учитывает действие всех этих причин. В случае неподвижного контура Φ_m изменяется только вследствие зависимости магнитной индукции от времени. Поэтому вместо $d\Phi_m/dt$ следует брать частную производную $\partial\Phi_m/\partial t$, так что э. д. с. индукции в неподвижном замкнутом проводнике

$$\mathscr{E}_i = -\frac{\partial\Phi_m}{\partial t}. \tag{19.11}$$

Из (19.10) и (19.11) окончательно получим

$$\oint_L \mathbf{E}d\mathbf{l} = -\frac{\partial\Phi_m}{\partial t} \tag{19.12}$$

Таким образом, *электрическое поле, возбуждаемое переменным магнитным полем, является вихревым*; циркуляция вектора его напряженности вдоль замкнутого контура отлична от нуля[1].

В согласии с принятой в физике правовинтовой системой координат направление вектора нормали $\mathbf{n}$, используемого при определении магнитного потока Φ_m в правой части соотношения (19.12), выбирается так, чтобы из конца вектора $\mathbf{n}$ обход замкнутого контура L при вычислении циркуляции $\mathbf{E}$ был виден происходящим против часовой стрелки.

15. Различное истолкование электромагнитной индукции в движущихся и неподвижных проводниках является результатом зависимости напряженности электрического поля и магнитной индукции от выбора системы отсчета. В действительности, как показал Максвелл (см. гл. XX), электрическое и магнитное поля взаимосвязаны и образуют единое **электромагнитное поле**. В дальнейшем будет показано, что в некоторых случаях и в некоторых системах отсчета это поле может проявляться как чисто электрическое или как чисто магнитное. Поэтому разделение электромагнитного поля на электрическое и магнитное является относительным. Оно зависит от того, в какой системе отсчета рассматривается действие этого поля.

§ 19.2. Электрический ток в витке, движущемся в однородном магнитном поле

1. По закону Ома, сила тока в витке, представляющем собой замкнутую электрическую цепь,

$$I = \mathscr{E}/R,$$

где R — электрическое сопротивление витка, $\mathscr{E}$ — алгебраическая сумма всех электродвижущих сил, действующих в этом контуре.

В дальнейшем будем считать, что виток при движении не деформируется и что никакие другие э. д. с., кроме э. д. с. электромагнитной индукции, в нем не действуют.

2. При поступательном движении витка его ориентация по отношению к вектору магнитной индукции $\mathbf{B}_0$ внешнего однород-

[1] Д. К. Максвелл обобщил этот результат на произвольный замкнутый контур, проведенный в переменном магнитном поле (см. гл. XXI).

ного поля не изменяется. Поэтому магнитный поток сквозь площадь S витка остается постоянным:

$$\Phi_m = \int_S B_{0n}\, dS = \text{const}.$$

$$\text{Следовательно, } \mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = 0 \text{ и}$$

$$I = 0.$$

В витке, движущемся поступательно в однородном магнитном поле, индукционный ток не возникает.

3. Из равенства нулю э. д. с. индукции для всего витка не следует делать вывод, что $\mathscr{E}_i = 0$ в любом отдельном элементе этого контура. В качестве примера рассмотрим прямоугольную рамку $ACDF$ (рис. 19.8), движущуюся со скоростью **v** в однородном магнитном поле. Плоскость рамки перпендикулярна вектору магнитной индукции $\mathbf{B}_0$, а скорость **v** параллельна сторонам AF и CD. Обозначим э. д. с. индукции, возникающие в сторонах AC, CD, DF и FA рамки, соответственно через $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$, $\mathscr{E}_3$ и $\mathscr{E}_4$. Стороны CD и FA при своем движении описывают не поверхности, а прямые линии. Поэтому для них $\Phi_m = 0$ и $(d\Phi_m/dt) = 0$. Следовательно, э. д. с. индукции в этих сторонах рамки не наводятся:

