объему. Вследствие этого плотность газа в том или ином месте может отличаться от средней плотности, соответствующей равновесному состоянию при заданных температуре и давлении. Равным образом могут происходить случайные отклонения температуры, давления и других физических величин от их средних значений. Все эти явления называют **флуктуациями** соответствующих величин (флуктуации плотности, температуры, давления и т. д.).

2. Остановимся кратко на вопросе о количественной оценке флуктуаций произвольной физической величины. Если M — истинное

[1] К. Маркс, Ф. Энгельс. Сочинения, т. 20, стр. 360.
[2] Там же, стр. 600.

значение этой величины, $\langle M \rangle$ — ее среднее значение, то разность $\Delta M = M - \langle M \rangle$, а также ее среднее значение $\langle \Delta M \rangle = \langle M - \langle M \rangle \rangle$, не могут служить количественной мерой флуктуаций величины M. Дело в том, что величина ΔM непостоянна во времени, а

$$\langle \Delta M \rangle = 0, \qquad (12.42)$$

так как отклонение величины M от $\langle M \rangle$ происходит одинаково часто как в сторону бо́льших ($M > \langle M \rangle$), так и в сторону меньших ($M < \langle M \rangle$) значений.

Количественной мерой флуктуаций может служить средняя величина квадрата разности ΔM, называемая **квадратичной флуктуацией:**

$$\langle (\Delta M)^2 \rangle = \langle (M - \langle M \rangle)^2 \rangle. \qquad (12.43)$$

Квадратичная флуктуация не может быть отрицательной: $\langle (\Delta M)^2 \rangle \geqslant 0$.

Пользуясь правилами алгебраических действий со средними величинами, можно доказать, что

$$\langle (\Delta M)^2 \rangle = \langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2, \qquad (12.43')$$

где $\langle M^2 \rangle$ — среднее значение квадрата величины M, а $\langle M \rangle^2$ — квадрат ее среднего значения.

Величину $\sqrt{\langle (\Delta M)^2 \rangle}$ называют **абсолютной флуктуацией.** Она, как и квадратичная флуктуация, характеризует отклонения M от $\langle M \rangle$: если $\sqrt{\langle (\Delta M)^2 \rangle}$ близок к нулю, то значительные отклонения M от $\langle M \rangle$ маловероятны, т. е. происходят крайне редко.

Для оценки относительной величины размаха колебаний M около значения $\langle M \rangle$ применяют **относительную флуктуацию** δ_M, равную отношению абсолютной флуктуации к $\langle M \rangle$:

$$\delta_M = \frac{\sqrt{\langle (\Delta M)^2 \rangle}}{\langle M \rangle}. \qquad (12.44)$$

3. Очевидно, что в химически однородном идеальном газе, находящемся в сосуде с неизменным объемом, относительные флуктуации для концентрации молекул, а также для плотности газа, его давления и температуры будут тем меньше, чем больше количество N молекул газа содержится в сосуде. Можно показать, что относительные флуктуации этих параметров состояния идеального газа обратно пропорциональны $\sqrt{N}$:

$$\frac{\sqrt{\langle (\Delta \rho)^2 \rangle}}{\langle \rho \rangle} \sim \frac{\sqrt{\langle (\Delta p)^2 \rangle}}{\langle p \rangle} \sim \frac{\sqrt{\langle (\Delta T)^2 \rangle}}{\langle T \rangle} \sim \frac{1}{\sqrt{N}} \qquad (12.45)$$

Например, если в сосуде содержится 1 кмоль газа ($N = 6{,}02 \cdot 10^{26}$), то относительные флуктуации плотности, давления и температуры имеют величины порядка $4 \cdot 10^{-14}$. Следовательно, вероятность сколь-либо заметных отклонений плотности, давления и температуры газа от их средних (равновесных) значений ничтожно мала. Иная картина наблюдается в случае сильно разреженного газа, т. е. когда N невелико.

В статистической физике доказана следующая важнейшая теорема теории флуктуаций: *если имеется система, состоящая из N независимых частей, то относительная флуктуация любой аддитивной*[1] *функции состояния системы обратно пропорциональна корню квадратному из N*:

$$\delta_{м} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}. \qquad (12\,45')$$

4. Флуктуации физических величин имеют большое значение для оценки предела чувствительности измерительных приборов Поясним это на конкретных примерах.

