и q_0 будет положительной при сближении зарядов и отрицательной при их удалении друг от друга.

Из (3.3) видно, что работа, совершаемая при перемещении заряда q_0 в поле точечного заряда q, не зависит от формы пути, по которому движется заряд q_0. Она зависит только от начального и конечного положений заряда q_0, диэлектрической проницаемости среды и величины зарядов q и q_0.

3. Если заряд q_0 перемещается в поле, созданном системой точечных зарядов $q_1, q_2, \ldots, q_n$, то на него действует сила $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots + \mathbf{F}_n$. Работа A равнодействующей силы равна алгебраической сумме работ составляющих сил (см. т. I, § 3.1). Поэтому

$$A = A_1 + A_2 + \cdots + A_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_{i1}} - \frac{1}{r_{i2}}\right), \qquad (3.3')$$

где r_{i1} и r_{i2} — расстояния от заряда q_i до точек a и b, т. е. до начального и конечного положений заряда q_0.

Полная работа A, как и каждая из работ $A_1, A_2, \ldots, A_n$, зависит от начального и конечного положений заряда q_0, но не зависит от формы его пути. Следовательно, *электростатические силы являются консервативными.*

4. Работа, которую совершают силы электростатического поля, перемещая единичный положительный заряд по замкнутому пути L, численно равна

$$\oint_L E\,dl \cos(\widehat{\mathbf{E}, d\mathbf{l}}) = \oint_L \mathbf{E}\,d\mathbf{l}$$

Этот интеграл называется **циркуляцией напряженности** вдоль замкнутого контура L.

В случае замкнутого пути начальная и конечная его точки совпадают. Поэтому, как следует из формулы (3.3'), работа, совершаемая при перемещении заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути, равна нулю. Иначе говоря, циркуляция напряженности электростатического поля вдоль замкнутого контура равна нулю, т. е.

$$\oint_L E\,dl \cos(\widehat{\mathbf{E}, d\mathbf{l}}) = 0. \qquad (3.4)$$

Силовое поле, напряженность $\mathbf{E}$ которого удовлетворяет условию (3.4), называется **потенциальным**. Таким образом, электростатическое поле является потенциальным.

§ 3.2. Потенциал электростатического поля

1. На свободный заряд q_0, находящийся в электростатическом поле, действует сила $q_0\mathbf{E}$, сообщающая ему ускорение.

Работа A, совершаемая силами электростатического поля при перенесении заряда q_0, зависит только от величины этого заряда и его начального и конечного положений в поле, поэтому она, очевидно, равна убыли потенциальной энергии[1] W этого заряда:

$$dA = -dW, \tag{3.5}$$

$$A = \int_a^b q_0 E dl \cos(\widehat{\mathbf{E}, d\mathbf{l}}) = -\Delta W = W_1 - W_2, \tag{3.6}$$

где W_1 и W_2 — значения потенциальной энергии заряда q_0 в точках a и b поля.

Полученный результат формально является следствием того, что на основании (3.4) подынтегральное выражение в (3.6) представляет собой полный дифференциал. Полезно заметить, что в том случае, если бы работа A зависела от формы пути переноса заряда q_0 из точки a в точку b, т. е. если бы не выполнялось условие (3.4), то равенство (3.6) не имело бы смысла. На этом вопросе мы подробно останавливались в § 10.3 и 10.4 первого тома курса в связи с рассмотрением работы, совершаемой термодинамической системой.

2. Пусть точечный заряд q_0 движется в электростатическом поле точечного заряда q. Изменение потенциальной энергии заряда q_0 при бесконечно малом его перемещении равно

$$dW = -dA = -\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\,dr. \tag{3.7}$$

При конечном перемещении заряда q_0 из точки a в точку b, которые находятся на расстояниях r_1 и r_2 от заряда q, изменение потенциальной энергии заряда q_0

$$\Delta W = W_2 - W_1 = -\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_2} - \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1} \tag{3.8}$$

