

4. На вихревые токи, возникающие в массивных проводниках при их движении в магнитном поле, действуют амперовы силы. В согласии с правилом Ленца вихревые токи имеют такое направление, что действующие на них амперовы силы должны тормозить движение проводника. В качестве иллюстрации рассмотрим следующий опыт. Между полюсами сильного электромагнита качается массивный алюминиевый маятник (рис. 19.10,а). Если ток в обмотке электромагнита отсутствует, то маятник совершает слабо затухающие колебания. При включении тока затухание колебаний резко возрастает. Если магнитное поле достаточно сильное, то колебания маятника становятся аperiodическими—отклоненный маятник медленно возвращается в положение равновесия. Это явление широко используется для гашения колебаний подвижных систем электроизмерительных приборов.

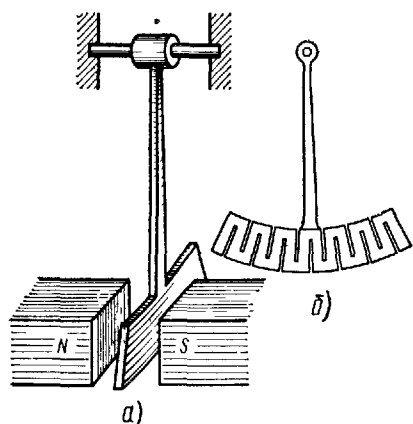


Рис. 19.10

Затухание колебаний маятника в магнитном поле уменьшится, если увеличить электрическое сопротивление маятника для индукционных токов. Это можно осуществить, сделав в маятнике большое число узких поперечных вырезов (рис. 19.10,б).

5. Токи Фуко действуют на источники индуктирующего их магнитного поля. Наглядным примером этого являются опыты Араго, рассмотренные в начале § 19.1. Вихревые токи, возникающие в медной пластинке при колебаниях расположенной вблизи нее магнитной стрелки, по закону Ленца тормозят движение стрелки. Наоборот, если стрелка неподвижна, а расположенная над стрелкой параллельная ей пластинка приводится в быстрое вращение, то в этой пластинке также возникают вихревые токи. Причина появления этих токов заключается в движении пластинки в магнитном поле стрелки. Если стрелка вращается синхронно с пластинкой, то в последней не возникает индукционного тока. По закону Ленца, индукционные токи Фуко в пластине противодействуют причине, вызвавшей их возникновение. Поэтому вращающаяся пластина увлекает за собой магнитную стрелку.

§ 19.4. Явление самоиндукции

1. Вокруг всякого проводника с током существует магнитное поле. Собственное магнитное поле контура создает магнитный поток самоиндукции $\Phi_{то}$ сквозь поверхность S , натянутую на этот контур:

$$\Phi_{mc} = \int_S B_n dS, \quad (19.21)$$

где B_n — проекция вектора индукции \mathbf{B} магнитного поля тока на нормаль к элементу поверхности dS .

По закону Био — Савара — Лапласа (15.5), магнитная индукция в точке, находящейся на расстоянии r от элемента $d\mathbf{l}$ контура тока I ,

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^3} [d\mathbf{l} \mathbf{r}],$$

откуда

$$\mathbf{B} = \oint_l d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_l \frac{\mu}{r^3} [d\mathbf{l} \mathbf{r}], \quad (19.22)$$

где интегрирование распространено на всю длину l контура.

Проекция векторной суммы \mathbf{B} на некоторое направление равна алгебраической сумме проекций на это направление всех составляющих векторов. Поэтому

$$B_n = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_l \frac{\mu}{r^3} [d\mathbf{l} \mathbf{r}]_n, \quad (19.23)$$

где $[d\mathbf{l} \mathbf{r}]_n$ — проекция векторного произведения $[d\mathbf{l} \mathbf{r}]$ на направление нормали к элементу dS поверхности. Подставляя значение B_n из (19.23) в (19.21), получаем

$$\Phi_{mc} = \int_S \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left\{ \oint_l \frac{\mu}{r^3} [d\mathbf{l} \mathbf{r}]_n \right\} dS.$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор, проведенный из начала вектора $d\mathbf{l}$ в центр элемента dS поверхности.