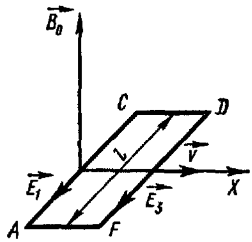

Рис. 19.8

$$\mathscr{E}_2 = \mathscr{E}_4 = 0.$$

Э. д. с. индукции в сторонах AC и DF по формуле (19.7) численно равны:

$$|\mathscr{E}_1| = |\mathscr{E}_3| = B_0 l v.$$

Направления векторов напряженностей $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_3$ соответствующих сторонних электрических полей показаны на рис. 19.8 стрелками. Таким образом, каждая из э. д. с. $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_3$ в отдельности вызывает противоположные по направлению токи в рамке, т. е. эти э. д. с. различаются знаком:

$$\mathscr{E}_3 = -\mathscr{E}_1.$$

Полная э. д. с. индукции в рамке равна алгебраической сумме:

$$\mathscr{E}_i = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3 + \mathscr{E}_4 = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_3 = 0.$$

Таким образом, хотя полная э. д. с. индукции в рамке равна нулю и индукционный ток в ней отсутствует, э. д. с. индукции в проводниках AC и DF отличны от нуля. В связи с этим электроны проводимости в сторонах AC и DF движущейся рамки перераспределяются таким образом, что создаваемое ими электростатическое поле компенсирует действие сторонних сил (сил Лоренца): потенциал постепенно изменяется от минимального значения в точках C и D до максимального в точках A и F, причем

$$\varphi_A - \varphi_C = \varphi_F - \varphi_D = |\mathscr{E}_i| = B_0 lv.$$

4. Если виток вращается вокруг оси, параллельной вектору магнитной индукции $\mathbf{B}_0$ однородного поля, то магнитный поток сквозь поверхность, ограниченную витком, не изменяется и

$$\mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = 0.$$

Следовательно, индукционный ток в витке не возникает.

5. Иначе обстоит дело, если замкнутый проводник вращается вокруг оси, непараллельной вектору $\mathbf{B}_0$. Рассмотрим простейший и в то же самое время наиболее часто встречающийся на практике случай вращения плоского витка в однородном магнитном поле, когда ось вращения лежит в плоскости витка и перпендикулярна вектору магнитной индукции. На рис. 19.9 плоскость витка AC и ось его вращения O перпендикулярны плоскости чертежа. Проведем вектор $\mathbf{n}$, нормальный к плоскости витка, и обозначим через α угол между векторами $\mathbf{n}$ и $\mathbf{B}_0$. Выберем начало отсчета времени t так, чтобы при $t = 0$ $\alpha = 0$. Если угловая скорость вращения витка постоянна и равна ω, то в произвольный момент времени угол $\alpha = \omega t$.

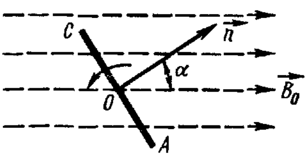

Рис. 19.9

Магнитный поток сквозь площадь S, натянутую на виток, найдем по формуле (16.14):

$$\Phi_m = \int_S B_{0n}\, dS,$$

где $B_{0n} = B_0 \cos\alpha$ одинаковы на всей поверхности интегрирования S. Поэтому

$$\Phi_m = B_0 \cos\alpha \int_S dS = B_0 S \cos\alpha = B_0 S \cos\omega t. \qquad (19.13)$$

Подставив значение Φ_m в основной закон электромагнитной индукции (19.2), найдем выражение для электродвижущей силы индукции, возникающей в витке:

$$\mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = B_0 S\omega \sin\omega t. \qquad (19.14)$$

6. Таким образом, в плоском витке, равномерно вращающемся в однородном магнитном поле, возбуждается э. д. с. индукции, изменяющаяся во времени по гармоническому закону. $\mathscr{E}_i$ обращается в нуль при $\alpha = \omega t = 0, \pi, 2\pi$ и т. д., т. е. когда плоскость рамки перпендикулярна вектору магнитной индукции $\mathbf{B}_0$. Э. д. с.

максимальна в те моменты времени, когда плоскость рамки располагается параллельно направлению поля:

$$\mathscr{E}_{\text{макс}} = B_0 S \omega \tag{19.15}$$

Поэтому формулу (19.14) можно записать в виде

$$\mathscr{E}_i = \mathscr{E}_{\text{макс}} \sin \omega t \tag{19.14'}$$

Возникновение э. д. с. индукции во вращающемся витке явилось основой для создания генераторов электрического тока.

7. Под действием э. д. с. индукции в витке возникает индукционный ток, также изменяющийся по гармоническому закону:

$$I_i = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = I_{\text{макс}} \sin \omega t, \tag{19.16}$$

где R — сопротивление цепи, $I_{\text{макс}} = \mathscr{E}_{\text{макс}}/R$ — максимальный ток.

