Глава V

СИЛЫ УПРУГОСТИ И ТРЕНИЯ

§ 5.1. Категории и виды сил

1. Понятие силы играет важную роль в механике, так как позволяет решать задачи, отвлекаясь от конкретной физической природы взаимодействий между телами. Все силы можно разделить на следующие категории: силы, обусловленные взаимодействием непосредственно соприкасающихся тел (например, удар, давление, тяга, трение), и силы, которые связаны с особой формой материи, называемой полем и осуществляющей взаимодействие между телами без их непосредственного соприкосновения. В механике (гл. VI) мы познакомимся с гравитационным полем (полем тяготения), а в дальнейшем — с электрическим и магнитным полями и с полем ядерных сил. Особую категорию представляют силы инерции, действующие в неинерциальных системах отсчета (см. гл. VII).

2. С другой стороны, с точки зрения закона сохранения энергии в механике, силы можно разделить на консервативные и диссипативные. Работа консервативных сил зависит лишь от изменения в расположении тел или частей системы друг относительно друга, но не зависит от пути, по которому это изменение произошло; она связана с изменением потенциальной энергии системы. К консервативным силам относятся, например, силы тяготения и силы упругости. Работа диссипативных сил приводит к превращению механической энергии в энергию беспорядочного теплового движения частиц тел, т. е. к рассеянию механической энергии. К диссипативным силам принадлежат, например, силы трения скольжения и качения.

§ 5.2. Понятие об основных видах упругих деформаций

1. В курсе физики рассматривают лишь некоторые первоначальные сведения об упругих свойствах твердых тел. Подробное изучение этих свойств относится к курсам сопротивления материалов и теории упругости.

Твердые тела, как известно из курса средней школы, имеют кристаллическое строение, т. е. частицы, составляющие твердое тело, расположены в определенном порядке. Каждая частица испытывает воздействия со стороны всех соседних частиц, и ее равновесие соответствует тому, что равнодействующая этих сил равна нулю. При деформации твердого тела под влиянием внешних сил его частицы смещаются из первоначальных положений равновесия в новые. Этому перемещению частиц препятствуют силы взаимодействия между ними. Если сдвиг частиц был не слишком большим, то после прекращения действия внешней силы они под влиянием внутренних сил возвращаются в исходные положения. Деформацию, соответствующую такому «обратимому» смещению частиц, называют **упругой.** Если же внешняя сила велика и перемещает частицы настолько, что силы их взаимодействия уже не могут вернуть частицы в исходные положения после прекращения действия внешней силы, то деформацию называют **пластической.** При длительном воздействии даже малых внешних сил упругая деформация может перейти в пластическую. Это происходит из-за того, что при длительной нагрузке происходит перестройка кристаллической решетки твердого тела.

Степень упругости характеризуют отношением работы, которую может совершить тело при постепенном устранении деформирующих сил, к работе, которая была затрачена на деформацию тела.

2. Мысленно рассечем упруго деформированное тело на две части. Результирующая всех внешних сил, приложенных к каждой из этих двух частей тела, уравновешивается упругой силой $\mathbf{F}_{упр}$, действующей на рассматриваемую часть со стороны другой. Физическую величину, численно равную упругой силе $d\mathbf{F}_{упр}$, приходящейся на единицу площади dS сечения тела, называют **напряжением** σ:

$$\sigma = \frac{dF_{упр}}{dS}.$$

Напряжение называют **нормальным,** если сила $d\mathbf{F}_{упр}$ направлена по нормали к площадке dS, и **касательным,** если она направлена по касательной к этой площадке.

Величину деформации, при которой изменяется некоторая величина x, характеризующая форму или размеры тела, определяют **относительной деформацией,** равной отношению абсолютной деформации Δx к первоначальному значению величины x: $\Delta x/x$.

3. Английский физик Р. Гук экспериментально установил, что *напряжение упруго деформированного тела прямо пропорционально его относительной деформации* **(закон Гука):**

$$\sigma = K_x \frac{\Delta x}{x}, \tag{5.1}$$

где K_x— модуль упругости, а Δx — абсолютная величина изменения x. Величина K_x определяется свойствами материала, из которого изготовлено тело. В зависимости от вида деформации модуль упругости имеет различные наименования, обозначения и численные значения. Величину $\alpha_x = 1/K_x$ называют **коэффициентом упругости.** Закон Гука справедлив лишь для достаточно малых относительных деформаций. Напряжение $\sigma_п$, при котором пропорциональность между напряжением и деформацией нарушается, называют **пределом пропорциональности** (рис. 5.4, точка A).

