менении v_0 или ориентации тела в потоке (при $v_0 \neq 0$) невозможно объяснить в рамках гидродинамики идеальной жидкости. Это явление обусловлено вязкостью жидкости. При изменении режима обтекания тела вязкой жидкостью с поверхности тела срываются вихри. Соответственно изменяется величина циркуляции скорости по замкнутому контуру, охватывающему тело вместе с прилегающим к телу пограничным слоем. Однако рассмотрение этого вопроса выходит за рамки нашего курса.

7. Из соображений симметрии очевидно, что при поперечном обтекании кругового цилиндра плоскопараллельным потоком жидкости циркуляция скорости и подъемная сила должны быть равны нулю независимо от того, является ли рассматриваемая жидкость идеальной или вязкой. Однако картина обтекания цилиндра реальной (вязкой) жидкостью качественно изменяется как только цилиндр приводят во вращение вокруг его оси. Вследствие внутреннего трения цилиндр увлекает за собой жидкость. Если он вращается, например, по часовой стрелке (рис. 16.16), то результирующая скорость жидкости вблизи верхней части поверхности цилиндра оказывается большей, а вблизи нижней поверхности — меньшей, чем та, которая была бы в случае отсутствия вращения. Обтекание вращающегося цилиндра несимметрично. Циркуляция скорости $\Gamma \neq 0$, и на цилиндр действует подъемная сила **Y**, направленная снизу вверх перпендикулярно к вектору $\mathbf{v}_0$ скорости невозмущенного потока жидкости. Это явление называют **эффектом Магнуса.** Эффектом Магнуса обусловлена малая точность стрельбы гладкоствольной артиллерии. Под действием случайных причин шаровое ядро в процессе выстрела может приобрести вращение вокруг оси, не совпадающей с вектором скорости его поступательного движения. Благодаря этому на него будет действовать поперечная («подъемная») сила, вызывающая отклонение ядра от расчетной траектории.

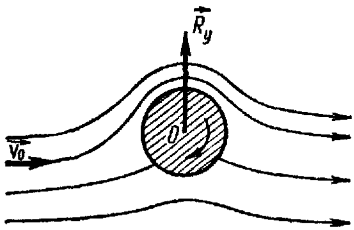

Рис. 16.16.

§ 16.5. Движение сжимаемой жидкости

1. В гидроаэродинамике газы можно рассматривать как несжимаемые жидкости лишь при сравнительно небольших скоростях движения, не превосходящих 100 м/с. Во всех остальных случаях необходимо учитывать зависимость плотности газа ρ от статического давления p, которое в свою очередь зависит от скорости.

В большинстве случаев газ можно считать идеальным, так что зависимость ρ от p выражается формулой (9.10)

$$\rho = \frac{p\mu}{RT},$$

где μ — молярная масса газа, T — его абсолютная температура, R — универсальная газовая постоянная.

2. Уравнение Бернулли для сжимаемой идеальной жидкости (газа) имеет вид

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 0, \qquad (16.21)$$

где v_1 и v_2 — скорости газа в двух произвольных сечениях (1 и 2) элементарной струи, h_1 и h_2 — расстояния от этих сечений до условного уровня, а интеграл $\int_1^2 \frac{dp}{\rho}$ зависит от вида процесса изменения состояния газа между сечениями 1 и 2. Уравнение (16.21) является обобщением уравнения (16.7), которое получается из (16.21) при $\rho = \mathrm{const}$:

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{p_2 - p_1}{\rho}.$$

3. В большинстве случаев членом $g(h_2 - h_1)$ можно пренебречь, так как ввиду малой плотности газа изменение его потенциальной энергии при не слишком больших перепадах высот $h_2 - h_1$ очень невелико. Поэтому часто уравнение Бернулли для газа записывают в следующей приближенной форме:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 0. \qquad (16.22)$$

4. При больших скоростях течения газа теплообмен между ним и окружающей средой практически не успевает происходить. Следовательно, при вычислении интеграла $\int_1^2 \frac{dp}{\rho}$ можно считать, что процесс изменения состояния газа между сечениями 1 и 2 является адиабатическим (см. § 10.5). Взаимосвязь между давлением и плотностью газа в этом случае выражается уравнением

$$\frac{p}{\rho^\varkappa} = \frac{p_1}{\rho_1^\varkappa} = \mathrm{const}, \qquad (16.23)$$

где $\varkappa = C_p/C_V$ — показатель адиабаты.

