

для выражения результатов обоих измерений:

$$\frac{V_{ab}}{t_0} = \frac{\Delta p_0 \pi R^4}{8\eta_0 l} \quad \text{и} \quad \frac{V_{ab}}{t} = \frac{\Delta p \pi R^4}{8\eta l},$$

откуда

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \cdot \frac{t}{t_0}.$$

Жидкость течет по капилляру под действием ее силы тяжести, поэтому падение давления на капилляре пропорционально плотности жидкости:

$$\frac{\Delta p}{\Delta p_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad \text{и} \quad \eta = \eta_0 \frac{\rho l}{\rho_0 t_0},$$

где ρ и ρ_0 — плотности испытуемой и эталонной жидкостей.

§ 16.4. Движение тел в жидкостях и газах

1. Вопрос о силовом взаимодействии между телом и набегающим на него потоком жидкости или газа, а также о силах, действующих на тела, движущиеся в жидкости или газе, имеет большое практическое значение в самых разнообразных задачах гидроаэродинамики. В соответствии с механическим принципом относительности задача о силовом взаимодействии между неподвижной жидкостью и телом, которое движется в ней равномерно и прямолинейно со скоростью \mathbf{u} , эквивалентна задаче о взаимодействии между неподвижным телом и набегающим на него стационарным потоком жидкости, скорость \mathbf{v}_0 которого вдали перед телом равна $-\mathbf{u}$.

2. Результирующая сила \mathbf{R} , действующая на тело со стороны потока жидкости, равна векторной сумме равнодействующих сил давления (\mathbf{F}_d) и сил трения ($\mathbf{F}_{тр}$), приложенных к поверхности тела:

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_{тр}.$$

Силу \mathbf{R} можно разложить на две составляющие: силу лобового сопротивления \mathbf{R}_x , совпадающую по направлению со скоростью \mathbf{v}_0 невозмущенного потока, и подъемную силу \mathbf{R}_y , направленную перпендикулярно \mathbf{v}_0 :

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_x + \mathbf{R}_y. \quad (16.16)$$

Силы \mathbf{R} , \mathbf{R}_x и \mathbf{R}_y зависят от скорости потока, формы тела, его размеров и расположения относительно направления вектора \mathbf{v}_0 , а также от свойств жидкости. Если жидкость идеальная, то, как показывают расчеты, сила лобового сопротивления тела $\mathbf{R}_x = 0$, т. е. в идеальной жидкости тело должно двигаться без всякого сопротивления. Этот результат получил название парадокса Даламбера—Эйлера, так как он противоречит тому, что наблюдают в реальных опытах.

В качестве иллюстрации на рис. 16.13 показан вид линий тока идеальной жидкости, безотрывно обтекающей длинный круговой цилиндр, ось O которого расположена перпендикулярно к плоскости чертежа и к вектору v_0 скорости невозмущенного потока вдали от тела. Скорость жидкости отлична от нуля во всех точках поверхности цилиндра, за исключением так называемых критических точек a и b , в которых $v = 0$. На участках ac и ad скорость жидкости возрастает, а статическое давление убывает в соответствии с уравнением Бернулли. В точках c и d скорость максимальна, а давление минимально. На участках cb и db скорость убывает, а давление возрастает. Линии тока симметричны относительно плоскостей aOb и cOd . Поэтому результирующая всех элементарных сил давления жидкости на цилиндр $F_d = 0$. Так как жидкость идеальная, то нет и сил трения, т. е. $F_{тр} = 0$. Следовательно, результирующая сила, действующая на цилиндр, сила его лобового сопротивления и подъемная сила равны нулю.

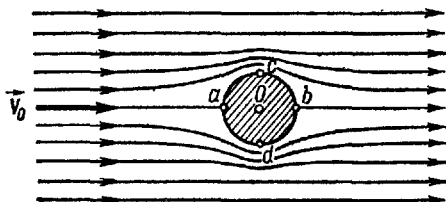


Рис. 16.13.

3. В действительности сила лобового сопротивления тела, обтекаемого реальной жидкостью, всегда отлична от нуля. Это связано с влиянием вязкости, вызывающей появление двух одинаково направленных вдоль v_0 составляющих силы лобового сопротивления — силы сопротивления трения $R_{x\text{тр}}$ и силы сопротивления давления $R_{xд}$:

$$R_x = R_{x\text{тр}} + R_{xд}.$$

Сила $R_{x\text{тр}}$ представляет собой результирующую сил трения, действующих на все малые элементы поверхности тела. Сила $R_{xд}$ обусловлена тем, что из-за торможения жидкости, происходящего в пограничном слое, давление жидкости на лобовую часть поверхности тела не компенсируется ее давлением на кормовую часть тела.