Сила тока I в контуре не зависит от S , а $\mu_0/4\pi$ — универсальная постоянная. Поэтому

$$\Phi_{mc} = I \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S dS \oint_l \frac{\mu}{r^3} [d\mathbf{l} \mathbf{r}]_n, \quad (19.24)$$

или

$$\Phi_{mc} = LI, \quad (19.25)$$

где

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S dS \oint_l \frac{\mu}{r^3} [d\mathbf{l} \mathbf{r}]_n \quad (19.26)$$

Величина L называется индуктивностью (статической индуктивностью) контура.

2. Из формулы (19.26) следует, что индуктивность контура зависит только от геометрической формы контура, его размеров и относительной магнитной проницаемости той среды, в которой он находится.

В этом отношении индуктивность контура является аналогом электрической емкости уединенного проводника, которая, как показано в § 5.1, зависит только от формы проводника, его размеров и относительной диэлектрической проницаемости среды.

Из (19.25) следует, что индуктивность контура численно равна магнитному потоку самоиндукции контура, когда сила тока в нем равна единице. При этом предполагается, что нет никаких иных магнитных полей, кроме магнитного поля, создаваемого током в рассматриваемом контуре.

3. Единица индуктивности в СИ называется **генри** (Г). Генри — индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого при силе тока в 1 А равен 1 Вб:

$$1 \text{ Г} = 1 \text{ Вб/А} = 1 \text{ В} \cdot \text{с/А}$$

В системе СГСМ за единицу индуктивности принимается **1 сантиметр**, так как размерность индуктивности контура в этой системе единиц оказывается равной размерности длины. Индуктивность контура равна 1 см, если при токе в 1 единицу СГСМ магнитный поток самоиндукции контура равен 1 Мкс:

$$1 \text{ см} = 1 \text{ Мкс/СГСМ}_I.$$

Так как $1 \text{ А} = 0,1 \text{ СГСМ}_I$ (см. § 15.3), $1 \text{ Вб} = 10^8 \text{ Мкс}$ (см. § 16.2), то

$$1 \text{ Г} = 10^9 \text{ см}.$$

4. Покажем на примере длинного соленоида, что индуктивность действительно зависит только от относительной магнитной проницаемости среды и геометрических размеров контура. Из выражения (19.25) имеем

$$L = \frac{\Phi_{mc}}{I} = \frac{N\Phi_m}{I}, \quad (19.27)$$

где N — общее число витков соленоида, $\Phi_m = BS$ — магнитный поток сквозь площадь S , ограниченную одним витком. Магнитная индукция B поля внутри длинного соленоида по формуле (15.41) равна

$$B = \mu\mu_0 nI = \mu\mu_0 (N/l) I,$$

где l — длина соленоида, $n = N/l$ — число витков на единицу длины. Поэтому индуктивность соленоида (19.27) можно выразить еще следующей формулой:

$$L = \mu\mu_0 (N^2/l) S = \mu\mu_0 n^2 V, \quad (19.28)$$

где $V = Sl$ — объем соленоида.

Таким образом, индуктивность соленоида пропорциональна квадрату числа витков на единицу длины, объему соленоида и относительной магнитной проницаемости вещества, из которого сделан сердечник. Строго говоря, формула (19.28) справедлива только для бесконечно длинного соленоида, витки которого вплотную прилегают друг к другу

и сделаны из провода с очень малым сечением, так как при ее выводе мы считали магнитное поле внутри соленоида однородным.

5. При прохождении по контуру непостоянного тока магнитный поток самоиндукции изменяется и в контуре наводится э. д. с. индукции.

Возникновение электродвижущей силы индукции в результате изменения тока в цепи получило название явления **самоиндукции**, а сама э. д. с. — э.д.с. **самоиндукции**, обозначаемой через \mathcal{E}_c . Из (19.2) и (19.25) следует, что

$$\mathcal{E}_c = -\frac{d}{dt}(LI) \quad (19.29)$$

Если контур тока не деформируется и относительная магнитная проницаемость среды не изменяется, то $L = \text{const}$ и

$$\mathcal{E}_c = -\frac{dI}{dt} L \quad (19.30)$$

Под действием э. д. с. самоиндукции появляется индукционный ток, который по закону Ленца противодействует изменению тока в цепи: замедляет его возрастание или убывание. По формуле (19.30) э. д. с. самоиндукции, а следовательно, и индукционный ток при прочих равных условиях пропорциональны индуктивности контура. Таким образом, индуктивность контура является мерой его инертности по отношению к изменению тока.