Таким образом,

$$\rho = \rho_1 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{1/\varkappa}$$

и

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{p_1^{1/\varkappa}}{\rho_1} \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p^{1/\varkappa}} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \cdot \frac{p_1^{1/\varkappa}}{\rho_1} \left[p_2^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - p_1^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \right],$$

или

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{\varkappa}{\varkappa-1}\cdot\frac{p_1}{\rho_1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right]. \qquad (16.24)$$

Из уравнения (9.10) следует, что

$$\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{RT_1}{\mu}$$

поэтому формулу (16.24) можно представить также в виде

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{\varkappa}{\varkappa-1}\,\frac{RT_1}{\mu}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right] \qquad (16.24')$$

Наконец, учитывая, что в адиабатическом процессе связь между температурой и давлением газа выражается уравнением (10.18)

$$T = T_1\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}$$

найдем, что

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{\varkappa}{\varkappa-1}\,\frac{R}{\mu}(T_2 - T_1), \qquad (16.24'')$$

где T_1 и T_2— абсолютные температуры газа в сечениях *1* и *2*. Подставив значения интегралов из (16.24), (16.24′) и (16.24″) в уравнение (16.22), получим три различных формы записи уравнения Бернулли для адиабатического течения идеального газа:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{\varkappa}{\varkappa-1}\cdot\frac{p_1}{\rho_1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right] = 0; \qquad (16.25)$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{\varkappa}{\varkappa-1}\cdot\frac{RT_1}{\mu}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1\right] = 0; \qquad (16.25')$$

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{\varkappa}{\varkappa-1}\cdot\frac{R}{\mu}(T_2 - T_1) = 0. \qquad (16.25'')$$

5. **Температурой торможения** T_0 газового потока называют ту температуру, которую имел бы этот газ при адиабатическом торможении до нулевой скорости. Величину T_0 легко определить из уравнения (16.25″), полагая в нем $v_2 = 0$ и $T_2 = T_0$:

$$T_0 = T_1 + \frac{\varkappa-1}{2\varkappa}\,\frac{\mu}{R}\,v_1^2\,. \qquad (16.26)$$

Так как сечение 1 выбрано совершенно произвольно, то индекс 1 в последнем уравнении можно отбросить:

$$T_0 = T + \frac{\varkappa - 1}{2\varkappa} \frac{\mu}{R} v^2. \qquad (16.26')$$

Давление p_0 адиабатически заторможенного потока газа называют **давлением торможения.** Его можно найти из уравнений (10.18) и (16.26′):

$$p_0 = p\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}} = p\left[1 + \frac{\varkappa - 1}{2\varkappa} \cdot \frac{\mu}{RT} v^2\right]^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}} \qquad (16.27)$$

6. Из уравнения (16.25′) следует, что скорость v_2 тем больше, чем меньше давление p_2. Она достигает максимальной величины $v_{\text{макс}}$ при истечении газа в вакуум ($p_2 = 0$):

$$v_{\text{макс}} = \sqrt{v_1^2 + \frac{2\varkappa}{\varkappa - 1} \cdot \frac{R}{\mu} T_1} = \sqrt{\frac{2\varkappa}{\varkappa - 1} \cdot \frac{R}{\mu} T_0} \qquad (16.28)$$

Поскольку $v_{\text{макс}}$ имеет конечную величину, а плотность газа при $p = 0$ также равна нулю, то, как видно из уравнения неразрывности (16.2), площадь поперечного сечения струи в том месте, где $v = v_{\text{макс}}$, должна быть бесконечно большой. В этом состоит принципиальное отличие течения газа от течения несжимаемой жидкости.

В случае установившегося течения идеальной несжимаемой жидкости в трубе переменного сечения S скорость v постоянна по сечению, и уравнение неразрывности имеет вид

$$vS = V_{\text{сек}} = \text{const}.$$

Таким образом, в сужающихся трубах поток несжимаемой жидкости всегда ускоряется, а в расширяющихся — всегда замедляется.

В случае установившегося течения идеального газа по трубе уравнение неразрывности имеет вид

$$\rho v S = m_{\text{сек}} = \text{const}.$$

Плотность ρ уменьшается по мере увеличения скорости v. Поэтому оказывается, что максимальная скорость, которую может приобрести поток газа в сужающейся трубе, равна так называемой **критической скорости** $v_{\text{кр}}$:

$$v_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{2\varkappa}{\varkappa + 1} \frac{RT_0}{\mu}}, \qquad (16\ 29)$$

где T_0 — температура торможения.

Для получения в трубе потока газа, скорость которого больше $v_{\text{кр}}$, необходимо, чтобы труба сужалась лишь до того сечения, в котором скорость достигает значения $v_{\text{кр}}$, а затем труба должна быть расширяющейся. Такую трубу называют **соплом Лаваля.**