где $d\mathbf{B}$ — магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника с током I, а символ «l» означает, что интегрирование распространено на всю его длину l.

В следующих параграфах будут даны примеры расчета магнитных полей тока, текущего по проводникам правильной геометрической формы.

§ 15.2. Магнитное поле прямолинейного проводника с током

1. Часть замкнутой электрической цепи — прямолинейный проводник MN — лежит в плоскости чертежа (рис. 15.2). Согласно закону Био—Савара—Лапласа (15.6), вектор магнитной индукции $d\mathbf{B}$ поля, создаваемого в точке A элементом dl проводника с током I, численно равен

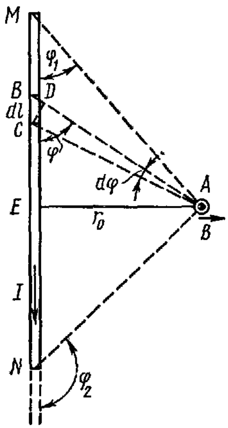

Рис. 15.2

$$dB = \mu\mu_0 I dl \sin\varphi / 4\pi r^2,$$

где φ — угол между векторами $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{r}$. Векторы $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{r}$ для всех участков прямолинейного проводника лежат в плоскости чертежа. Поэтому в точке A все векторы $d\mathbf{B}$, характеризующие магнитные поля, создаваемые отдельными участками нашего проводника, направлены перпендикулярно плоскости чертежа («к нам»). Это сильно упрощает определение индукции $\mathbf{B}$ результирующего магнитного поля; вектор $\mathbf{B}$ также перпендикулярен плоскости чертежа и численно равен алгебраической сумме модулей векторов $d\mathbf{B}$:

$$B = \int_l dB = \int_l \frac{\mu\mu_0 I dl \sin\varphi}{4\pi r^2}.$$

Учитывая, что величины μ, μ_0 и I при интегрировании не изменяются, получаем

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{dl \sin\varphi}{r^2}. \tag{15.12}$$

Чтобы произвести интегрирование, выразим dl и r через одну независимую переменную φ. Проведем из точки A дугу CD окружности, радиус которой вследствие малости длины dl участка BC проводника можно считать равным r. По этой же причине угол при вершине D треугольника BCD можно считать прямым. Обозначим через r_0 длину перпендикуляра AE, опущенного из точки A на проводник. Как видно из чертежа, $r = r_0/\sin\varphi$ и $dl = CD/\sin\varphi$. В то же время $CD = r d\varphi$, поэтому $dl = \frac{r d\varphi}{\sin\varphi} = \frac{r_0 d\varphi}{\sin^2\varphi}$. Подставив r и dl в (15.2), получим

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\sin\varphi d\varphi}{r_0},$$

где φ_1 и φ_2 — значения угла φ для крайних точек проводника MN.

Проинтегрировав это выражение, находим

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) \tag{15 13}$$

Если проводник MN бесконечно длинный, то $\varphi_1 = 0$, а $\varphi_2 = \pi$. Тогда магнитная индукция в любой точке поля такого проводника с током равна

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r}, \tag{15.14}$$

т.е. обратно пропорциональна кратчайшему расстоянию от этой точки до проводника.

Напряженность $H = B/\mu\mu_0$ магнитного поля прямолинейного проводника с током выражается формулой

$$H = \frac{1}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2), \tag{15 15}$$

для бесконечно длинного проводника

$$H = \frac{1}{4\pi} \frac{2I}{r_0}. \tag{15 16}$$

2. Применим полученные нами формулы к расчету магнитного поля в центре Опрямоугольного витка $ACDE$ с током I (рис. 15.3). Виток лежит в плоскости чертежа. Легко видеть, что векторы индукции $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_2$, $\mathbf{B}_3$ и $\mathbf{B}_4$ магнитных полей, создаваемых в точке O прямолинейными проводниками EA, AC, CD и DE, соответственно имеют одинаковое направление — перпендикулярно плоскости витка «от нас». Поэтому индукция результирующего магнитного поля в точке O

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4.$$

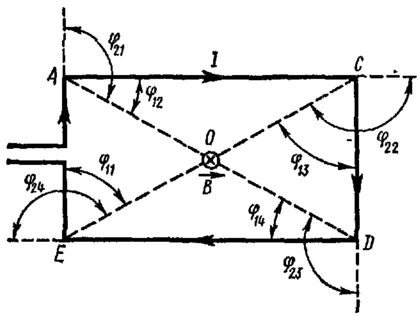

Рис. 15.3

Стороны прямоугольника EA и CD обозначим a, а AC и DE — b. Заменяя B_1, B_2, B_3 и B_4 по формуле (15 13) и вводя второй индекс углов φ для обозначения номера стороны прямоугольника, получим

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \left[\frac{2}{b} (\cos\varphi_{11} - \cos\varphi_{21}) + \frac{2}{a} (\cos\varphi_{12} - \cos\varphi_{22}) + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{b} (\cos\varphi_{13} - \cos\varphi_{23}) + \frac{2}{a} (\cos\varphi_{14} - \cos\varphi_{24} \right].$$