В гл. XX показано, что относительная магнитная проницаемость μ ферромагнетиков сильно зависит от напряженности магнитного поля. Поэтому при изменении тока в контуре, помещенном в ферромагнитную среду, индуктивность L контура изменяется. Однако и в этом случае э. д. с. самоиндукции можно записать в форме, аналогичной (19.30):

$$\mathcal{E}_c = -\frac{d\Phi_{mc}}{dt} = -L_{\text{дин}} \frac{dI}{dt}, \quad (19.30')$$

где $L_{\text{дин}} = d\Phi_{mc}/dI$ — так называемая **динамическая индуктивность контура**.

6. Найдем закон изменения тока в цепи при ее замыкании и размыкании, т. е. при неустановившемся режиме в цепи. Пусть индуктивность цепи L , а ее электрическое сопротивление R . По формуле (19.3), сила тока в цепи

$$I = (\mathcal{E} + \mathcal{E}_i)/R,$$

где \mathcal{E} — алгебраическая сумма э. д. с. источников электрической энергии, включенных в цепь; \mathcal{E}_i — э. д. с. индукции. Если внешнее магнитное поле постоянно, то индукционные явления в неподвижной цепи обусловлены только изменением тока, поэтому

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_i &= \mathcal{E}_c = -L(dI/dt), \\ I &= \frac{\mathcal{E} - L(dI/dt)}{R}. \end{aligned} \quad (19.31)$$

Для нахождения зависимости силы тока от времени разделим переменные в уравнении (19.31):

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E} - IR}{L}, \quad \frac{dI}{\mathcal{E} - IR} = \frac{1}{L} dt.$$

Полагая \mathcal{E} , R и L постоянными и интегрируя, получаем

$$\ln(\mathcal{E} - IR) = -\frac{R}{L}t + \ln C,$$

где C — произвольная постоянная интегрирования. Следовательно,

$$\mathcal{E} - IR = Ce^{-Rt/L}. \quad (19.32)$$

Пусть в начальный момент $t = 0$ сила тока равна I_0 . Тогда

$$\mathcal{E} - I_0R = C.$$

Подставим значение C в (19.32):

$$\mathcal{E} - IR = (\mathcal{E} - I_0R)e^{-Rt/L}.$$

После преобразований получим

$$I = I_0 e^{-Rt/L} + \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L}) \quad (19.33)$$

Формула (19.33) позволяет найти законы изменения тока в замкнутой цепи, обладающей постоянными сопротивлением R и индуктивностью L , при включении в эту цепь и выключении из нее источника постоянной э. д. с. \mathcal{E} .

7. В случае включения источника э. д. с. начальный ток $I_0 = 0$, и формула (19.33) имеет вид

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L}). \quad (19.34)$$

Ток в цепи постепенно увеличивается от нуля до значения \mathcal{E}/R , соответствующего силе постоянного тока (рис. 19.11). Нарастание тока происходит тем быстрее, чем больше отношение R/L , т. е. чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление. Это явление можно наблюдать в опыте, схема которого приведена на рис. 19.12. Две одинаковые лампы накаливания A и B включены параллельно в цепь аккумуля-

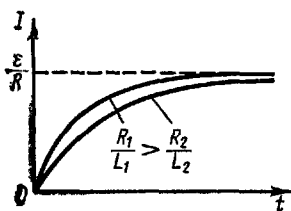


Рис. 19.11

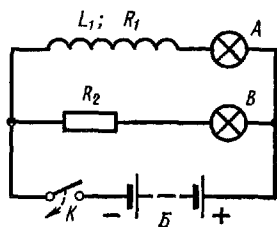


Рис. 19.12

муляторной батареи B . Последовательно с лампой A включен соленоид с железным сердечником, индуктивность которого L_1 , а сопротивление R_1 . Последовательно с лампой B включен резистор сопротивлением $R_2 = R_1$. При замыкании ключа K ток в лампе B устанавливается практически мгновенно, а в лампе A он постепенно возрастает до