а) Предположим, что мы измеряем массу тела путем взвешивания на пружинных весах Флуктуации давления окружающего воздуха, тепловое движение частиц в пружине весов могут оказать влияние на показания весов В результате флуктуаций появится некоторое дополнительное растяжение пружины $\sqrt{\langle(\Delta x)^2\rangle}$, равное абсолютной флуктуации ее длины Растяжение пружины телом с массой m вызывает удлинение пружины на величину x, определяемую из условия $mg = \kappa x$:

$$x = \frac{mg}{\kappa},$$

где κ — коэффициент упругости пружины.

Очевидно, что возможность измерения массы ограничена условием:

$$x \geqslant \sqrt{\langle(\Delta x)^2\rangle}.$$

Приближенную оценку флуктуационного растяжения пружины можно произвести следующим образом При изменении длины пружины на Δx ее потенциальная энергия $W_п$ изменяется, согласно формуле (3 10), на величину

$$\Delta W_п = \frac{\kappa}{2}(x + \Delta x)^2 - \frac{\kappa}{2}x^2 = \kappa x \cdot \Delta x + \frac{\kappa}{2}(\Delta x)^2.$$

Среднее значение $\Delta W_п$

$$\langle \Delta W_п \rangle = \kappa x \langle \Delta x \rangle + \frac{\kappa}{2}\langle(\Delta x)^2\rangle = \frac{\kappa}{2}\langle(\Delta x)^2\rangle,$$

[1] Функцию состояния системы называют аддитивной, если значение этой функции для системы равно сумме ее значений для всех независимых частей этой системы

так как при флуктуационных колебаниях $\langle \Delta x \rangle = 0$. С другой стороны, средняя потенциальная энергия, приходящаяся на одну степень свободы, по закону равномерного распределения энергии (§ 11 5), равна $\frac{kT}{2}$ Положив

$$\langle \Delta W_п \rangle = \frac{kT}{2},$$

получим

$$\sqrt{\langle (\Delta x)^2 \rangle} \approx \sqrt{\frac{kT}{\kappa}}.$$

Следовательно, предельно малая масса m, которая может быть измерена на пружинных весах ($x = \sqrt{\langle (\Delta x)^2 \rangle}$) равна

$$m = \frac{\kappa}{g} x = \frac{\kappa}{g} \sqrt{\frac{kT}{\kappa}} = \frac{\sqrt{\kappa k T}}{g}.$$

б) В качестве второго примера рассмотрим измерение температуры с помощью газового термометра, наполненного идеальным газом В результате флуктуаций температуры показания термометра не будут оставаться постоянными Величину относительной флуктуации температуры можно оценить по формуле (12 45), откуда

$$\sqrt{\langle (\Delta T)^2 \rangle} \sim \frac{T}{\sqrt{N}}.$$

Ясно, что измеряемые термометром изменения температуры Δt не должны быть меньше, чем абсолютная флуктуация показания прибора, равная $\sqrt{\langle (\Delta T)^2 \rangle}$:

$$\Delta t \geqslant \sqrt{\langle (\Delta T)^2 \rangle} \sim \frac{T}{\sqrt{N}}.$$

Например, если в газовом термометре содержится 10^{-6} моля газа, т. е $N = 6{,}02 \cdot 10^{17}$, то минимальное изменение температуры, которое может быть отмечено с помощью прибора, по порядку величины равно

$$\Delta t \approx 10^{-9} T$$

Все измеряемые на практике изменения температуры несоизмеримо велики по сравнению с пределом чувствительности газового термометра

в) В современной радиотехнике большую роль играют так называемые электрические флуктуации в радиоаппаратуре Например, в результате флуктуаций числа электронов, вылетающих из раскаленного катода, происходят флуктуации тока, проходящего в электронной лампе. Это явление, называемое **дробовым эффектом,** вместе с другими флуктуационными явлениями ограничивает пределы чувствительности приемной радиоаппаратуры.