2. Какие колебания называют свободными? В каком случае свободные колебания системы будут незатухающими?

3. Как связаны между собой амплитуды и фазы смещения, скорости и ускорения в прямолинейных гармонических колебаниях?

4 От чего зависит полная энергия тела, совершающего прямолинейные гармонические колебания?

5. Выведите формулы для периодов колебаний пружинного, физического и математического маятников.

6. Начертите векторную диаграмму сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с равными периодами.

7 Как изменяется во времени амплитуда затухающих колебаний? Что называют логарифмическим декрементом затухания? Являются ли затухающие колебания периодическими?

8. Какие колебания называют вынужденными? Найдите выражения амплитуды и начальной фазы прямолинейных вынужденных колебаний, возбуждаемых силой, которая изменяется по гармоническому закону.

9. В чем состоит явление резонанса? Каково его значение в технике?

Примеры решения задач

Задача 8.1. Точка C (рис. 8.21) равномерно вращается по окружности против часовой стрелки, делая 5 об/с. Радиус окружности 0,2 м. Найти смещение, скорость и ускорение проекции точки на вертикальный диаметр в тот момент, когда точка прошла 1/3 часть окружности. В момент, выбранный за начальный, точка имела максимальное положительное смещение

Дано

$A = r = 0{,}2$ м,

$n = 5\ с^{-1}$,

$l = BC = \dfrac{2\pi r}{3}$,

$x_0 = A$.

x — ? v_x — ? a_x — ?

Решение

Если точка равномерно вращается по окружности, то ее проекция на любую прямую, лежащую в плоскости окружности, совершает гармоническое колебательное движение Смещение x, а также проекции скорости и ускорения гармонически колеблющейся точки можно определить по формулам (8.5″) и (8.7):

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0),$$

$$v_x = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$a_x = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x.$$

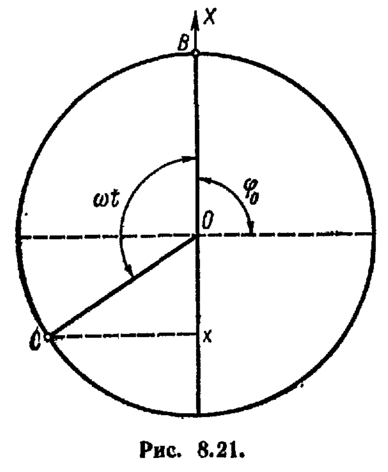

Рис. 8.21.

В начальный момент времени проекция точки C совпадает с точкой B, т. е. при $t = 0$ $x = A$ и $\sin\varphi_0 = 1$. Следовательно, начальная фаза $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

Частота ν колебаний проекции точки C равна n, а циклическая частота ω равна

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi n.$$

Для прохождения точкой одной трети окружности требуется время t, равное одной трети периода T обращения точки или периода колебаний ее проекции:

$$t = \frac{T}{3} = \frac{1}{3\nu} = \frac{1}{3n}.$$

Подставляя найденные значения для φ_0, ω и t в написанные выше формулы для смещения, скорости и ускорения, получаем:

$$x = A\sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = A\sin\left(\frac{7}{6}\pi\right),$$

$$v_x = A2\pi n\cos\left(\frac{7}{6}\pi\right),$$

$$a_x = -A(2\pi n)^2\sin\left(\frac{7}{6}\pi\right).$$

Вычисления производим в Международной системе единиц (СИ):

1) проверка размерности результатов:

$$[x] = [A] = L,$$

$$[v_x] = [A]\,[n] = LT^{-1},$$

$$[a_x] = [A]\,[n]^2 = LT^{-2};$$

2) вычисления:

$$x = 0{,}2\cdot\sin 210^\circ\ \text{м} = -0{,}2\cdot 0{,}5\ \text{м} = -0{,}1\ \text{м};$$

$$v_x = 0{,}2\cdot 2\cdot 3{,}14\cdot 5\cdot\cos 210^\circ\ \text{м/с} = -0{,}2\cdot 2\cdot 3{,}14\cdot 5\cdot 0{,}866\ \text{м/с} = -5{,}44\ \text{м/с}$$

$$a_x = -0{,}2\cdot(2\cdot 3{,}14\cdot 5)^2\cdot\sin 210^\circ\ \text{м/с}^2 = 0{,}2\cdot 31{,}4^2\cdot 0{,}5\ \text{м/с}^2 = 98{,}6\ \text{м/с}^2$$

Задача 8.2. Из опыта установлено, что логарифмический декремент затухания камертона, колеблющегося с частотой 100 Гц, равен 0,002. Через какой промежуток времени амплитуда колебаний возбужденного камертона уменьшится в 100 раз? Как изменится при этом энергия колебаний?

Дано

$\nu = 100$ Гц,
$\delta = 0{,}002$,
$A_0/A = 100$.

t — ? W/W_0 — ?

Решение

Амплитуда затухающих колебаний изменяется со временем по закону

$$A = A_0 e^{-\beta t} = A_0 e^{-\delta t/T} = A_0 e^{-\delta\nu t},$$

где β — коэффициент затухания, $T = \dfrac{1}{\nu}$ — условный период затухающих колебаний.

Таким образом,

$$t = \frac{1}{\delta\nu}\ln\frac{A_0}{A}.$$

Энергия колебаний W пропорциональна квадрату произведения частоты колебаний на их амплитуду (см. например, уравнение 8.22). Частота колебаний камертона постоянна, следовательно, отношение энергий колебаний равно квадрату отношения амплитуд:

$$\frac{W}{W_0} = \left(\frac{A}{A_0}\right)^2.$$

Вычисления производим в Международной системе единиц (СИ):
1) проверка размерности результатов

$$[t] = [\nu]^{-1} = T;$$

2) вычисления

$$t = \frac{1}{0{,}002 \cdot 100} \ln 100 \text{ с} = 23 \text{ с};$$

$$\frac{W}{W_0} = \left(\frac{1}{100}\right)^2 = 10^{-4}.$$