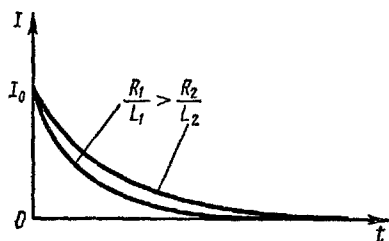


Рис. 19.13

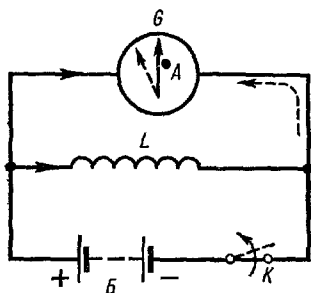


Рис. 19.14

равновесного значения. Поэтому нить лампы A накаливается значительно медленнее, чем нить лампы B .

После установления в лампе A равновесного постоянного тока она светится так же, как и лампа B .

8. В случае выключения источника э. д. с. $\mathcal{E} = 0$ и формула (19.33) имеет вид

$$I = I_0 e^{-Rt/L}. \quad (19.35)$$

Ток в цепи постепенно уменьшается от начального значения I_0 до нуля (рис. 19.13). Ток уменьшается тем быстрее, чем больше сопротивление цепи и чем меньше ее индуктивность.

Существование индукционного тока при выключении источника э. д. с. можно продемонстрировать на опыте, предложенном А. А. Эйнхенвальдом (рис. 19.14). Магнитоэлектрический гальванометр G (см. § 17.2) и катушка L , обладающая большой индуктивностью, включены параллельно в цепь аккумуляторной батареи B . При замкнутом ключе K ток в гальванометре и катушке направлен слева направо, при этом стрелка гальванометра отклоняется вправо. Если на шкале прибора вблизи нейтрального положения стрелки установить стопор A , препятствующий отклонению стрелки вправо, то при замкнутом ключе K она будет оставаться в нейтральном положении. При размыкании ключа K индукционный ток, возникающий в катушке, будет совпадать с направлением основного тока. Проходя через гальванометр справа налево (см. пунктирную стрелку на рис. 19.14), этот ток вызовет заметное отклонение стрелки влево.

9. Произведем приближенную оценку значения э. д. с. самоиндукции, возникающей при мгновенном увеличении сопротивления цепи постоянного тока от R_0 до R . Пусть \mathcal{E} — алгебраическая сумма э. д. с. всех источников, возбуждающих постоянный ток силой

$$I_0 = \mathcal{E}/R_0. \quad (19.36)$$

После мгновенного увеличения сопротивления сила тока I в цепи изменяется по формуле (19.33). Подставив в нее из (19.36) I_0 , имеем

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_0} e^{-Rt/L} + \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-Rt/L}).$$

Дифференцируя это выражение по t и умножая на $(-L)$, получаем

$$\mathcal{E}_c = \frac{\mathcal{E}R}{R_0} e^{-Rt/L} - \mathcal{E} e^{-Rt/L} = \mathcal{E} \left(\frac{R}{R_0} - 1 \right) e^{-Rt/L},$$

откуда

$$\frac{\mathcal{E}_c}{\mathcal{E}} = \frac{(R/R_0) - 1}{e^{Rt/L}}. \quad (19.37)$$

Из формулы (19.37), следует, что при значительном увеличении сопротивления цепи $[(R/R_0) \gg 1]$, обладающей большой индуктивностью, э. д. с. самоиндукции может во много раз превышать \mathcal{E} .

Большая э. д. с. самоиндукции, возникающая при быстром размыкании электрической цепи, может вызвать пробой воздушного зазора между контактами выключателя (проскакивает искра или даже возникает дуговой разряд). Электрическая дуга расплавляет контакты выключателя и выводит его из строя. Для предотвращения искрения контактов выключателя цепи низкого напряжения параллельно контактам включают конденсатор. В момент замыкания цепи конденсатор заряжается, а затем разряжается через цепь. В электрических цепях высокого напряжения применяются выключатели специальной конструкции (масляные и др.), обеспечивающие быстрое гашение дугового разряда.

