уравнение (15.29) и запишем его в векторной форме:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\mathbf{p}_m}{(R^2 + h^2)^{3/2}}. \tag{15.31}$$

Тогда напряженность магнитного поля в точке C

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{2\mathbf{p}_m}{(R^2 + h^2)^{3/2}}. \tag{15.32}$$

Если точка C лежит далеко от центра кругового тока, т.е. $h \gg R$, то величиной R в знаменателе правой части (15.32) можно пренебречь:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{2\mathbf{p}_m}{h^3}. \tag{15.33}$$

Формула (15.33) по виду аналогична выражению для электрического смещения $\mathbf{D}$ в точках поля, лежащих на оси электрического диполя достаточно далеко от него [см. (2.10) и (2.19)[1]]. Поэтому магнитное поле кольцевого тока часто рассматривают как магнитное поле некоторого условного **«магнитного диполя»**, причем положительным или северным полюсом называют ту сторону плоскости витка, из которой линии магнитной индукции выходят, а отрицательным или южным магнитным полюсом — ту сторону плоскости витка, в которую они входят.

4. Введенное выше понятие о магнитном моменте кругового тока можно распространить также и на контур тока, имеющий произвольную форму:

$$\mathbf{p}_m = I \int_S \mathbf{n}\, dS, \tag{15.30'}$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к элементарному участку dS поверхности S, ограниченной контуром, I — сила тока в контуре. Очевидно, что в случае *плоского* контура поверхность S тоже плоская и все векторы $\mathbf{n}$ одинаково направлены (из конца вектора $\mathbf{n}$ ток в контуре должен быть виден идущим против часовой стрелки). Поэтому

$$\mathbf{p}_m = IS\mathbf{n} \quad \text{и} \quad p_m = IS. \tag{15.30''}$$

В гл. XVII показано, что вектор $\mathbf{p}_m$ определяет взаимодействие между контуром тока и внешним магнитным полем.

§ 15.5. Магнитное поле соленоида

1. **Соленоидом** называется цилиндрическая катушка, состоящая из большого числа намотанных вплотную друг к другу витков проводника, по которому идет ток. Соленоид можно рассматривать как систему последовательно соединенных круговых токов одинакового радиуса, имеющих общую ось. Магнитное поле тока, текущего по соленоиду, изображено на рис. 14.4, *г*.

[1] Можно показать, что выражения для $\mathbf{H}$ кругового витка и $\mathbf{D}$ электрического диполя имеют аналогичный вид не только в точках, лежащих соответственно на оси витка и оси диполя, но и во всех других точках.

2. На рис. 15.8 показано сечение соленоида длиной L с током I. Кружки с точками представляют собой сечения витков радиуса R, в которых ток направлен из-за чертежа к нам, а кружки с крестами —

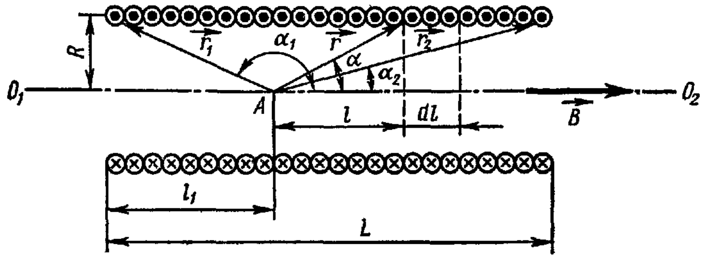

Рис. 15.8

сечения витков, в которых ток направлен за чертеж; n — число витков, приходящихся на единицу длины соленоида

Очевидно, что магнитная индукция **B** в любой точке A, лежащей на оси O_1O_2 соленоида, направлена вдоль оси по правилу буравчика и численно равна алгебраической сумме индукций магнитных полей, создаваемых в точке A всеми витками

Проведем из точки A к какому-либо витку радиус-вектор **r**, образующий с осью O_1O_2 угол α. Индукция $\mathbf{B}_1$ магнитного поля витка с током в точке A численно равна [см. (15.28)]

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + l^2)^{3/2}} .$$

На малый участок длины соленоида dl приходится ndl витков, создающих в точке A магнитное поле, индукция которого численно равна

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + l^2)^{3/2}} ndl \qquad (15.34)$$

Выразим переменные величины dl и $\sqrt{R^2 + l^2} = r$ через одну независимую переменную — угол α. Как видно из рис. 15.8, расстояние $l = R \operatorname{ctg} \alpha$, откуда

$$dl = - \frac{R d\alpha}{\sin^2 \alpha} . \qquad (15.35)$$

Длина радиуса-вектора **r** равна

$$r = \sqrt{R^2 + l^2} = R/\sin \alpha . \qquad (15.36)$$

Подставим в уравнение (15.34) выражения для dl и $(R^2 + l^2)^{3/2}$ из (15.35) и (15.36). После сокращений получим

$$dB = -(1/2)\, \mu\mu_0 nI \sin \alpha d\alpha . \qquad (15.37)$$

Для нахождения числового значения магнитной индукции в точке A поля соленоида с током необходимо проинтегрировать выражение (15.37) по всем значениям α. Пусть углы, которые образуют с осью соленоида радиусы-векторы $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$, проведенные к крайним виткам соленоида, равны α_1 и α_2 (рис. 15.8).

