

$$\sigma_p = P_{en}. \quad (6.9)$$

9. Выражение (6.9) для поверхностной плотности поляризационных зарядов, полученное в предположении однородности поляризации диэлектрика, универсально. Оно в равной мере справедливо и для неоднородно поляризованного диэлектрика (например, для диэлектрика, находящегося в неоднородном поле). Однако при неоднородной поляризации диэлектрика кроме поверхностных поляризационных зарядов могут также возникать объемные поляризационные заряды, распределенные с объемной плотностью

$$\rho_p = -\operatorname{div} P_e, \quad (6.9')$$

где $\operatorname{div} P_e = \frac{\partial P_{ex}}{\partial x} + \frac{\partial P_{ey}}{\partial y} + \frac{\partial P_{ez}}{\partial z}$ — дивергенция вектора поляризации.

§ 6.3. Теорема Остроградского—Гаусса для поля в веществе. Связь векторов электрического смещения, напряженности и поляризации

1. При изучении электрического поля в диэлектрике различают два типа электрических зарядов — свободные и связанные. **Связанными зарядами** называют заряды, входящие в состав атомов и молекул, а также заряды ионов в кристаллических диэлектриках с ионной решеткой. Все остальные заряды называют **свободными зарядами**. К ним относятся: а) заряды носителей тока, т.е. заряженных частиц, которые под действием электрического поля могут перемещаться на макроскопические расстояния (например, электроны проводимости в металлах, ионы в электролитах и газах и т. п.); б) избыточные заряды, сообщенные телу и нарушающие его электрическую нейтральность (например, избыточный заряд положительных ионов металла, возникший вследствие удаления из металла части электронов проводимости, заряд, нанесенный извне на поверхность диэлектрика, и т. д.).

В диэлектрике на электрическое поле свободных зарядов накладывается дополнительное электрическое поле связанных зарядов. Вектор напряженности E характеризует результирующее поле в диэлектрике. Поэтому он должен зависеть от электрических свойств диэлектрика (от его относительной диэлектрической проницаемости ϵ). Поле связанных зарядов возникает в результате поляризации диэлектрика при его помещении во внешнее электрическое поле, созданное какой-либо системой свободных зарядов. Таким образом, первичным источником электрического поля в веществе являются свободные заряды.

2. В связи с классификацией зарядов на свободные и связанные нужно уточнить формулировку теоремы Остроградского—Гаусса. Из вывода соотношения (2.28), приведенного в § 2.4, видно, что

$\sum_{i=1}^k q_i = q_{\text{своб}}$ — алгебраическая сумма свободных зарядов,

охватываемых замкнутой поверхностью S :

$$\oint_S D_n dS = \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = q_{\text{своб}} \quad (6.10)$$

Итак, теорема Остроградского—Гаусса утверждает, что поток смещения сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме свободных электрических зарядов, охватываемых этой поверхностью.

При доказательстве теоремы, приведенном в § 2.4, мы предполагали, что среда, в которой создано электростатическое поле, изотропна и однородна. Покажем, что теорема Остроградского—Гаусса в форме (6.10) справедлива для поля в любой среде — изотропной и анизотропной, однородной и неоднородной. Попутно мы установим также связь между векторами электрического смещения, напряженности поля и поляризации, являющуюся обобщением формулы (2.19), справедливой только для изотропных сред.

3. Для электрического поля в вакууме $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ и из (6.10) следует, что поток вектора напряженности \mathbf{E} сквозь произвольную замкнутую поверхность S равен

$$\oint_S \epsilon_0 E_n dS = q_{\text{своб}} \quad (6.10')$$

Поле в среде отличается от поля в вакууме тем, что оно создается как свободными, так и связанными зарядами. Следовательно, в самом общем случае в правую часть уравнения (6.10') нужно добавить алгебраическую сумму связанных зарядов, охватываемых замкнутой поверхностью S :

$$\oint_S \epsilon_0 E_n dS = q_{\text{своб}} + q_{\text{связ}} \quad (6.11)$$

Свободные заряды создают «внешнее» поляризующее поле, а связанные заряды — добавочное поле поляризованного диэлектрика. Пусть, например, слой однородного диэлектрика заключен между двумя бесконечными параллельными плоскостями, заряженными с постоянными поверхностными плотностями свободных зарядов $\sigma > 0$ и $-\sigma$ (рис. 6.8). В результате поляризации диэлектрика на его поверхностях AA' и BB' возникают связанные заряды, поверхностные плотности которых соответственно равны $-\sigma_p$ и $\sigma_p > 0$. Из рис. 6.8 видно, что электрическое поле \mathbf{E}_p связанных зарядов направлено против внешнего поля \mathbf{E}_0 , созданного свободными зарядами. Напряженность результирующего поля $\mathbf{E} = (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_p) < \mathbf{E}_0$.

