

изменение напряженности E поля. В этом случае помимо вращающего момента на диполь будет действовать сила F , равная векторной сумме сил F_1 и F_2 , приложенных к обоим зарядам диполя:

$$F = F_1 + F_2 = q(E_1 - E_2), \quad (6.4)$$

где E_1 и E_2 — напряженности поля в тех точках, в которых находятся, соответственно, положительный и отрицательный заряды диполя. По теореме о среднем,

$$E_1 - E_2 = l(\partial E / \partial l),$$

где l — длина диполя, а производная $\partial E / \partial l$ характеризует быстроту изменения вектора на единицу длины вдоль оси диполя. Следовательно,

$$F = ql \frac{\partial E}{\partial l} = p_e \frac{\partial E}{\partial l}. \quad (6.5)$$

Под действием силы F свободный диполь стремится переместиться в область наибольшей напряженности поля. Этим объясняется притяжение к заряженному телу легких предметов (небольших кусочков бумаги, частиц пыли, дыма и т. д.): под влиянием поля на них появляются индуцированные электрические заряды и эти предметы ведут себя аналогично диполям.

В векторном анализе доказано, что выражение (6.5) можно представить в форме

$$F = p_{ex} \frac{\partial E}{\partial x} + p_{ey} \frac{\partial E}{\partial y} + p_{ez} \frac{\partial E}{\partial z}, \quad (6.5')$$

где p_{ex} , p_{ey} , p_{ez} — проекции вектора p_e на оси декартовой системы координат. В частности, для простейшего неоднородного поля, вектор E которого всюду направлен вдоль оси X и зависит только от координаты x ($E_x = E(x)$, $E_y = E_z = 0$ и $E = E_x i$),

$$F = p_{ex} \frac{dE_x}{dx} i.$$

Силу, действующую на жесткий диполь в неоднородном электрическом поле, можно также выразить в виде

$$F = \text{grad}(p_e E). \quad (6.5'')$$

§ 6.2. Поляризация диэлектриков. Вектор поляризации

1. При внесении диэлектрика в электрическое поле происходит так называемая поляризация диэлектрика. Для рассмотрения этого явления выясним, как ведет себя совокупность молекул-диполей, помещенных в электрическое поле.

Если диэлектрик с полярными молекулами находится во внешнем электрическом поле, то вследствие беспорядочного теплового движения молекул векторы их дипольных моментов

ориентированы хаотично. Поэтому векторная сумма дипольных моментов всех молекул, содержащихся в произвольном объеме ΔV диэлектрика, равна нулю¹. Дипольный момент каждой молекулы диэлектрика, состоящего из неполярных молекул, при отсутствии внешнего электрического поля равен нулю.

2. Иная картина наблюдается при внесении диэлектрика в электрическое поле. Под действием поля полярные молекулы диэлектрика (жесткие диполи) стремятся повернуться таким образом, чтобы векторы их дипольных моментов (\mathbf{p}_e) совпали по направлению с \mathbf{E} . Однако тепловое движение молекул хаотически «разбрасывает» диполи и препятствует установлению их векторов \mathbf{p}_e вдоль поля. В результате совместного действия обеих причин в диэлектрике возникает преимущественная ориентация дипольных моментов молекул вдоль поля (рис. 6.3). Эта ориентация будет тем более полной, чем сильнее электрическое поле в диэлектрике и слабее тепловое движение молекул, т.е. чем ниже температура. Описанный процесс называется **ориентационной поляризацией** диэлектрика с полярными молекулами.

3. Неполярные молекулы приобретают в электрическом поле индуцированные дипольные моменты за счет деформации электронных орбит. Момент \mathbf{p}_e упругого диполя создается в каждой частице, причем в не очень сильных полях, и при не слишком большой плотности вещества формула (6.2) для момента \mathbf{p}_e изолированной молекулы остается справедливой для каждой молекулы, находящейся в некотором объеме ΔV диэлектрика². Очень существенно, что электрические дипольные моменты наводятся в таких молекулах всегда в направлении действующего электрического поля независимо от температуры диэлектрика и связанного с нею теплового движения (рис. 6.4). Тепловое движение, хаотически разбрасывая упругие диполи, не влияет на смещение центров тяжести положительных и отрицательных зарядов в молекулах под действием электрического поля. В этом случае происходит так называемая **электронная поляризация** диэлектрика. Практически в жидких и газообразных диэлектриках наблюдается одновременно и ориентационная, и электронная поляризация.