Из рис. 15.3 видно, что

$$\cos\varphi_{11} = \cos\varphi_{13} = a/\sqrt{a^2+b^2}; \quad \cos\varphi_{12} = \cos\varphi_{14} = b/\sqrt{a^2+b^2};$$

$$\cos\varphi_{21} = \cos\varphi_{23} = -\sin\varphi_{12} = -a/\sqrt{a^2+b^2};$$

$$\cos\varphi_{22} = \cos\varphi_{24} = -\sin\varphi_{11} = -b/\sqrt{a^2+b^2}.$$

Подставив эти значения в предыдущую формулу и произведя преобразования, получим следующие выражения для магнитной индукции и напряженности магнитного поля в центре прямоугольного витка с током:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\,\frac{8I\sqrt{a^2+b^2}}{ab}; \tag{15.17}$$

$$H = \frac{1}{4\pi}\,\frac{8I\sqrt{a^2+b^2}}{ab}. \tag{15.18}$$

3. Рассмотрим **два длинных прямолинейных проводника, расположенных параллельно друг другу**

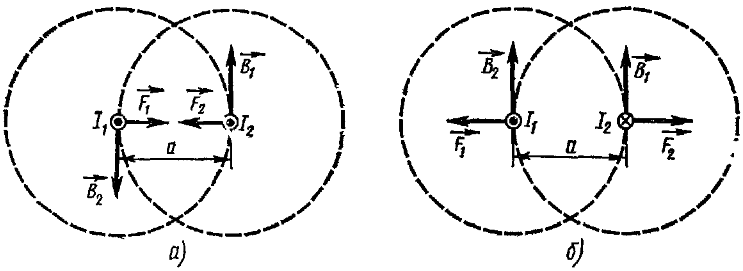

Рис. 15.4

на расстоянии a (рис. 15.4). Опыт показывает, что при пропускании по проводникам тока между ними возникают силы взаимодействия. Если токи I_1 и I_2 в обоих проводниках направлены в одну сторону (рис. 15.4, *а*), то проводники притягиваются друг к другу, а если направления токов взаимно противоположны, то проводники отталкиваются друг от друга (рис. 15.4, *б*). Это явление впервые было обнаружено А. Ампером в 1820 г. Взаимодействие параллельных токов легко объяснить на основе закона Ампера, если учесть, что каждый из проводников создает свое магнитное поле.

По закону Ампера (14.2), на элемент dl второго проводника с током I_2 действует сила $d\mathbf{F}_2$, численно равная

$$dF_2 = I_2 B_1 dl \sin(\widehat{d\mathbf{l}, \mathbf{B}_1}),$$

где $\mathbf{B}_1$ — магнитная индукция поля, создаваемого током I_1, идущим по первому проводнику.

Если длина проводников во много раз больше расстояния a между ними, а элемент dl находится вдали от концов проводника, то при определении B_1 можно считать первый проводник бесконечно длинным.

Тогда по формуле (15.14)

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1}{a},$$

причем вектор $\mathbf{B}_1$ перпендикулярен элементу $d\mathbf{l}$ второго проводника, так что $\sin(\widehat{d\mathbf{l}, \mathbf{B}_1}) = 1$. Поэтому сила $d\mathbf{F}_2$ численно равна

$$dF_2 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2dl}{a}.$$

Аналогичными рассуждениями легко показать, что на участок dl первого проводника действует сила $d\mathbf{F}_1$, направленная в сторону, противоположную $d\mathbf{F}_2$, и численно равная ей:

$$dF_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2dl}{a}.$$

Тогда для dF_1 и dF_2 можно написать общую формулу:

$$dF = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{a}\,dl. \tag{15.19}$$

Для нахождения числового значения вектора силы $\mathbf{F}$, действующей на участок проводника конечной длины l, проинтегрируем это равенство по l от 0 до l:

$$F = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{a}\,l. \tag{15.19'}$$

§ 15.3. Системы единиц электромагнитных величин

1. **Международная система единиц (СИ).** За единицу силы тока в СИ принимается **ампер** (А) — сила такого постоянного тока, при прохождении которого по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины, находящимся в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, сила электромагнитного взаимодействия между проводниками равна $2 \cdot 10^{-7}$ на каждый метр длины. С помощью этого определения ампера и формулы (15.19′) находим значение магнитной постоянной μ_0:

$$\mu_0 = \frac{4\pi Fa}{2I^2l} = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Н/А}^2 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{В} \cdot \text{с/(А} \cdot \text{м)},$$

так как 1 Н = 1 Дж/м = 1 В·Кл/м = 1 В·А·с/м.

Единицей магнитной индукции является **тесла** (Т) — магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой в 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника с током в 1 А, расположенного перпендикулярно направлению поля. Из формулы (14.3) следует, что

$$1\ \text{Т} = 1\ \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1\ \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = 1\ \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}.$$