Следовательно, в пределе при $h \to 0$ уравнение (21.27) будет иметь вид

$$\int_{\Delta S} [\varepsilon_1 \mathbf{E}_1 \mathbf{n}_1 + \varepsilon_2 \mathbf{E}_2 \mathbf{n}_2]\, dS = 0. \tag{21.27'}$$

Нормали $\mathbf{n}_1$ и $\mathbf{n}_2$ направлены во взаимно противоположные стороны ($\mathbf{n}_2 = -\mathbf{n}_1$). Для участка поверхности ΔS, по которому производится интегрирование, естественно выбрать какое-нибудь одно направление нормали $\mathbf{n}$, например $\mathbf{n} = \mathbf{n}_2$. Тогда $\mathbf{E}_1\mathbf{n}_1 = -\mathbf{E}_1\mathbf{n} = -E_{1n}$, $\mathbf{E}_2\mathbf{n}_2 = \mathbf{E}_2\mathbf{n} = E_{2n}$ и уравнение (21.27′) можно представить в виде

$$\int_{\Delta S} (\varepsilon_2 E_{2n} - \varepsilon_1 E_{1n})\, dS = 0.$$

Так как участок ΔS выбран на поверхности раздела двух сред совершенно произвольно, то это равенство может выполняться только при условии

$$\varepsilon_2 E_{2n} - \varepsilon_1 E_{1n} = 0,$$

совпадающем со вторым соотношением (21.25).

Четвертое условие (21.25) можно получить аналогичным образом, воспользовавшись четвертым уравнением Максвелла (21.22).

Вопросы для повторения

1. В чем состоит обобщение закона электромагнитной индукции, сделанное Максвеллом?
2. Поясните принцип действия бетатрона.
3. Что называется током смещения? Каково его магнитное действие и как его можно обнаружить?
4. Напишите выражение обобщенного закона полного тока.
5. Какова взаимосвязь между переменными электрическим и магнитным полями?
6. Напишите полную систему уравнений Максвелла для электромагнитного поля.

Примеры решения задач

Задача 21.1. Длинный цилиндрический конденсатор заряжается от источника э.д.с. Доказать, что ток смещения в диэлектрике, заполняющем пространство между обкладками конденсатора, равен току в цепи источника э.д.с. Искажениями поля у концов конденсатора пренебречь.

Решение. Для определенности предположим, что внутренняя обкладка конденсатора заряжается положительно. Проведем в диэлектрике цилиндрическое сечение радиуса r. Обозначим его площадь через S. Ток смещения сквозь это сечение диэлектрика, по формуле (21.15),

$$I_{смеш} = \int_S \frac{\partial D_n}{\partial t}\, dS, \tag{a}$$

где D_n — проекция вектора $\mathbf{D}$ электрического смещения поля конденсатора на направление внешней нормали $\mathbf{n}$ к элементу сечения dS. Вектор $\mathbf{n}$ направлен по радиусу цилиндра S от его оси к элементу dS. Точно так же направлен и вектор $\mathbf{D}$ в точках площадки dS. Поэтому $D_n = D$. По формуле (3.26) имеем

$$D_n = D = \tau/2\pi r,$$

где τ — линейная плотность зарядов на внутренней обкладке конденсатора. Если заряд этой обкладки равен q, а ее высота l, то

$$\tau = q/l \quad \text{и} \quad D_n = q/2\pi r l.$$

Для рассматриваемого сечения r постоянно, поэтому

$$\frac{\partial D_n}{\partial t}=\frac{1}{2\pi rl}\ \frac{\partial q}{\partial t}.$$

Заряд q конденсатора зависит только от времени, так что разницы между частиой и полной производными от q по t нет:

$$\frac{\partial D_n}{\partial t}=\frac{1}{2\pi rl}\ \frac{dq}{dt}.$$

Подставив это выражение в формулу (а), получим

$$I_{\text{смещ}}=\int\limits_S \frac{1}{2\pi rl}\ \frac{dq}{dt}\,dS.$$

Так как dq/dt от переменной интегрирования S не зависит, то

$$I_{\text{смещ}}=\frac{1}{2\pi rl}\ \frac{dq}{dt}\int\limits_S dS=\frac{S}{2\pi rl}\ \frac{dq}{dt}.$$

Площадь сечения диэлектрика $S=2\pi rl$, а скорость изменения заряда конденсатора (dq/dt) есть сила зарядного тока I, т. е. тока в цепи, соединяющей конденсатор с источником э.д.с. Таким образом,

$$I_{\text{смещ}}=I.$$