Любая сложная деформация твердого тела может быть представлена как результат наложения более простых деформаций. Рассмотрим основные виды деформаций: одностороннее растяжение (или сжатие), сдвиг, всестороннее растяжение (или сжатие) и кручение.

4. При **продольном растяжении** (рис. 5.1) процесс деформации прекращается, когда упругие силы становятся равными растягивающей силе **F**. В этом случае модуль упругости носит название **модуля Юнга** E.

Из формулы (5.1), заменив

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad \text{и} \quad \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta l}{l},$$

получим

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES}, \qquad (5.2)$$

где l — первоначальная длина образца, Δl — изменение длины при нагрузке F, S — площадь поперечного сечения.

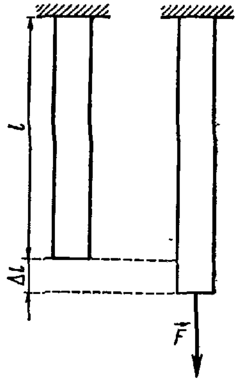

Рис. 5.1.

Из формулы (5.2) следует, что при $\Delta l = l$ модуль Юнга $E = \frac{F}{S} = \sigma$. Иначе говоря, модуль Юнга равен нормальному напряжению, которое возникало бы в образце при увеличении его длины в два раза, если бы для столь большой деформации был бы справедлив закон Гука. Уменьшение длины образца при его продольном сжатии также описывается формулой (5.2), где в этом случае Δl — абсолютная величина изменения длины l.

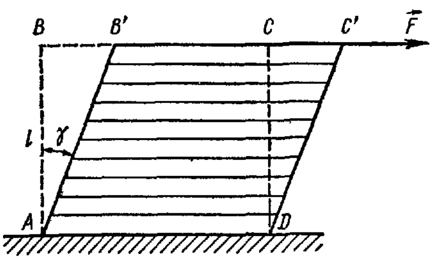

Рис. 5.2.

Растяжение (или сжатие) образцов сопровождается их поперечным сужением (или расширением) $\Delta d/d$, где d — поперечный размер образца, Δd — абсолютная величина его изменения. Отношение поперечного сужения $\Delta d/d$ к продольному удлинению $\Delta l/l$ называют **коэффициентом Пуассона** μ:

$$\mu = \frac{\Delta d}{d} : \frac{\Delta l}{l}. \qquad (5.3)$$

5. **Сдвигом** называют такую деформацию твердого тела, при которой все его плоские слои, параллельные некоторой плоскости, называемой плоскостью сдвига, не искривляясь и не изменяясь в размерах, смещаются параллельно друг другу (рис. 5.2). Сдвиг происходит под действием касательной силы **F**, приложенной к грани BC, параллельной плоскости сдвига. Грань AD параллельная BC, закреплена неподвижно. При малом сдвиге

$$\gamma \approx \operatorname{tg} \gamma = \frac{CC'}{CD}, \qquad (5.4)$$

где $\Delta x = CC'$ — **абсолютный сдвиг**, а γ — **угол сдвига**, называемый также **относительным сдвигом**, выраженный в радианах. По закону

Гука, относительный сдвиг пропорционален касательному («скалывающему») напряжению $\sigma_\tau = F/S$ (S — площадь поверхности грани BC), т. е.

$$\sigma_\tau = G\gamma. \tag{5.5}$$

Величина G носит название **модуля сдвига**. Модуль сдвига равен касательному напряжению, которое возникло бы в образце при относительном сдвиге, равном единице, если бы в этом случае выполнялся закон Гука.

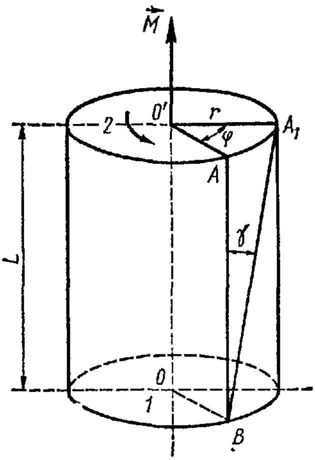

Рис. 5.3.

