§ 17.3. Взаимодействие соленоидов

1. Рассмотрим взаимодействие двух бесконечно длинных соосных соленоидов A и $Б$, ближние концы которых отстоят друг от друга на расстоянии a (рис. 17.9). Обозначим число витков, приходящихся на единицу длины

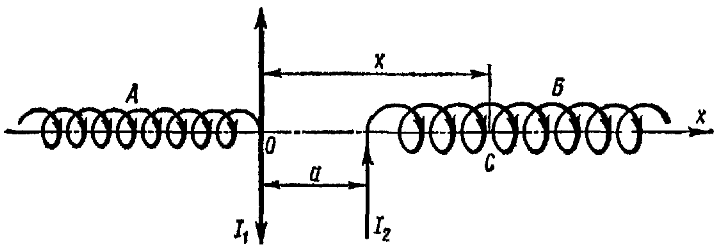

Рис. 17.9

первого и второго соленоидов, соответственно через n_1 и n_2, а площади этих витков — через S_1 и S_2. Пусть в соленоиде A идет ток I_1, а в соленоиде $Б$ — I_2. Проведем ось X вдоль оси соленоидов слева направо и примем за начало отсчета координаты x правый конец соленоида A (точка O). Предположим, что расстояние a между соленоидами во много раз больше радиусов их витков. Тогда можно считать, что векторы $\mathbf{B}_1$ индукции магнитного поля соленоида A, по которому идет ток I_1, одинаковы во всех точках в пределах каждого из витков соленоида $Б$ и направлены вдоль оси OX. Значение B_1 в произвольной точке C, лежащей на оси соленоидов и отстоящей на расстоянии x от начала координат, найдем по формуле (15.38):

$$B_1 = (\mu\mu_0/2)\, n_1 I_1 (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1), \tag{17.19}$$

где $\alpha_1 = \pi$, $\cos\alpha_2 = -x\Big/\sqrt{x^2 + R_1^2}$ и R_1 — радиус витков соленоида A.

Преобразуем выражение для $\cos\alpha_2$:

$$\cos\alpha_2 = -\frac{1}{\sqrt{1 + R_1^2/x^2}} = -\left(1 + \frac{R_1^2}{x^2}\right)^{-1/2}.$$

Разложим $\cos\alpha_2$ в ряд по формуле бинома Ньютона. Тогда

$$\cos\alpha_2 = -\left[1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{R_1^2}{x^2} + \frac{3}{8}\left(\frac{R_1^2}{x^2}\right)^2 - \cdots\right],$$

$$\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1 = \left[-1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{R_1^2}{x^2} - \frac{3}{8}\left(\frac{R_1^2}{x^2}\right)^2 + \cdots\right] + 1 =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{R_1^2}{x^2} - \frac{3}{8}\left(\frac{R_1^2}{x^2}\right)^2 + \cdots. \tag{17.20}$$

По условию, $R_1 \ll x$, поэтому вторым и всеми следующими членами в знакопеременном ряде (17.20) можно пренебречь по сравнению с первым членом:

$$\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1 \approx \frac{1}{2}\,\frac{R_1^2}{x^2}. \tag{17.20'}$$

Подставив это выражение в формулу (17.19), получим

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{2} n_1 I_1 \cdot \frac{1}{2} \frac{R_1^2}{x^2}, \text{ или } B_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{n_1 I_1 S_1}{x^2}, \tag{17.21}$$

где $S_1 = \pi R_1^2$ — площадь витков соленоида A.

2. Магнитный момент одного витка соленоида A равен $\mathbf{p}_m = I_2 S_2 \mathbf{i}$. Если центр этого витка находится в точке C, то действующую на него силу можно найти по формуле (17.8):

$$\mathbf{F}' = I_2 S_2 \frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial x} = -\frac{\mu\mu_0}{2\pi} I_2 S_2 n_1 I_1 S_1 \frac{1}{x^3} \mathbf{i}. \tag{17.22}$$

На участке соленоида $Б$ длиной dx размещается $n_2 dx$ витков. Поэтому сила $d\mathbf{F}$, действующая на элемент соленоида $Б$ длиной dx со стороны магнитного поля соленоида A, равна

$$d\mathbf{F} = \mathbf{F}' n_2 dx = -\frac{\mu\mu_0}{2\pi} I_2 S_2 n_1 I_1 S_1 \frac{n_2 dx}{x^2} \mathbf{i}. \tag{17.23}$$

Интегрируя это выражение по всей длине соленоида $Б$, т. е. от $x = a$ до $x = \infty$, найдем силу взаимодействия между двумя бесконечно длинными соленоидами A и $Б$:

$$\mathbf{F} = -\frac{\mu\mu_0}{2\pi} I_2 S_2 n_1 I_1 S_1 n_2 \int_a^\infty \frac{dx}{x^3} \mathbf{i} = -\frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 S_2 n_2 I_1 S_1 n_1}{a^2} \mathbf{i}. \tag{17.24}$$

Знак минус в формуле (17.24) свидетельствует о том, что сила $\mathbf{F}$, действующая на соленоид $Б$, направлена в сторону, противоположную положительному направлению оси X. Действительно, при выбранных на рис. 17.9 направлениях токов I_1 и I_2 соленоиды притягиваются друг к другу.

Если оси соленоидов A и $Б$ не совпадают друг с другом, то силовое взаимодействие между ними носит более сложный характер. При этом возникают также моменты сил, стремящиеся повернуть соленоиды так, чтобы их оси совпали, а магнитные моменты были направлены в одну сторону. Формула (17.24) не справедлива в случае взаимодействия коротких и близко расположенных друг к другу соосных катушек с током.

§ 17.4. Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле

1. На проводник с током в магнитном поле действуют силы, подчиняющиеся закону Ампера (14.5) и часто называемые поэтому **силами Ампера.** Вычислим работу, совершаемую этими силами при перемещении проводника с током в магнитном поле. При малом перемещении $d\mathbf{r}$ элемента $d\mathbf{l}$ проводника с током I работа силы Ампера $d\mathbf{F}$ равна

$$\delta A^* = d\mathbf{F}\, d\mathbf{r}. \tag{17.25}$$

По закону Ампера (14.5),

$$d\mathbf{F} = I[d\mathbf{l}\,\mathbf{B}],$$

где $\mathbf{B}$ — магнитная индукция. Подставив это выражение в (17.25), получим

$$\delta A^* = I[d\mathbf{l}\,\mathbf{B}]\, d\mathbf{r} = I d\mathbf{r}\,[d\mathbf{l}\,\mathbf{B}]. \tag{17.26}$$