Дж. Стокс теоретически показал, что для силы лобового сопротивления небольшого шара, медленно движущегося в вязкой жидкости, справедлив следующий закон, называемый законом Стокса:

$$R_x = 6\pi\eta r u, \quad (16.17)$$

где η — динамический коэффициент вязкости жидкости, u — скорость шара, а r — его радиус. Соотношение (16.16) справедливо при условии, что число Рейнольдса $Re = \frac{ud}{\nu} \ll 1$, где $d = 2r$ — диаметр шара, $\nu = \eta/\rho$ — кинематический коэффициент вязкости жидкости, а ρ — ее плотность.

4. Соотношение между сопротивлением трения и сопротивлением давления зависит от формы тела и его расположения в потоке. У хорошо обтекаемого тела (например, крыла самолета, корпуса дирижаб-

ля, торпеды и т. п.) определяющую роль в лобовом сопротивлении играет сопротивление трения. Наоборот, лобовое сопротивление плохо обтекаемого тела в основном обусловлено сопротивлением давления. Это связано с тем, что при обтекании потоком вязкой жидкости тел с большой кривизной поверхности (например, тел шарообразной формы, поперечно обтекаемых круговых цилиндров и т. п.) в хвостовой части тела возникает отрыв пограничного слоя от поверхности тела¹, приводящий к интенсивному вихреобразованию (рис. 16.14). В области поверхности тела, охваченной вихревым движением жидкости, давление оказывается пониженным по сравнению с соответствующим участком лобовой поверхности. Поэтому возникает значительная результирующая сила сопротивления давления. Эта сила оказывается пропорциональной скоростному напору набегающего на тело потока жидкости:

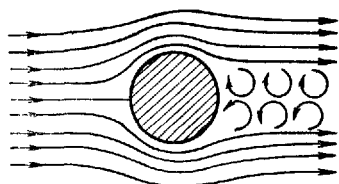


Рис. 16.14.

$$R_x = c_x \frac{\rho v_0^2}{2} S \quad (16.18)$$

где c_x — безразмерный коэффициент, называемый коэффициентом лобового сопротивления тела, ρ — плотность жидкости, а S — площадь, характеризующая размеры тела. Для симметричных тел (например, фюзеляжа самолета) в качестве S берут площадь миделевого сечения, т. е. наибольшую площадь сечения тела плоскостью, перпендикулярной к направлению скорости v_0 . Для крыла самолета под S понимают площадь крыла в плане.

Из анализа экспериментальных данных следует, что коэффициент лобового сопротивления c_x зависит от формы тела, его расположения в потоке и от числа Рейнольдса $Re = v_0 l / \nu$, где l — характерный размер тела (например, для шара и поперечно обтекаемого цилиндра — их диаметр). Так, для шара в пределах справедливости закона Стокса (16.17) $c_x = 24/Re$. Коэффициент лобового сопротивления тела, находящегося в высокоскоростном потоке газа (сжимаемой жидкости), зависит также от числа Маха $M = v_0/v_{зв}$, где $v_{зв}$ — скорость распространения звука в газе. Расчеты и эксперименты показывают, что влиянием сжимаемости газа на величину c_x можно пренебречь, если $M < M_{кр}$, где $M_{кр}$ — некоторое характерное для данного тела число, меньшее единицы.

5. Подъемная сила возникает вследствие асимметрии в обтекании тела жидкостью. На рис. 16.15 показан характер обтекания цилиндрического тела — крыла самолета, образующие которого перпендикулярны к плоскости чертежа и вектору v_0 скорости невозмущенного



Рис. 16.15.

¹ Формула Стокса (16.16) не учитывает этого явления, так как оно возникает при значениях Re , больших тех, для которых справедлива формула (16.16).

потока. Скорость жидкости около верхней части поверхности тела больше, чем около нижней. Соответственно давление жидкости на нижнюю поверхность больше, чем на верхнюю. Поэтому результирующая сил давления на все малые элементы поверхности тела отлична от нуля.

Для подъемной силы справедлива формула, аналогичная формуле (16.18) для силы лобового сопротивления:

$$R_y = c_y \frac{\rho v_0^2}{2} S, \quad (16.19)$$

где c_y — безразмерный коэффициент, называемый коэффициентом подъемной силы, а S — характерная площадь. Как показывают эксперименты, коэффициент c_y зависит главным образом от формы тела и от его ориентации в потоке. Например, для крыла самолета коэффициент подъемной силы зависит от профиля крыла, т. е. формы его поперечного сечения, показанного на рис. 16.15, и от угла атаки — угла между вектором v_0 и направлением прямой, проведенной из задней заостренной кромки профиля крыла в наиболее удаленную от нее переднюю кромку. Кроме того, c_y зависит от числа Рейнольдса, а для тела, находящегося в газовом потоке большой скорости, — еще и от числа Маха.

