

Глава V

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ

§ 5.1. Электроемкость уединенного проводника

1. Рассмотрим проводник, находящийся в однородной среде вдали от заряженных тел и других проводников. Такой проводник назовем уединенным. В § 4.1 было показано, что при сообщении уединенному проводнику некоторого заряда последний распределяется по его поверхности с различной поверхностной плотностью σ . Однако характер этого распределения зависит не от общего заряда q , а только от формы проводника. Каждая новая часть зарядов распределяется по поверхности проводника подобно предыдущей. Таким образом, σ изменяется пропорционально q , т.е.

$$\sigma = kq, \quad (5.1)$$

где k — некоторая функция координат рассматриваемой точки поверхности.

Разобьем поверхность S проводника на бесконечно малые элементы dS , несущие заряды σdS . Каждый такой заряд можно считать точечным. Потенциал $d\varphi$ поля заряда σdS в точке, отстоящей от него на расстоянии r , равен [см. формулу (3.13')]

$$d\varphi = \sigma dS / (4\pi\epsilon_0\epsilon r).$$

Интегрируя это выражение по всей замкнутой поверхности S заряженного проводника, находим потенциал в произвольной точке его электростатического поля:

$$\varphi = \oint_S \frac{\sigma dS}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}. \quad (5.2)$$

Заменяя σ по формуле (5.1) и вынося q за знак интеграла, получаем

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \oint_S \frac{kdS}{r}. \quad (5.3)$$

Для точки, лежащей на поверхности проводника, r является функцией координат этой точки и элемента dS . В этом случае интеграл, стоящий в правой части уравнения (5.3), зависит только от размеров и формы поверхности S проводника. Выбор точки на поверхности S не играет роли, так как для всех точек проводника $\varphi = \text{const}$ и значения $\oint_S \frac{kdS}{r}$ одинаковы.

В формулах (5.2) и (5.3) принято, что потенциал незаряженного уединенного проводника ($q = 0$ и $\sigma = 0$) равен нулю, так как предполагается отсутствие всех внешних электростатических полей.

2. Из формулы (5.3) видно, что потенциал уединенного проводника прямо пропорционален его заряду. Отношение q к φ для данного проводника называется его **электрической емкостью** (электроемкостью или просто **емкостью**) C , т.е.

$$C = q/\varphi, \text{ или } C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \oint_S \frac{kdS}{r}. \quad (5.4)$$

Электроемкость уединенного проводника численно равна электрическому заряду, который нужно сообщить этому проводнику для того, чтобы потенциал его изменился на единицу.

Электроемкость уединенного проводника зависит от его формы и размеров [интеграл в (5.4)], причем геометрически подобные проводники обладают емкостями, пропорциональными их линейным размерам. Это связано с тем, что на геометрически подобных проводниках распределение зарядов тоже будет подобным, а расстояния от аналогичных зарядов до соответствующих точек поля пропорциональны линейным размерам проводников. Потенциал электростатического поля, создаваемого каждым точечным зарядом, обратно пропорционален расстоянию от этого заряда. Таким образом, потенциалы одинаково заряженных и геометрически подобных проводников должны быть обратно пропорциональны их линейным размерам, а электроемкости этих проводников — прямо пропорциональны им.

Электроемкость уединенного проводника зависит от диэлектрических свойств окружающей его среды. В случае однородной изотропной среды электроемкость проводника пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости среды [см вторую формулу (5.4)].

Ни от материала проводника, ни от его агрегатного состояния, ни от формы и размеров возможных полостей внутри проводника его электроемкость не зависит. Это связано с тем, что избыточные заряды распределены только на внешней поверхности проводника. Следует заметить, что C не зависит также ни от заряда проводника, ни от его потенциала. Это совершенно не противоречит первому соотношению (5.4), которое лишь показывает, что потенциал уединенного проводника пропорционален его заряду и обратно пропорционален емкости.

3. Потенциал уединенного проводящего шара радиуса R , несущего заряд q и находящегося в однородной среде с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ , по формуле (3.30') равен

$$\varphi = q/(4\pi\epsilon_0\epsilon R).$$

Отсюда емкость шара

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R. \quad (5.5)$$

При использовании системы единиц СГСЭ

$$C = \epsilon R. \quad (5.5')$$

4. За единицу электроемкости в СИ, называемую **фарадой** (Φ),

принимается электроемкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на один вольт при сообщении ему заряда в один кулон:

$$1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл/В.}$$

Из (5.5) следует, что электроемкостью в 1 Ф обладает проводящий шар, находящийся в вакууме ($\epsilon = 1$) и имеющий радиус

$$R = \frac{C}{4\pi\epsilon_0\epsilon} = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \text{ м} = 9 \cdot 10^9 \text{ м} = 9 \cdot 10^6 \text{ км.}$$

Поэтому на практике часто употребляются также следующие единицы электроемкости:

$$1 \text{ микрофарада (мкФ)} = 10^{-6} \text{ Ф,}$$

$$1 \text{ пикофарада (пФ)} = 10^{-12} \text{ Ф.}$$

Если вычислять электроемкость Земли как емкость проводящего шара, радиус которого равен 6400 км, то она оказывается равной 711 мкФ.

Из формулы (5.5) видно, что ϵ_0 в СИ можно выражать не только в Кл²/(Н·м²) (см. § 1.3), но и в Ф/м.

Единица электроемкости в системе единиц СГСЭ равна

$$1 \text{ СГСЭ}_C = 1 \text{ СГСЭ}_q / 1 \text{ СГСЭ}_\varphi.$$

Из формулы (5.5') следует, что размерность электроемкости в системе единиц СГСЭ совпадает с размерностью длины, так как относительная диэлектрическая проницаемость ϵ — величина безразмерная. Поэтому единица электроемкости в системе СГСЭ называется **сантиметром**. В вакууме $\epsilon = 1$ и электроемкость шара равна его радиусу, выраженному в сантиметрах. Связь между единицами электроемкости в СИ и СГСЭ имеет вид

$$1 \text{ Ф} = \frac{3 \cdot 10^9}{1/300} \text{ см} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см; } 1 \text{ пФ} = 0,9 \text{ см.}$$

§ 5.2. Взаимная электроемкость. Конденсаторы

1. В предыдущем параграфе мы рассмотрели электроемкость уединенного проводника. Если проводник *A* не уединенный, т.е.

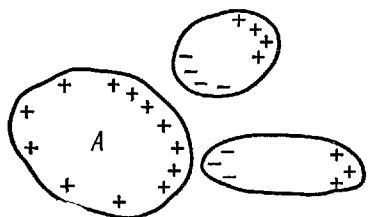


Рис. 5.1

вблизи него имеются другие проводники (рис. 5.1), то его электроемкость больше, чем у такого же, но уединенного проводника. Дело в том, что при сообщении проводнику *A* заряда q окружающие его проводники заряжаются через влияние, причем ближайшими к наводящему заряду q оказываются заряды противоположного знака. Эти заряды несколько ослабляют