3. Неполярные молекулы приобретают в электрическом поле индуцированные дипольные моменты за счет деформации электронных орбит. Момент \mathbf{p}_e упругого диполя создается в каждой частице, причем в не очень сильных полях, и при не слишком большой плотности вещества формула (6.2) для момента \mathbf{p}_e изолированной молекулы остается справедливой для каждой молекулы, находящейся в некотором объеме ΔV диэлектрика². Очень существенно, что электрические дипольные моменты наводятся в таких молекулах всегда в направлении действующего электрического поля независимо от температуры диэлектрика и связанного с нею теплового движения (рис. 6.4). Тепловое движение, хаотически разбрасывая упругие диполи, не влияет на смещение центров тяжести положительных и отрицательных зарядов в молекулах под действием электрического поля. В этом случае происходит так называемая **электронная поляризация** диэлектрика. Практически в жидких и газообразных диэлектриках наблюдается одновременно и ориентационная, и электронная поляризация.

и электронная поляризация.

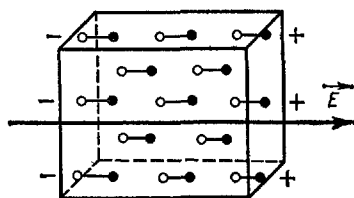


Рис. 6.4

¹ Объем ΔV должен быть во много раз больше объема одной молекулы.

² При этом под E в формуле (6.2) нужно понимать напряженность поля в диэлектрике, действующего на данную молекулу. Иными словами, нужно учитывать также поле, создаваемое всеми остальными молекулами диэлектрика.

4. В кристаллических диэлектриках, имеющих кубические ионные кристаллические решетки (например, NaCl, CsCl), под действием электрического поля все положительные ионы смещаются в направлении напряженности \mathbf{E} , а все отрицательные ионы — в противоположном направлении. При этом внутри кристалла в каждой единице объема содержится одинаковое число положительных и отрицательных ионов, а на каждой из двух противоположных граней ограниченного кристалла, перпендикулярных вектору напряженности электрического поля, находятся ионы какого-либо одного знака. Такой вид поляризации называется **ионной поляризацией**.

5. Количественной мерой поляризации диэлектрика служит вектор поляризации \mathbf{P}_e . Вектором поляризации или **поляризованностью** называют отношение дипольного электрического момента малого объема ΔV диэлектрика к этому объему:

$$\mathbf{P}_e = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_{ei}$$

где \mathbf{p}_{ei} — дипольный момент i -й молекулы, n — общее число молекул в объеме ΔV . Этот объем должен быть столь малым, чтобы в его пределах электрическое поле можно было считать однородным¹. В то же время в нем должно содержаться еще столь большое число молекул диэлектрика ($n \gg 1$), чтобы к ним можно было применять статистические методы исследования.

В Международной системе единиц (СИ) вектор поляризации выражается в кулонах на квадратный метр (Кл/м²).

В случае однородного диэлектрика с неполярными молекулами, находящегося в электрическом поле,

$$\mathbf{P}_e = n_0 \mathbf{p}_e$$

где n_0 — концентрация молекул, т. е. их число в единице объема. Это следует из того, что векторы \mathbf{p}_e всех молекул имеют одинаковое направление — вдоль напряженности \mathbf{E} поля в диэлектрике. Используя формулу (6.2), получим

$$\mathbf{P}_e = n_0 \epsilon_0 \alpha \mathbf{E} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (6.6)$$

Коэффициент

$$\chi = n_0 \alpha \quad (6.7)$$

называется **диэлектрической восприимчивостью** вещества.

6. П. Дебай показал, что в случае слабых электрических полей формула (6.6) справедлива также для диэлектриков с полярными молекулами. Диэлектрическая восприимчивость такого диэлектрика в слабых полях выражается формулой

$$\chi = n_0 p_p^2 / (3 \epsilon_0 k T), \quad (6.7')$$

¹ Речь идет об однородности макроскопического поля (см. § 21.1, 21.4).

где p_e — постоянный электрический дипольный момент молекулы, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура.