6. Деформация **всестороннего сжатия** (или растяжения) возникает при равномерном распределении сжимающих (или растягивающих) сил по всей поверхности тела. Согласно закону Гука, наблюдаемое при этой деформации относительное уменьшение (или увеличение) объема $\Delta V/V$ изотропного образца[1] пропорционально возникающему в теле напряжению σ:

$$\sigma = K\,\frac{\Delta V}{V}, \tag{5.6}$$

где K — модуль упругости, а ΔV — абсолютная величина изменения объема. Можно показать, что относительное уменьшение (или увеличение) объема изотропного тела $\Delta V/V$ приблизительно в три раза больше относительного уменьшения (увеличения) его линейных размеров. Объемной упругостью обладают не только твердые, но также жидкие и газообразные тела.

7. Деформация **кручения** возникает в образце (проволоке, стержне и т. п.), если одно сечение образца закреплено неподвижно (рис. 5.3), а во втором действуют две равные по модулю и противоположные по направлению касательные силы, момент **M** которых относительно центра O' этого сечения направлен по оси образца.

Под действием крутящего момента **M** все поперечные сечения стержня, изображенного на рис. 5.3, поворачиваются вокруг оси OO' на некоторые углы тем большие по величине, чем дальше эти сечения расположены от сечения *1*, закрепленного неподвижно. Угол поворота φ сечения *2* называют **углом кручения**. В результате деформации кручения возникает перекос на угол γ образующих цилиндрической поверхности стержня (рис. 5.3), причем $r\varphi = \gamma L$. Поэтому расчет деформации кручения может быть сведен к расчету деформации сдвига.

Приводим без вывода окончательное выражение для момента M,

[1] Тело называют изотропным, если его свойства одинаковы по всем направлениям.

закручивающего на угол φ однородный круглый стержень, имеющий длину L и радиус r:

$$M = \frac{\pi G}{2} \frac{r^4}{L} \varphi, \tag{5.7}$$

где G — модуль сдвига для материала стержня.

Деформацию кручения часто используют в физических опытах и в измерительных приборах, например, в крутильных весах, в зеркальном гальванометре и т. д.

8. Рассмотрим результаты испытаний какого-либо однородного образца на растяжение, представленные в виде **диаграммы растяжения** — зависимости нормального напряжения σ от относительной деформации $\Delta l/l$ (рис. 5.4). При небольших относительных деформациях σ пропорционально $\Delta l/l$, т. е. справедлив закон Гука. Наибольшее напряжение $\sigma_п$, до которого еще выполняется закон Гука, называют **пределом пропорциональности**. На рис. 5.4 ему соответствует точка A. Дальнейшее увеличение σ вызывает значительное возрастание относительного удлинения. При достижении напряжения $\sigma_т$, называемого **пределом текучести** (точка B), относительная деформация образца продолжает возрастать без дальнейшего увеличения нагрузки (горизонтальная площадка BB'). Иногда горизонтальная площадка отсутствует. Тогда за предел текучести принимается напряжение, при котором значение $\Delta l/l$ отличается от линейной зависимости OA на 0,002. В точке O' начинается дальнейший рост напряжения с увеличением деформации. Наибольшее напряжение $\sigma_в$, соответствующее точке C, называют **пределом прочности, или временным сопротивлением**. В точке D образец разрывается.

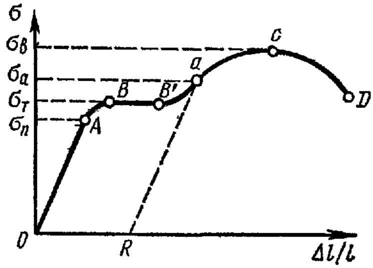

Рис. 5.4.

Если образец, деформированный до напряжения $\sigma_а > \sigma_п$, постепенно разгружать, то соответствующий график $\sigma = f(\Delta l/l)$ пойдет параллельно прямолинейному участку OA кривой и пересечет ось абсцисс в некоторой точке R. Отрезок OR определяет **остаточную деформацию** образца. Если деформацию, при которой перейден предел пропорциональности, и последующее освобождение образца от деформирующих сил повторить несколько раз, то упругость материала образца увеличится и предел пропорциональности будет соответствовать значительно большему напряжению, чем в первый раз. Это явление называют **наклепом**. Для того чтобы вернуть материалу первоначальные свойства, его необходимо отжечь, т. е. выдержать при высокой температуре, несколько меньшей температуры плавления, и затем медленно охладить.