8. Подсчитаем электрический заряд q, проходящий через поперечное сечение витка вследствие существования в витке индукционного тока. Из определения силы тока следует, что $I_i = dq/dt$, поэтому

$$dq = I_i \, dt = \frac{\mathscr{E}_i}{R} dt$$

Заменяя $\mathscr{E}_i$ по формуле (19.2), получим

$$dq = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi_m}{dt} dt = -\frac{1}{R} d\Phi_m.$$

Интегрируя это равенство, найдем

$$q = (\Phi'_m - \Phi''_m)/R, \tag{19.17}$$

где Φ'_m и Φ''_m — значения магнитного потока сквозь поверхность витка в его начальном и конечном положениях.

Таким образом, заряд q пропорционален уменьшению магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную витком, и обратно пропорционален электрическому сопротивлению цепи.

9. Пусть в начальный момент плоскость витка перпендикулярна направлению вектора $\mathbf{B}_0$ магнитной индукции однородного поля, а затем виток быстро повернут на 90° вокруг оси, перпендикулярной вектору $\mathbf{B}_0$. Тогда $\Phi'_m = B_0 S$, $\Phi''_m = 0$ и

$$q = B_0 S/R, \tag{19.18}$$

где S — площадь витка.

Измеряя величину q баллистическим гальванометром и зная площадь витка и сопротивление R цепи, можно по формуле (19.18) определить магнитную индукцию B_0. На этом принципе основаны специальные приборы для измерения магнитного потока и магнитной индукции, называемые **флюксметрами.**

10. Рассмотрим случай, когда в однородном магнитном поле равномерно вращается не один виток, а плоская рамка, состоящая из N после-

довательно соединенных одинаковых витков. Пусть ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна направлению поля. Тогда в каждом витке индуктируется э. д. с., выражаемая формулой (19.14). Все эти э. д. с. создают в витках одинаковые по направлению индукционные токи. Поэтому все э.д. с. имеют одинаковый знак, и результирующая э. д. с. индукции в рамке равна их арифметической сумме:

$$\mathscr{E}_i = NB_0S\omega \sin \omega t. \tag{19.19}$$

11. При выводе формул (19.13)—(19.16) и (19.19) мы предполагали, что магнитный поток Φ_m сквозь поверхность, ограниченную витком, создается только внешним магнитным полем. Однако это не вполне точно, так как индукционный ток в витке также создает магнитное поле, которое накладывается на внешнее поле. Поэтому полный магнитный поток Φ_m нужно определять по формуле, отличной от (19.13):

$$\Phi_m = B_0S \cos \omega t + \int_S B_n\, dS, \tag{19.13$'$}$$

где B_n — проекция на нормаль к плоскости витка вектора **B** магнитной индукции поля, создаваемого индукционным током в витке. Второе слагаемое правой части уравнения (19.13′) представляет собой так называемый **магнитный поток самоиндукции контура** Φ_{mc}. В электротехнике его называют, как уже указывалось в § 17.4, потокосцеплением самоиндукции. Способ вычисления Φ_{mc} рассмотрен в § 19.4.

Из основного закона электромагнитной индукции и выражения (19.13′) следует, что э. д. с. индукции и индукционный ток в контуре равны:

$$\mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = B_0S\omega \sin \omega t - \frac{d\Phi_{mc}}{dt}, \tag{19.14$''$}$$

$$I_i = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = \frac{B_0S\omega}{R} \sin \omega t - \frac{1}{R}\,\frac{d\Phi_{mc}}{dt}. \tag{19.16$'$}$$

§ 19.3. Вихревые токи (токи Фуко)

1. До сих пор мы рассматривали индукционные токи в **линейных контурах**, т. е. в проводниках, поперечные размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с их длиной. Однако индукционные токи возникают и в массивных проводниках. Отличие этих токов от индукционных в линейных проводниках состоит в том, что для их возникновения нет необходимости включать проводник в замкнутую цепь. Замкнутая цепь индукционного тока образуется в толще самого проводника. Поэтому индукционные токи в массивных проводниках носят вихревой характер.

2. Сила вихревого тока по закону Ома равна

$$I_{\text{вихр}} = \frac{\mathscr{E}_i}{R} = -\frac{1}{R}\,\frac{d\Phi_m}{dt}, \tag{19.20}$$