принимается электроемкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на один вольт при сообщении ему заряда в один кулон:

$$1\ \Phi = 1\ \text{Кл/В}.$$

Из (5 5) следует, что электроемкостью в 1 Ф обладает проводящий шар, находящийся в вакууме ($\varepsilon = 1$) и имеющий радиус

$$R = \frac{C}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{1}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}}\ \text{м} = 9 \cdot 10^9\ \text{м} = 9 \cdot 10^6\ \text{км}.$$

Поэтому на практике часто употребляются также следующие единицы электроемкости:

$$1\ \text{микрофарада (мкФ)} = 10^{-6}\ \Phi,$$

$$1\ \text{пикофарада (пФ)} = 10^{-12}\ \Phi.$$

Если вычислять электроемкость Земли как емкость проводящего шара, радиус которого равен 6400 км, то она оказывается равной 711 мкФ.

Из формулы (5 5) видно, что ε_0 в СИ можно выражать не только в $\text{Кл}^2/(\text{Н}\cdot\text{м}^2)$ (см. § 1 3), но и в Ф/м.

Единица электроемкости в системе единиц СГСЭ равна

$$1\ \text{СГСЭ}_C = 1\ \text{СГСЭ}_q/1\text{СГСЭ}_\varphi.$$

Из формулы (5.5′) следует, что размерность электроемкости в системе единиц СГСЭ совпадает с размерностью длины, так как относительная диэлектрическая проницаемость ε — величина безразмерная. Поэтому единица электроемкости в системе СГСЭ называется **сантиметром.** В вакууме $\varepsilon = 1$ и электроемкость шара равна его радиусу, выраженному в сантиметрах. Связь между единицами электроемкости в СИ и СГСЭ имеет вид

$$1\ \Phi = \frac{3 \cdot 10^9}{1/300}\ \text{см} = 9 \cdot 10^{11}\ \text{см};\ 1\ \text{пФ} = 0{,}9\ \text{см}.$$

§ 5.2. Взаимная электроемкость. Конденсаторы

1. В предыдущем параграфе мы рассмотрели электроемкость уединенного проводника. Если проводник A не уединенный, т.е. вблизи него имеются другие проводники (рис. 5.1), то его электроемкость больше, чем у такого же, но уединенного проводника. Дело в том, что при сообщении проводнику A заряда q окружающие его проводники заряжаются через влияние, причем ближайшими к наводящему заряду q оказываются заряды противоположного знака. Эти заряды несколько ослабляют

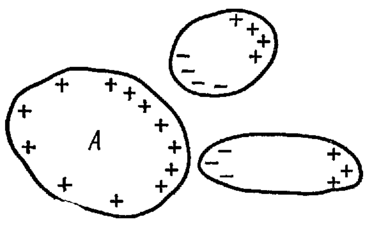

Рис. 5.1

поле, создаваемое зарядом q. Таким образом, они понижают потенциал проводника A и повышают его электроемкость.

2. Наибольший практический интерес представляет система, состоящая из двух близко расположенных друг от друга проводников, заряды которых численно равны, но противоположны по знаку. Обозначим разность потенциалов между проводниками через $\varphi_1 - \varphi_2$, а абсолютную величину их зарядов — через q. Если проводники находятся вдали от каких бы то ни было заряженных тел и иных проводников, то, как показывает опыт, разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ пропорциональна заряду q[1], т.е.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = q/C,$$

где C — **взаимная электроемкость** двух проводников:

$$C = q/(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{5.6}$$

Взаимная электроемкость двух проводников численно равна заряду, который нужно перенести с одного проводника на другой для изменения разности потенциалов между ними на единицу.

3. Взаимная электроемкость двух проводников зависит от их формы, размеров и взаимного расположения, а также от относительной диэлектрической проницаемости среды. Если среда однородна, то электроемкость C пропорциональна ε. Из сравнения (5.6) и первой формулы (5.4) ясно, что взаимная электроемкость имеет ту же размерность и выражается в тех же единицах, что и электроемкость уединенного проводника.

Если один из проводников (например, второй) удалять в бесконечность, то разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между ними будет возрастать, а их взаимная электроемкость C убывать, стремясь к значению электроемкости уединенного первого проводника. В этом убедимся несколько дальше на примере шарового конденсатора.

4. Особенно важным для практики является случай, когда два разноименно заряженных проводника имеют такую форму и так расположены друг относительно друга, что создаваемое ими электростатическое поле полностью или почти полностью сосредоточено в ограниченной части пространства. Такая система двух проводников называется **конденсатором**, а сами проводники — его обкладками.

Электроемкость конденсатора представляет собой взаимную емкость его обкладок и выражается формулой (5.6).

В зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на плоские, сферические (шаровые) и цилиндрические.