3. В общем случае поле создается не одним точечным зарядом, а системой из n зарядов ($q_1, q_2, \ldots, q_n$), произвольно расположенных в пространстве. При перемещении заряда q_0 в поле электростатические силы совершают работу, равную алгебраической сумме работ, произведенных силами, действующими на q_0 со стороны каждого из зарядов $q_1, q_2, \ldots, q_n$. Из (3.6) и (3.3') следует, что изменение потенциальной энергии заряда q_0 при перемещении его из одной точки поля в другую

$$\Delta W = q_0 \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_{i2}} - \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_{i1}}\right), \tag{3.9}$$

где r_{i1} и r_{i2} — расстояния между зарядами q_i и q_0 до и после перемещения последнего.

4. Формулы (3.8) и (3.9) позволяют найти лишь **изменение** потенциальной энергии заряда q_0, но не ее абсолютное значение. Для

[1] Часто величину W называют взаимной потенциальной энергией заряда q_0 и зарядов, создающих поле.

определения абсолютного значения потенциальной энергии, которой обладает электрический заряд в данной точке электростатического поля, необходимо условиться о том, в какой точке поля считать его потенциальную энергию равной нулю. Интегрируя уравнение (3.7), получаем для энергии заряда q_0, помещенного в поле точечного заряда q на расстоянии r от последнего, выражение

$$W = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} + C \tag{3.10}$$

где C — произвольная постоянная.

Условимся, как это обычно делают, считать потенциальную энергию заряда q_0 равной нулю на бесконечно большом расстоянии от q. Подставив в уравнение (3.10) $r = \infty$ и $W = 0$, получим, что $C = 0$. Поэтому потенциальная энергия заряда q_0, находящегося на расстоянии r от точечного заряда q,

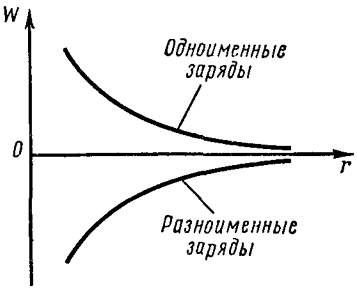

Рис. 3.2

$$W = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}. \tag{3.11}$$

Если заряды q_0 и q одноименные, то потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна и возрастает по мере сближения этих зарядов. Наоборот, в случае взаимного притяжения разноименных зарядов потенциальная энергия $W < 0$ и возрастает до нуля при удалении одного из зарядов в бесконечность. Зависимость потенциальной энергии двух точечных зарядов от расстояния между ними показана на рис. 3.2.

Потенциальная энергия W заряда q_0, находящегося в поле точечных зарядов $q_1, q_2, \ldots, q_n$, равна сумме его потенциальных энергий W_i в полях, создаваемых каждым из зарядов в отдельности[1]:

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i = q_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_i}, \tag{3.12}$$

где r_i — расстояние между зарядами q_i и q_0.

5. Из формул (3.11) и (3.12) видно, что отношение потенциальной энергии W заряда q_0 к его величине не зависит от q_0 и поэтому может служить энергетической характеристикой электростатического поля. Отношение W/q_0 обозначается через φ и называется **потенциалом элекростатического поля:**

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_i}, \tag{3.13}$$

[1] Это следует из того, что каждый из зарядов $q_1, q_2, \ldots, q_n$ действует на заряд q_0 так же, как если бы не было других зарядов.

где r_i — расстояние от точки поля, обладающей потенциалом φ, до заряда q_i.

Из определения потенциала следует, что он численно равен потенциальной энергии единичного пробного положительного точечного заряда, помещенного в рассматриваемую точку электростатического поля.

Потенциал поля, создаваемого одним точечным зарядом q, равен [см. формулу (3.11)]

$$\varphi = q/(4\pi\varepsilon_0\varepsilon r). \tag{3.13'}$$

6. Работу, совершаемую электрическими силами при перемещении заряда q_0 из точки a в точку b электростатического поля, можно, пользуясь формулами (3.6) и (3.13), выразить через разность потенциалов φ_1 и φ_2 в точках a и b:

$$A = W_1 - W_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{3.14}$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении точечного заряда, равна произведению этого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках пути.

