

Примеры решения задач

Задача 5.1. Стальная проволока длиной в 1 м и сечением $0,8 \text{ мм}^2$ укреплена одним своим концом в подвесном устройстве так, что легко может принимать любое положение в вертикальной плоскости. К противоположному концу проволоки прикреплен груз в 49 Н. Вытянутую проволоку с грузом отклоняют до высоты подвеса и отпускают. Определить удлинение проволоки в нижней точке траектории движения груза. Собственным весом проволоки пренебречь

Д а н о

$$l = 1 \text{ м,}$$

$$S = 8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2,$$

$$P = 49 \text{ Н.}$$

Из таблиц:

$$E = 1,96 \cdot 10^{11} \text{ Па}$$

$$\Delta l = ?$$

Р е ш е н и е

Из формулы (5.2), выражающей закон Гука для деформации растяжения, определяем удлинение:

$$\Delta l = \frac{Fl}{FS},$$

где E — модуль Юнга.

Сила F , растягивающая проволоку в нижней точке траектории груза, численно равна сумме значений силы тяжести груза и центростремительной силы, действующей на груз:

$$F = P + \frac{mv^2}{l + \Delta l},$$

где v — скорость груза.

Из закона сохранения энергии следует, что кинетическая энергия груза в нижней точке траектории равна убыли его потенциальной энергии в поле тяготения Земли при опускании с высоты $l + \Delta l$:

$$\frac{mv^2}{2} = mg(l + \Delta l)$$

Следовательно,

$$mv^2 = 2mg(l + \Delta l)$$

и

$$F = P + \frac{2mg(l + \Delta l)}{l + \Delta l} = 3P.$$

Искомое удлинение проволоки равно

$$\Delta l = \frac{3Pl}{ES}.$$

Вычисления производим в Международной системе единиц (СИ):

1) проверка размерности результата:

$$[\Delta l] = \frac{[P][l]}{[E][S]} = \frac{LMT^{-2} \cdot L}{L^{-1}MT^{-2} \cdot L^2} = L;$$

2) вычисления:

$$\Delta l = \frac{3 \cdot 49 \cdot 1}{8 \cdot 10^{-7} \cdot 1,96 \cdot 10^{11}} \text{ м} = 9,36 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$