5. П л о с к и й к о н д е н с а т о р состоит из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на близком расстоянии d одна от другой и несущих заряды $q>0$ и $-q$. Если линейные размеры пластин велики по сравнению с расстоянием

[1] К такому же выводу можно прийти на основании аналитического рассмотрения задачи, подобного проведенному в § 5.1 [см. формулы (5.2) и (5.3)]. В данном случае необходимо только учесть, что потенциал каждого из проводников определяется зарядами, распределенными на обоих проводниках.

d, то электростатическое поле между пластинами можно считать эквивалентным полю между двумя бесконечными плоскостями, заряженными разноименно с численно равными поверхностными плотностями заряда $+\sigma$ и $-\sigma$ (см. § 3.4).

Заменим в выражении (5.6) $q = \sigma S$. Согласно формуле (3.24), $\varphi_1 - \varphi_2 = \sigma d/\varepsilon_0\varepsilon$. Тогда

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d, \tag{5.7}$$

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами.

Формулу (5.7) можно проверить опытным путем. Пластина A заряженного воздушного конденсатора (рис. 5.2, *а*) соединена с электро-

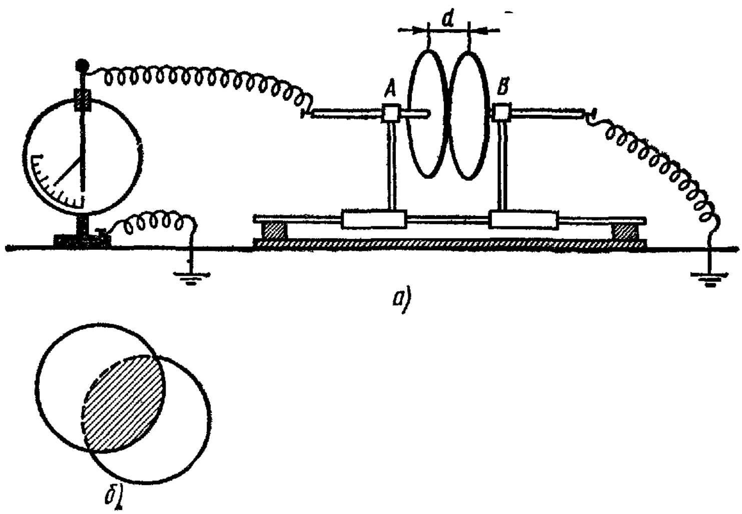

Рис. 5.2

метром, корпус которого заземлен; пластина конденсатора B также заземлена. При увеличении расстояния d между пластинами электрометр показывает увеличение разности потенциалов между ними. Следовательно, электроемкость C конденсатора уменьшается с возрастанием расстояния d.

Заменяем при неизменном расстоянии d слой воздуха между пластинами другим диэлектриком с большей относительной диэлектрической проницаемостью, например стеклянной пластиной. Тогда электрометр показывает уменьшение разности потенциалов между пластинами. Следовательно, электроемкость конденсатора увеличилась.

Наконец, если сдвинуть одну из пластин в сторону (рис. 5.2, *б*) и уменьшить таким образом действующую площадь пластин (заштрихована на рисунке), то разность потенциалов между пластинами возрастет, а электроемкость конденсатора уменьшится.

Формула (5.7) справедлива только при достаточно малом расстоянии между пластинами конденсатора, когда нарушением однородности электростатического поля у его краев можно пренебречь.

Определим силу взаимного притяжения между разноименно заряженными пластинами плоского конденсатора. Отрицательно заряженная пластина, несущая заряд $-q = -\sigma S$ (где σ — поверхностная плотность заряда, S — площадь пластины), находится в однородном электростатическом поле с напряженностью $\mathbf{E}_1$, создаваемом положительно заряженной пластиной. Поэтому на отрицательно заряженную пластину действует сила

$$\mathbf{F}_2 = -q\mathbf{E}_1.$$

Если поле между пластинами считать однородным, то по формуле (2.16) $E_1 = \sigma/2\varepsilon_0\varepsilon$ и проекция силы $\mathbf{F}_2$ на направление вектора $\mathbf{E}_1$ равна

$$F_2 = -\sigma S \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = -\frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Подставив значение σ из выражений (3.22) и (3.23) для напряженности и электрического смещения поля между пластинами плоского конденсатора, получим

$$F_2 = -\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} S = -\frac{DE}{2} S = -\frac{D^2}{2\varepsilon_0\varepsilon} S. \tag{5.8}$$

Если между обкладками конденсатора находится твердый диэлектрик, то, как можно показать, сила $\mathbf{F}_2$ при заданном значении σ не зависит от относительной диэлектрической проницаемости диэлектрика:

$$F_2 = -\sigma^2 S/2\varepsilon_0. \tag{5.8$'$}$$

6. С ф е р и ч е с к и й к о н д е н с а т о р состоит из двух концентрических металлических обкладок A и B сферической формы, радиусы которых соответственно равны r_1 и r_2 (рис. 5.3). Пусть $q > 0$ — заряд обкладки A, а $-q$ — обкладки B. В § 3.4 было показано, что равномерно заряженная сфера создает электростатическое поле только в области пространства, лежащей вне этой сферы. Вне конденсатора поля разноименно заряженных обкладок A и B взаимно уничтожаются, а поле в области между обкладками создается только зарядом обкладки A. Поэтому разность потенциалов между обкладками, согласно формуле (3.30),