Тогда

$$B = -(1/2)\,\mu\mu_0 nI \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha$$

3. Магнитная индукция **B** в произвольной точке A оси соленоида численно равна

$$B = (1/2)\,\mu\mu_0 nI(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1),\ \text{где}\ \alpha_2 < \alpha_1. \qquad (15.38)$$

Напряженность **H** магнитного поля в точке A численно равна

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0} = \frac{nI}{2}(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1). \qquad (15.38')$$

Из рис. 15.8 видно, что

$$\cos\alpha_1 = -\frac{l_1}{\sqrt{R^2 + l_1^2}}, \quad \cos\alpha_2 = \frac{L - l_1}{\sqrt{R^2 + (L - l_1)^2}}. \qquad (15.39)$$

Из уравнений (15.38) и (15.39) следует, что числовое значение магнитной индукции в точке A, лежащей на оси соленоида, зависит от относительной магнитной проницаемости μ среды, заполняющей соленоид, густоты обмотки n, силы тока I в соленоиде, длины соленоида L и радиуса R витков, а также от положения точки A по отношению к его концам.

Можно доказать, что при прочих равных условиях индукция B наибольшая в точке, лежащей на середине оси соленоида, причем

$$B_{\text{макс}} = \mu\mu_0\, nI\, L \,/\, \sqrt{4R^2 + L^2}. \qquad (15.40)$$

4. Если длина соленоида во много раз больше радиуса его витков ($L \gg R$), то соленоид можно считать бесконечно длинным. Для точек оси такого соленоида, расположенных достаточно далеко от его концов, $\alpha_1 = \pi$ и $\alpha_2 = 0$. Следовательно, по формуле (15.38) магнитиая индукция внутри *бесконечно длинного соленоида* на его оси численно равна

$$B = \mu\mu_0\, nI, \qquad (15.41)$$

а напряженность магнитного поля

$$H = (B/\mu\mu_0) = nI. \qquad (15.42)$$

В § 16.1 показано, что магнитное поле внутри такого соленоида *однородно*. Поэтому формула (15.41) справедлива для магнитной индукции во всех точках, находящихся внутри соленоида.

Если точка A находится на одном из концов длинного соленоида, то, как видно из рис. 15.8, либо $\alpha_1 = \pi/2$ и $\alpha_2 = 0$, либо $\alpha_1 = \pi$ и $\alpha_2 = \pi/2$. Поэтому индукция и напряженность магнитного поля в точках оси длинного соленоида, совпадающих с его концами, равны:

$$B = \mu\mu_0\, nI/2 \quad \text{и} \quad H = nI/2.$$

5. **Магнитный момент $\mathbf{p}_m$ соленоида** равен геометрической сумме магнитных моментов всех его витков. Ток во всех витках одинаков,

их площади равны, а оси совпадают с осью соленоида. Поэтому магнитный момент $\mathbf{p}_m$ соленоида направлен вдоль его оси и численно равен

$$p_m = nLIS, \qquad (15.43)$$

где S — площадь витка, nL — общее число витков.

§ 15.6. Магнитное поле движущегося электрического заряда

1. В § 14.1 были приведены опыты (например, опыт А. Ф. Иоффе), неопровержимо доказывающие существование магнитного поля вокруг движущихся электрических зарядов. Закон Био — Савара — Лапласа позволяет найти выражения для индукции и напряженности этого магнитного поля.

Запишем закон Био — Савара — Лапласа в виде (15.5):

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\,\frac{I}{r^3}[d\mathbf{l}\,\mathbf{r}], \quad \text{или} \quad d\mathbf{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\,\frac{1}{r^3}[I d\mathbf{l}\,\mathbf{r}]. \qquad (15.44)$$

Сила постоянного тока в однородном проводнике связана с плотностью j тока соотношением (8.5) $I = jS$, где S — площадь поперечного сечения проводника. Поэтому

$$I d\mathbf{l} = S dl\,\mathbf{j} \qquad (15.45)$$

Предположим ради простоты, что ток в проводнике связан с упорядоченным движением одинаковых частиц-носителей заряда (например, электронов проводимости). Пусть q — заряд одной частицы, n_0 — их концентрация в проводнике, а $\mathbf{v}$ — одинаковая для всех частиц скорость их упорядоченного движения. В таком случае вектор плотности тока

$$\mathbf{j} = qn_0\mathbf{v}, \qquad (15.46)$$

Следует заметить, что в формулу (15.46) необходимо подставлять алгебраическое значение заряда q, так как согласно определению вектор плотности $\mathbf{j}$ тока совпадает по направлению с движением положительных зарядов.

Подставив значение для $\mathbf{j}$ из (15.46) в (15.45), получим

$$I d\mathbf{l} = qSdln_0\mathbf{v}.$$

Произведение $Sdln_0$ представляет собой полное число dn заряженных частиц, находящихся в объеме участка проводника длиной dl: $Sdln_0 = dn$, поэтому

$$I d\mathbf{l} = q\mathbf{v}dn. \qquad (15.45')$$

Подставим выражение для $I d\mathbf{l}$ в формулу (15.44):

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\,\frac{q\,dn}{r^3}[\mathbf{v}\mathbf{r}]. \qquad (15.47)$$