При увеличении напряженности электрического поля или понижении температуры линейная зависимость $P_e(E)$ для диэлектриков с полярными молекулами нарушается (рис. 6.5). С увеличением E дости-

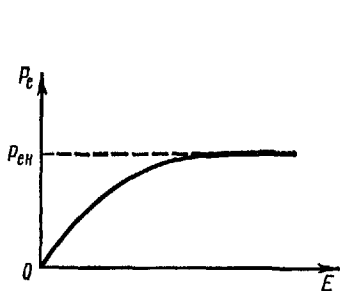


Рис. 6.5

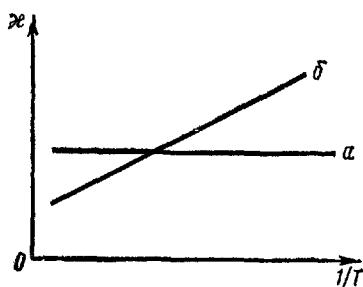


Рис. 6.6

гается такое состояние, когда дипольные моменты практически всех молекул направлены вдоль поля. Дальнейшее усиление поля уже не может вызывать увеличения P_e , так как наступает «насыщение» (горизонтальная часть кривой на рис. 6.5), характеризующееся постоянной величиной $P_e = P_{ен}$.

На рис. 6.6 представлена зависимость диэлектрической восприимчивости χ от $1/T$ в случае неполярных (a) и полярных (b) молекул. Как уже указывалось, в полярных молекулах наблюдается не только ориентационная, но и электронная поляризация. Поэтому прямая b , показывающая уменьшение диэлектрической восприимчивости при нагревании диэлектрика с полярными молекулами, не проходит через начало координат.

Фактически в этом случае χ состоит из двух частей:

$$\chi = \chi' + \chi'',$$

где χ' и χ'' выражаются соответственно формулами (6.7) и (6.7').

7. Вектор поляризации совпадает по направлению с вектором напряженности поля и связан с ним соотношением (6.6) только в электрически изотропной среде. Диэлектрическая восприимчивость анизотропной среды (например, кристаллической) — величина тензорная. Ее значение различно вдоль разных направлений. В такой среде связь между векторами P_e и E имеет вид более сложный, чем (6.6):

$$\left. \begin{aligned} P_{ex} &= \epsilon_0 (\chi_{xx} E_x + \chi_{xy} E_y + \chi_{xz} E_z), \\ P_{ey} &= \epsilon_0 (\chi_{yx} E_x + \chi_{yy} E_y + \chi_{yz} E_z), \\ P_{ez} &= \epsilon_0 (\chi_{zx} E_x + \chi_{zy} E_y + \chi_{zz} E_z). \end{aligned} \right\} \quad (6.6')$$

Значения χ_{xx} , χ_{xy} , ..., χ_{zz} зависят не только от природы и состояния электрически анизотропной среды, но и от ориентации осей координат (X, Y, Z) по отношению к характерным для этой среды направ-

лениям (ее кристаллографическим осям). Из (6.6') видно, что в общем случае в анизотропной среде проекции векторов \mathbf{P}_e и \mathbf{E} на оси координат не пропорциональны друг другу, а потому и сами векторы \mathbf{P}_e и \mathbf{E} неколлинеарны. В дальнейшем мы будем рассматривать только электрически изотропные диэлектрики.

8. Если диэлектрик однороден и находится в однородном электрическом поле, то и поляризован он тоже однородно, т.е. во всех его точках значения вектора поляризации одинаковы. При этом любой элемент его объема ΔV , содержащий большое число молекул, остается нейтральным благодаря взаимной компенсации противоположных по знаку зарядов диполей, расположенных друг возле друга (см. рис. 6.3 и 6.4). Иначе обстоит дело в тонких слоях у поверхностей диэлектрика, ограничивающих его объем.

Вследствие поляризации диэлектрика (при любом ее типе) у той его поверхности, в которую входят силовые линии внешнего поля, получается избыток отрицательных зарядов — отрицательно заряженных концов молекул-диполей. У противоположной поверхности, из которой выходят силовые линии, возникает избыточный положительный заряд. Эти так называемые **поляризационные заряды** распределяются на поверхности диэлектрика с поверхностной плотностью σ_p .