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Подставив в (5.6) значение $\varphi_1 - \varphi_2$, получим

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1 r_2}{r_2 - r_1}. \tag{5.9}$$

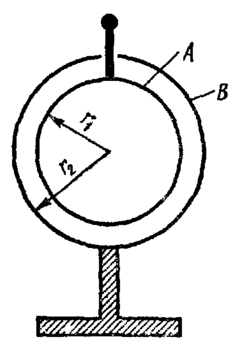

Рис. 5.3

При $r_2 \to \infty$ внутреннюю обкладку сферического конденсатора можно рассматривать как уединенный шар. В этом случае $(1/r_2) \to 0$ и формула (5.9) совпадает с (5.5): $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1$.

При любом конечном значении $r_2 > r_1$

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1 \frac{r_2}{r_2 - r_1} > 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1,$$

т. е. электроемкость сферического конденсатора больше электроемкости уединенного шара радиуса r_1.

Если $r_2 - r_1 = l \ll r_1$, то можно считать $r_2 \approx r_1$. Тогда

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1^2}{l} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon 4\pi r_1^2}{l} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{l},$$

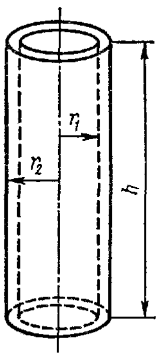

Рис. 5.4

т.е. электроемкость сферического конденсатора можно вычислять как электроемкость плоского конденсатора.

Электростатическое поле между обкладками сферического конденсатора обладает центральной симметрией. Поэтому его применяют при весьма точных лабораторных исследованиях.

7. Цилиндрический конденсатор состоит из двух полых коаксиальных металлических цилиндров с радиусами r_1 и r_2, вставленных один в другой (рис. 5.4). Пусть заряды на обкладках равны $q > 0$ и $-q$, а высота цилиндров $h \gg r_1$ и r_2. Тогда, пренебрегая искажениями поля вблизи краев конденсатора, можно вычислить разность потенциалов между обкладками по формуле (3.27) для поля, создаваемого бесконечно длинным прямым цилиндром радиуса r_1, равномерно заряженным с постоянной линейной плотностью $\tau = q/h$:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Подставив значение $\varphi_1 - \varphi_2$ в (5.6), получим выражение для электроемкости цилиндрического конденсатора:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon h}{\ln(r_2/r_1)}. \tag{5.10}$$

Если зазор $l = r_2 - r_1$ между обкладками цилиндрического конденсатора мал по сравнению с r_1, то $\ln(r_2/r_1) \approx (r_2 - r_1)/r_1$ и

$$C \approx \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon h r_1}{r_2 - r_1} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{l},$$

где $S = 2\pi r_1 h$ — площадь обкладки, $l = r_2 - r_1$ — толщина слоя диэлектрика.

8. Из формул, полученных для электроемкости конденсаторов различной формы, следует, что электроемкость любого конденса-

тора пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости вещества, заполняющего зазор между обкладками.

Конденсатор характеризуется не только электроемкостью, но и так называемым **«пробивным напряжением»** — разностью потенциалов между его обкладками, при которой может произойти пробой, т.е. электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе. Величина пробивного напряжения зависит от свойств диэлектрика, его толщины и формы обкладок.

§ 5.3. Соединения конденсаторов

1. Для получения больших электроемкостей конденсаторы соединяют п а р а л л е л ь н о (рис. 5.5). Пусть электроемкости отдельных конденсаторов равны C_1, C_2, ..., C_n. Так как все они заря-

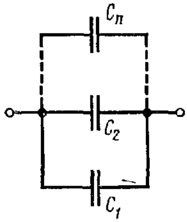

Рис. 5.5

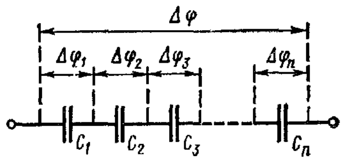

Рис. 5.6

жены до одной и той же разности потенциалов $\Delta\varphi$, то их заряды равны:

$$q_1 = C_1\Delta\varphi, \quad q_2 = C_2\Delta\varphi, \ldots, \; q_n = C_n\Delta\varphi,$$

а заряд всей батареи конденсаторов

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i = (C_1 + C_2 + \cdots + C_n)\,\Delta\varphi.$$

С другой стороны, $q = C\Delta\varphi$, где C — электроемкость батареи. Поэтому

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i. \qquad (5.11)$$

При параллельном соединении конденсаторов их общая электроемкость равна сумме электроемкостей отдельных конденсаторов.

2. При п о с л е д о в а т е л ь н о м соединении конденсаторов (рис. 5.6) полная разность потенциалов распределяется между отдельными конденсаторами, причем потенциал соединенных между собой пластин соседних конденсаторов одинаков, а весь заряд батареи равен заряду каждого конденсатора в отдельности. Введем следующие обозначения: C — электроемкость батареи, C_i— электроемкость i-го