4. Найдем сумму связанных зарядов $q_{\text{связ}}$, охватываемых замкнутой поверхностью S . Каждая молекула-диполь диэлектрика электрически нейтральна. Поэтому вклад в $q_{\text{связ}}$ дают только те диполи,

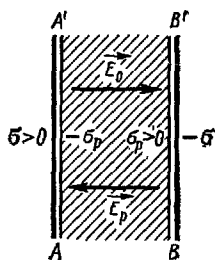


Рис. 6.8

которые разрезаются поверхностью S . Предположим ради простоты, что рассматриваемый диэлектрик состоит из неполярных молекул. На рис. 6.9, *a* изображен столь малый элемент ΔS поверхности S , что его можно считать плоским, а поле в его пределах — однородным. Тогда вблизи элемента ΔS все диполи расположены параллельно друг

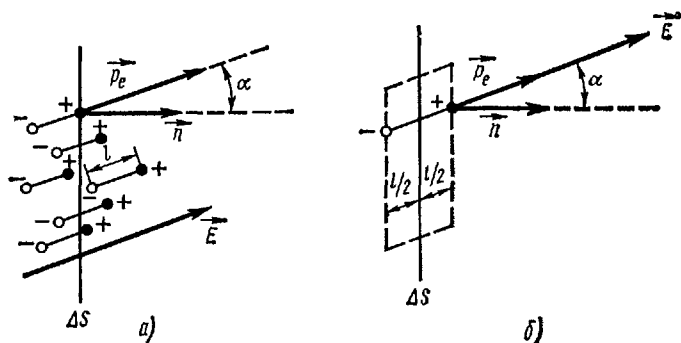


Рис. 6.9

другу, так как их наведенные электрические моменты \mathbf{p}_e направлены вдоль вектора \mathbf{E} . Площадка ΔS разрезает только те диполи (рис. 6.9, б), центры которых лежат слева и справа от площадки ΔS на расстояниях, не превосходящих $l |\cos \alpha|/2$, где l — длина диполя, а α — угол между внешней нормалью \mathbf{n} к площадке ΔS и моментом диполя \mathbf{p}_e . Этому условию удовлетворяют все диполи, центры которых лежат внутри объема $l \Delta S |\cos \alpha|$. Если n_0 — концентрация молекул в диэлектрике, то число диполей, разрезанных площадкой ΔS , равно $n_0 l \Delta S |\cos \alpha|$. Вклад каждого такого диполя в сумму связанных зарядов, охватываемых замкнутой поверхностью S , равен $-q$ [где $q = (p_e/l) > 0$], если угол α острый (именно этот случай изображен на рис. 6.9), и равен q , если угол α тупой. В первом случае $|\cos \alpha| = \cos \alpha$ и $-q |\cos \alpha| = -q \cos \alpha$, а во втором $|\cos \alpha| = -\cos \alpha$ и $q |\cos \alpha| = -q \cos \alpha$. Поэтому в обоих случаях общий связанный заряд, соответствующий элементу поверхности ΔS ,

$$\Delta q_{\text{связ}} = -q n_0 l \cos \alpha \cdot \Delta S = -n_0 p_e \cos \alpha \cdot \Delta S. \quad (6.12)$$

Для диэлектрика с неполярными молекулами $n_0 p_e = P_e$ — модуль вектора поляризации и

$$\Delta q_{\text{связ}} = -P_e \cos \alpha \cdot \Delta S = -P_{en} \Delta S, \quad (6.13)$$

где P_{en} — проекция вектора поляризации на внешнюю нормаль к площадке ΔS . Из (6.13) следует, что связанный заряд, охватываемый замкнутой поверхностью S ,

$$q_{\text{связ}} = - \oint_S P_{en} dS. \quad (6.14)$$

5. Подставим значение (6.14) для $q_{\text{связ}}$ в формулу (6.11):

$$\oint_S \varepsilon_0 E_n dS = q_{\text{своб}} - \oint_S P_{en} dS.$$

Перенесем оба интеграла по поверхности S в одну часть равенства и заменим их сумму интегралом от суммы подынтегральных функций:

$$\oint_S (\varepsilon_0 E_n + P_{en}) dS = q_{\text{своб}}. \quad (6.15)$$

Это уравнение совпадает с (6.10), если принять, что вектор электрического смещения

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}_e \quad (6.16)$$

и соответственно

$$D_n = \varepsilon_0 E_n + P_{en}$$

Соотношение (6.16) между векторами \mathbf{D} , \mathbf{E} и \mathbf{P}_e является обобщением уравнения (2.19). В самом деле, для изотропной среды вектор поляризации пропорционален напряженности поля [см. (6.6)] и

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \quad (6.17)$$

где

$$\varepsilon = 1 + \chi. \quad (6.18)$$

Таким образом, мы показали, что относительная диэлектрическая проницаемость изотропного диэлектрика равна его диэлектрической восприимчивости, увеличенной на единицу. Для вакуума $\varepsilon = 1$ и $\chi = 0$.

6. В 1922 г. впервые были получены так называемые **электреты** — изготовленные из диэлектриков тела, которые сохраняют в течение длительного времени состояние поляризации и создают электрическое поле в окружающем пространстве. Для получения электретов применяют ряд диэлектриков, обладающих низкой проводимостью при повышенных температурах (смеси из различных сортов воска и смол, некоторые полимеры, эбонит, серу, титанаты ряда металлов и др.). Основной способ перевода тела в электретное состояние заключается в нагреве тела до температуры, близкой к температуре плавления (в случае полимеров — температуры стеклования), а затем выдержке и постепенном охлаждении в сильном электрическом поле с напряженностью порядка 10 МВ/м. Такие электреты называют **термоэлектретами**.

Существуют и другие способы получения электретного состояния. Например, пластинка поликристаллической серы может быть переведена в так называемое фотоэлектретное состояние при одновременном действии на нее сильного внешнего электрического поля и света (фотополяризация).