Найдем связь между σ_p и \mathbf{P}_e на примере однородно поляризованной пластины из диэлектрика, находящейся в однородном электрическом поле. Выделим в диэлектрике цилиндрический элемент, малые основания которого площадью dS каждое находятся на поверхностях пластины, а образующие Z параллельны вектору поляризации \mathbf{P}_e (рис. 6.7). Пусть нормаль \mathbf{n} к правому основанию цилиндра составляет угол α с вектором \mathbf{P}_e . На каждом из оснований цилиндра находится связанный заряд, численно равный $\sigma_p dS$. Рассматривая этот цилиндр как большой диполь, можно вычислить его электрический дипольный момент $d\mathbf{p}_e$ по формуле

$$d\mathbf{p}_e = \sigma_p L dS.$$

По определению, числовое значение вектора поляризации

$$P_e = \sigma_p L dS / dV, \quad (6.8)$$

где dV — объем цилиндра, равный $dV = dS_{\perp} L$; здесь $dS_{\perp} = dS \cos \alpha$ — площадь проекции основания косоуго цилиндра на плоскость, перпендикулярную направлению \mathbf{P}_e . Подставив выражение для dV в (6.8), получим

$$P_e \cos \alpha = \frac{\sigma_p L dS}{L dS} = \sigma_p.$$

Величина $P_e \cos \alpha$ равна проекции P_{en} вектора \mathbf{P}_e на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика. Таким образом,

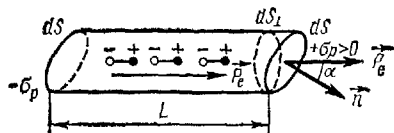


Рис. 6.7

$$\sigma_p = P_{en}. \quad (6.9)$$

9. Выражение (6.9) для поверхностной плотности поляризационных зарядов, полученное в предположении однородности поляризации диэлектрика, универсально. Оно в равной мере справедливо и для неоднородно поляризованного диэлектрика (например, для диэлектрика, находящегося в неоднородном поле). Однако при неоднородной поляризации диэлектрика кроме поверхностных поляризационных зарядов могут также возникать объемные поляризационные заряды, распределенные с объемной плотностью

$$\rho_p = -\operatorname{div} P_e, \quad (6.9')$$

где $\operatorname{div} P_e = \frac{\partial P_{ex}}{\partial x} + \frac{\partial P_{ey}}{\partial y} + \frac{\partial P_{ez}}{\partial z}$ — дивергенция вектора поляризации.

§ 6.3. Теорема Остроградского—Гаусса для поля в веществе. Связь векторов электрического смещения, напряженности и поляризации

1. При изучении электрического поля в диэлектрике различают два типа электрических зарядов — свободные и связанные. **Связанными зарядами** называют заряды, входящие в состав атомов и молекул, а также заряды ионов в кристаллических диэлектриках с ионной решеткой. Все остальные заряды называют **свободными зарядами**. К ним относятся: а) заряды носителей тока, т.е. заряженных частиц, которые под действием электрического поля могут перемещаться на макроскопические расстояния (например, электроны проводимости в металлах, ионы в электролитах и газах и т. п.); б) избыточные заряды, сообщенные телу и нарушающие его электрическую нейтральность (например, избыточный заряд положительных ионов металла, возникший вследствие удаления из металла части электронов проводимости, заряд, нанесенный извне на поверхность диэлектрика, и т. д.).

В диэлектрике на электрическое поле свободных зарядов накладывается дополнительное электрическое поле связанных зарядов. Вектор напряженности E характеризует результирующее поле в диэлектрике. Поэтому он должен зависеть от электрических свойств диэлектрика (от его относительной диэлектрической проницаемости ϵ). Поле связанных зарядов возникает в результате поляризации диэлектрика при его помещении во внешнее электрическое поле, созданное какой-либо системой свободных зарядов. Таким образом, первичным источником электрического поля в веществе являются свободные заряды.

2. В связи с классификацией зарядов на свободные и связанные нужно уточнить формулировку теоремы Остроградского—Гаусса. Из вывода соотношения (2.28), приведенного в § 2.4, видно, что

$\sum_{i=1}^k q_i = q_{\text{своб}}$ — алгебраическая сумма свободных зарядов,