

Вопросы для повторения

1. Найдите выражение для собственной энергии заряженного проводника.
2. Найдите выражение для объемной плотности энергии электростатического поля.
3. Докажите, что на поляризацию диэлектрика с неполярными молекулами затрачивается энергия.

Примеры решения задач

Задача 7.1. Батарею из двух последовательно соединенных конденсаторов, емкости которых равны $C_1 = 4$ мкФ и $C_2 = 6$ мкФ, зарядили до разности потенциалов $\Delta\varphi = 2$ кВ и отключили от источника напряжения. На сколько уменьшится энергия батареи, если одноименно заряженные обкладки конденсаторов соединить параллельно?

Дано:

$$\begin{aligned} C_1 &= 4 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \\ C_2 &= 6 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \\ \Delta\varphi &= 2 \cdot 10^3 \text{ В} \\ \underline{W_I - W_{II} - ?} \end{aligned}$$

Решение. Обозначим через W_I энергию батареи при последовательном соединении конденсаторов, а через W_{II} — при их параллельном соединении. По формулам (7.2) имеем

$$W_I = \frac{C_1 \Delta\varphi^2}{2} \quad \text{и} \quad W_{II} = \frac{q_{II}^2}{2C_{II}},$$

где

$$C_I = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) \quad \text{и} \quad C_{II} = C_1 + C_2$$

— емкости батареи при последовательном и параллельном соединениях конденсаторов C_I и C_2 , q_{II} — заряд батареи при параллельном соединении конденсаторов.

В случае последовательного соединения конденсаторов их заряды q_I одинаковы и равны $q_I = C_I \Delta\varphi$. При их параллельном соединении происходит перераспределение зарядов между ними и выравнивание разностей потенциалов между их обкладками. Однако в соответствии с законом сохранения зарядов суммарный заряд q_{II} одноименно заряженных обкладок не изменяется, т. е. $q_{II} = 2q_I = 2C_I \Delta\varphi$.

Таким образом

$$\begin{aligned} W_I - W_{II} &= \frac{C_I \Delta\varphi^2}{2} - \frac{4C_I^2 \Delta\varphi^2}{2C_{II}} = \left[\frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} - \frac{2C_1^2 C_2^2}{(C_1 + C_2)^3} \right] \Delta\varphi^2 = \\ &= \frac{C_1 C_2 (C_2 - C_1)^2 \Delta\varphi^2}{2(C_1 + C_2)^3}. \end{aligned}$$

Произведем вычисления в СИ:

$$\begin{aligned} W_I - W_{II} &= \frac{C_1 C_2 (C_2 - C_1)^2 \Delta\varphi^2}{2(C_1 + C_2)^3} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^{-15}} \text{ Дж} = \\ &= 0,192 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Задача 7.2. Между обкладками плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов 1 кВ, зажата стеклянная пластина ($\epsilon = 7$) толщиной 6 мм. Определить энергию поляризованной пластины, если ее площадь 40 см².

Д а н о:

$$S = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$d = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\Delta\varphi = 1000 \text{ В}$$

$$\varepsilon = 7$$

$$W_e = ?$$

Р е ш е н и е. Объемная плотность энергии $w_{e(\text{диэл})}$ поляризованного диэлектрика по формуле (7.9) равна

$$w_{e(\text{диэл})} = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) E^2 / 2.$$

Электрическое поле плоского конденсатора однородно. Поэтому $w_{e(\text{диэл})} = \text{const}$ и энергия W_e поляризованной стеклянной пластины равна произведению ее объема Sd на $w_{e(\text{диэл})}$, т. е.

$$W_e = Sd w_{e(\text{диэл})} = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) Sd E^2 / 2.$$

Напряженность поля $E = \Delta\varphi/d$, где $\Delta\varphi$ — разность потенциалов обкладок конденсатора, d — расстояние между ними.

Таким образом,

$$W_e = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1) S \Delta\varphi^2 / 2d.$$

Произведем вычисления в СИ:

$$W_e = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) S \Delta\varphi^2}{2d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6}{2 \cdot 6 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} =$$

$$= 1,77 \cdot 10^{-5} \text{ Дж} = 17,7 \text{ мкДж.}$$