10. При прохождении по проводнику переменного тока магнитное поле внутри проводника изменяется и в нем возникают вихревые токи самоиндукции. В случае круглого цилиндрического проводника плоскости вихревых токов проходят через его ось. Направление этих токов можно определить с помощью закона Ленца. На рис. 19.15, а показано направление вихревых токов при возрастании основного тока I в проводнике, а на рис. 19.15, б — при его убывании. В обоих случаях вихревые токи направлены таким образом, что они противодействуют изменению основного тока внутри проводника и способствуют его изменению вблизи поверхности. Следовательно, для переменного тока сопротивление внутренних частей проводника оказывается больше, чем внешних. Поэтому плотность переменного тока неодинакова по сечению. Она максимальна на поверхности проводника и минимальна на его оси. Это явление получило название **поверхностного эффекта** или **скин-эффекта**¹.

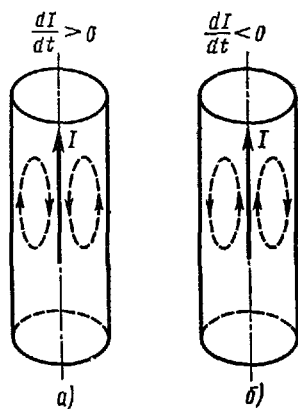


Рис. 19.15

¹ По-английски слово «скин» (skin) означает «кожа», т. е. в вольном переводе — поверхность.

Переменные токи высокой частоты проходят только по очень тонкому поверхностному слою проводника. Для таких токов применяются проводники трубчатой формы. Их внешняя поверхность не должна иметь трещин, коррозии и других повреждений, так как это сильно влияет на сопротивление. Поэтому поверхность проводников, предназначенных для токов высокой частоты, часто покрывают тонким слоем серебра.

При нагреве сплошных проводников токами высокой частоты в результате скин-эффекта почти вся теплота выделяется в поверхностном слое. На этой основе В. П. Вологдин и другие разработали методы поверхностной закалки металлов, широко применяемые при изготовлении шестерен, коленчатых валов и других деталей машин, подвергающихся ударным нагрузкам.

§ 19.5. Взаимная индукция. Трансформатор

1. Явление взаимной индукции заключается в наведении э. д. с. индукции во всех проводниках, находящихся вблизи цепи переменного тока. Впервые это явление наблюдал Фарадей в опыте, изображенном на рис. 19.1. При изменении тока I_1 в первой цепи (с помощью ключа или реостата) во второй наводится э. д. с. взаимной индукции \mathcal{E}_2 и возникает индукционный ток. Из основного закона электромагнитной индукции (19.2) следует, что

$$\mathcal{E}_2 = -d\Phi_{m21}/dt, \quad (19.38)$$

где Φ_{m21} — магнитный поток сквозь поверхность второго контура, обусловленный магнитным полем тока, проходящего в первом контуре. Эту величину естественно назвать магнитным потоком взаимной индукции второго и первого контуров. В электротехнике ее называют потокоцеплением взаимной индукции (см. § 17.4).

2. В соответствии с законом Био — Савара — Лапласа индукция магнитного поля первого контура пропорциональна току I_1 . Путем рассуждений, аналогичных приведенным в начале предыдущего параграфа, можно показать, что магнитный поток Φ_{m21} пропорционален току I_1 :

$$\Phi_{m21} = M_{21} I_1, \quad (19.39)$$

где M_{21} — коэффициент пропорциональности, зависящий только от геометрической формы, размеров и взаимного расположения первого и второго контуров, а также от относительной магнитной проницаемости среды, в которой они находятся¹. Коэффициент M_{21} называется взаимной индуктивностью (статической взаимной индуктивностью) второго и первого контуров.

Из сопоставления формул (19.39) и (19.25) следует, что взаимная индуктивность двух контуров имеет такую же размерность и выражается в тех же единицах, что и индуктивность L .

¹ Предполагается, что контуры изолированы от влияния внешних магнитных полей, а среда однородна и изотропна.