6. Основы теории подъемной силы были разработаны проф. Н. Е. Жуковским. В 1904 г. он рассмотрел задачу об обтекании плоскопараллельным безграничным потоком идеальной несжимаемой жидкости бесконечно длинного цилиндра, образующие которого перпендикулярны к скорости v_0 невозмущенного потока, как изображено, например, на рис. 16.15. Жуковский теоретически показал, что на участок тела, имеющий длину z вдоль образующей, действует подъемная сила

$$R_y = \rho v_0 z \Gamma, \quad (16.20)$$

где $\Gamma = \oint_L (v, dr)$ — циркуляция скорости жидкости вдоль контура L поперечного сечения тела или вдоль любого другого замкнутого контура, охватывающего тело¹.

Формула Жуковского (16.20) устанавливает прямо пропорциональную связь между подъемной силой и циркуляцией скорости. Из сопоставления формул (16.19) и (16.20) следует, что

$$\Gamma = \frac{c_y v_0 S}{2z}$$

Таким образом, для данного тела циркуляция скорости зависит от величины скорости v_0 и от ориентации тела в потоке. В частности, при $v_0 = 0$ $\Gamma = 0$. Изменение значения циркуляции скорости при из-

¹ Выбор замкнутого контура L , охватывающего тело, не влияет на величину Γ циркуляции скорости, так как течение потенциально и циркуляция скорости вдоль любого замкнутого контура, не охватывающего тело, равна нулю.

менении v_0 или ориентации тела в потоке (при $v_0 \neq 0$) невозможно объяснить в рамках гидродинамики и д е а л ь н о й жидкости. Это явление обусловлено вязкостью жидкости. При изменении режима обтекания тела в я з к о й жидкостью с поверхности тела срываются вихри. Соответственно изменяется величина циркуляции скорости по замкнутой контуру, охватывающему тело вместе с прилегающим к телу пограничным слоем. Однако рассмотрение этого вопроса выходит за рамки нашего курса.

7. Из соображений симметрии очевидно, что при поперечном обтекании кругового цилиндра плоскопараллельным потоком жидкости

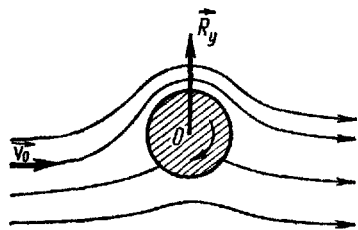


Рис. 16.16.

циркуляция скорости и подъемная сила должны быть равны нулю независимо от того, является ли рассматриваемая жидкость идеальной или вязкой. Однако картина обтекания цилиндра реальной (вязкой) жидкостью качественно изменяется как только цилиндр приводят во вращение вокруг его оси. Вследствие внутреннего трения цилиндр увлекает за собой жидкость. Если он вращается, например, по часовой стрелке (рис.

16.16), то результирующая скорость жидкости вблизи верхней части поверхности цилиндра оказывается большей, а вблизи нижней поверхности — меньшей, чем та, которая была бы в случае отсутствия вращения. Обтекание вращающегося цилиндра несимметрично. Циркуляция скорости $\Gamma \neq 0$, и на цилиндр действует подъемная сила Y , направленная снизу вверх перпендикулярно к вектору v_0 скорости невозмущенного потока жидкости. Это явление называют **эффектом Магнуса**. Эффектом Магнуса обусловлена малая точность стрельбы гладкоствольной артиллерии. Под действием случайных причин шаровое ядро в процессе выстрела может приобрести вращение вокруг оси, не совпадающей с вектором скорости его поступательного движения. Благодаря этому на него будет действовать поперечная («подъемная») сила, вызывающая отклонение ядра от расчетной траектории.

§ 16.5. Движение сжимаемой жидкости

1. В гидроаэродинамике газы можно рассматривать как несжимаемые жидкости лишь при сравнительно небольших скоростях движения, не превосходящих 100 м/с. Во всех остальных случаях необходимо учитывать зависимость плотности газа ρ от статического давления p , которое в свою очередь зависит от скорости.

В большинстве случаев газ можно считать идеальным, так что зависимость ρ от p выражается формулой (9.10)

$$\rho = \frac{p}{RT},$$