9. В таблице 2 приведены характеристики упругих свойств для некоторых металлов и сплавов.

Таблица 2

Материал	Модуль Юнга E, 10^7 Па	Модуль сдвига G, 10^7 Па	Коэффициент Пуассона μ	Коэффициент объемной упругости $\frac{1}{K}$, 10^{-10} Па$^{-1}$	Предел прочности $\sigma_в$, 10^7 Па
Алюминий . . .	7000	2600	0,31	0,14	7,8—14,7
Железо кованое	19 600	8100	0,28	0,06	29—44
Сталь 30 ХГСА (улучшенная) . .	19 600	8100	0,25	0,06	127
Дюралюминий Д-16	7000	2600	0,31	—	40
Чугун	17 500	—	0,17	0,05	19—28
Латунь	9800—11 200	2600—3600	0,3—0,4	0,1	29—49
Свинец	1600	560	0,446	0,24	1.5

10. Вычислим потенциальную энергию упруго деформированного тела, например, сжатой или растянутой проволоки. По закону Гука при деформации проволоки от нуля до Δl ее напряжение возрастает от нуля до σ, а внутренняя сила противодействия проволоки — сила упругости — от 0 до F. Работа, совершаемая при деформации, равна произведению среднего значения $F/2$ этой силы на величину деформации Δl. Следовательно, потенциальная энергия упруго деформированной проволоки равна

$$W_п = A = \frac{1}{2} F\Delta l. \tag{5.8}$$

Подставив в эту формулу значение Δl из (5.2), получим

$$W_п = \frac{1}{2E} \frac{F^2 l}{S}. \tag{5.9}$$

Для того чтобы найти потенциальную энергию, заключенную в единице объема тела, разделим обе части последнего выражения на объем тела $V = lS$:

$$w_п = \frac{W_п}{V} = \frac{1}{2E} \frac{F^2}{S^2} = \frac{\sigma^2}{2E}. \tag{5.10}$$

Величину $w_п$ называют **объемной плотностью потенциальной энергии.**

Аналогичным путем можно вычислить энергию упругой деформации при сдвиге (рис. 5.2). На грань куба с ребром l, лежащую в плоскости сдвига, действует касательная сила F, равная

$$F = \sigma_\tau l^2, \tag{5.11}$$

или, согласно (5.5),

$$F = G\gamma l^2. \tag{5.11'}$$

При бесконечно малом сдвиге $d\gamma$ верхняя грань перемещается на величину $dx = l d\gamma$. Поэтому элементарная работа, совершаемая внешними силами,

$$dA = Fld\gamma = Gl^3\gamma d\gamma. \tag{5.12}$$

При конечном сдвиге от нуля до γ совершается работа

$$A = W_п = Gl^3 \int_0^\gamma \gamma d\gamma = \frac{G\gamma^2}{2} l^3. \tag{5.12'}$$

Объемная плотность потенциальной энергии

$$w_п = \frac{W_п}{l^3} = \frac{1}{2} G\gamma^2,$$

или, на основании соотношения (5.5),

$$w_п = \frac{\sigma_\tau \gamma}{2} = \frac{\sigma_\tau^2}{2G}. \tag{5.13}$$

Из формул (5.10) и (5.13) видно, что объемная плотность энергии упругой деформации прямо пропорциональна квадрату напряжения и обратно пропорциональна модулю упругости. Подобные формулы можно получить и для других деформаций. Однако все они справедливы лишь в пределах применимости закона Гука.

Если при деформации тела перейден предел пропорциональности, то при уменьшении напряжения до нуля снимается, как мы видели, лишь часть деформации (так называемая упругая деформация). Соответственно возвращается лишь часть работы, затраченной на деформацию тела.

§ 5.3. Виды трения

1. Всякое движущееся тело встречает сопротивление своему движению со стороны окружающей его среды и других тел, с которыми оно во время движения соприкасается. Иначе говоря, на любое движущееся тело действуют **силы трения.** Природа этих сил может быть различной, но в результате их действия всегда происходит превращение механической энергии во внутреннюю энергию трущихся тел, т. е. в энергию теплового движения их частиц. Остановимся на классификации сил трения.

Внутренним трением (вязкостью) называют явление, которое состоит в возникновении касательных сил, препятствующих перемещению частей одного и того же тела по отношению друг к другу (например, трение в жидкостях и газах). При этом превращение механической энергии во внутреннюю происходит во всех точках объема тела