7. Если точка b лежит в бесконечности, то потенциальная энергия заряда q_0 в этой точке равна нулю ($W_2 = 0$), а следовательно, и потенциал поля в точке b равен нулю ($\varphi_2 = 0$). Тогда по формуле (3.14) работа перемещения заряда q_0 из точки a в бесконечность $A_\infty = W_1 = q_0\varphi_1$, откуда $\varphi_1 = A_\infty/q_0$. Так как a — произвольная точка поля, то, отбрасывая индекс у φ, получим

$$\varphi = A_\infty/q_0. \tag{3.15}$$

Поэтому потенциал данной точки электростатического поля можно определить как физическую величину, численно равную работе, совершаемой электростатическими силами при перемещении единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.

Очевидно, что эта работа численно равна работе, совершаемой внешними силами (против сил электростатического поля) при переносе единичного положительного заряда из бесконечности в данную точку поля.

На практике часто бывает удобнее считать равным нулю потенциал Земли. Это допустимо, так как при любых расчетах важно знать р а з н о с т ь п о т е н ц и а л о в между какими-либо точками электростатического поля, а не абсолютные значения потенциалов в этих точках. Во всех случаях, когда говорят о потенциале в данной точке поля, подразумевают разность потенциалов между этой точкой и другой точкой, потенциал которой условились считать равным нулю.

8. Е д и н и ц у р а з н о с т и п о т е н ц и а л о в можно определить из выражения (3.14):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = A/q_0.$$

Разность потенциалов между двумя точками электростатического поля равна единице разности потенциалов, если при перемещении между этими точками единичного заряда силы поля совершают работу, равную единице.

В СИ за единицу разности потенциалов принимают **вольт** (В). Разность потенциалов между двумя точками поля равна одному вольту, если для перемещения между ними заряда в один кулон нужно совершить работу в один джоуль:

$$1\text{В} = 1\ \text{Дж/Кл}.$$

В системе единиц СГСЭ за единицу разности потенциалов принимается разность потенциалов между такими двумя точками поля, для перемещения между которыми единицы СГСЭ заряда нужно совершить работу в 1 эрг:

$$1\text{СГСЭ}_\varphi = 1\ \text{эрг/СГСЭ}_q.$$

Так как 1 Дж $= 10^7$ эрг и 1 Кл $= 3\cdot 10^9$ СГСЭ$_q$, то

$$1\ \text{В} = (1/300)\,\text{СГСЭ}_\varphi.$$

В атомной физике и электронике очень часто употребляют единицу работы и энергии, называемую **электронвольтом** (эВ). Один электронвольт равен работе, совершаемой при перемещении заряда, равного заряду электрона, между двумя точками поля с разностью потенциалов один вольт:

$$1\ \text{эВ} = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Кл}\cdot 1\ \text{В} = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Дж} = 1{,}6\cdot 10^{-12}\ \text{эрг}.$$

9. Из сопоставления (3.13) и (3.13′) видно, что при наложении электростатических полей потенциал в какой-либо точке результирующего поля равен *алгебраической* сумме потенциалов в этой точке каждого из слагаемых полей. В этом заключается существенное преимущество скалярной характеристики поля (потенциала) перед его векторной характеристикой — напряженностью, которая равна *геометрической* сумме напряженностей слагаемых полей. Напряженность поля является его *силовой* характеристикой, а потенциал — *энергетической*. Между ними существует тесная взаимосвязь, которая рассматривается в следующем параграфе.

§ 3.3. Связь между потенциалом и напряженностью. Эквипотенциальные поверхности

1. Из формул (3.1) и (3.5) следует, что элементарная работа, совершаемая при бесконечно малом перемещении заряда q_0 в электростатическом поле,

$$dA = q_0 E \cos(\widehat{\mathbf{E}, d\mathbf{l}})\, dl = -dW.$$

Так как заряд $q_0 = \text{const}$, то из (3.13) имеем

$$dW = q_0 d\varphi,$$

откуда