Формулу (8.16) можно записать в несколько ином виде, если учесть, что $E^2 = \mathbf{E}\mathbf{E}$. Заменив один из векторов $\mathbf{E}$ на $\rho\mathbf{j}$ по формуле (8.12′), получим: $E^2 = \mathbf{E}\rho\mathbf{j} = \rho\mathbf{E}\,\mathbf{j}$ и

$$w = \mathbf{E}\mathbf{j}. \tag{8.16′}$$

3. В приведенных выше выводах законов Ома и Джоуля — Ленца мы предполагали, что при соударениях электронов с узлами кристаллической решетки электроны полностью теряют скорость упорядоченного движения. Г. Лоренц показал, что это предположение несущественно. К тем же результатам можно прийти, считая, что соударения электронов с узлами решетки являются абсолютно упругими.

§ 8.6. Связь между электропроводностью и теплопроводностью металлов

1. В 1853 г. Г. Видеман и Р. Франц на основе экспериментов установили, что *для всех металлов при одной и той же температуре отношение коэффициента теплопроводности K к удельной электрической проводимости γ одинаково* (**закон Видемана—Франца**):

$$(K/\gamma) = C. \tag{8.17}$$

Дальнейшие исследования Л. Лоренца показали, что отношение K/γ для металлов прямо пропорционально их абсолютной температуре:

$$(K/\gamma) = C_1 T. \tag{8.17′}$$

2. Электронная теория проводимости металлов позволила получить этот закон и найти значение константы C_1. В § 15.3 первого тома курса говорилось, что теплопроводность металлов в основном осуществляется за счет движения электронов проводимости. Электронный газ в металле подобен одноатомному идеальному газу. Поэтому коэффициент теплопроводности металлов, как показано в том же параграфе, равен

$$K = \frac{1}{2} k n_0 \langle\lambda\rangle\langle u\rangle, \tag{8.18}$$

где k — постоянная Больцмана, n_0 — концентрация электронов проводимости, а $\langle\lambda\rangle$ и $\langle u\rangle$— их средняя длина свободного пробега и средняя скорость теплового движения.

3. В теории Друде $\langle u\rangle = v_{кв} = u$. Поэтому из формул (8.18) и (8.11) следует, что

$$\frac{K}{\gamma} = \frac{k}{e^2} m u^2.$$

Поскольку $\dfrac{mu^2}{2} = \dfrac{mv_{кв}^2}{2} = \dfrac{3}{2} kT$, то

$$\frac{K}{\gamma} = 3\frac{k^2}{e^2} T. \tag{8.19}$$

Формула (8.19) совпадает с (8.17′), если принять, что константа закона Видемана — Франца

$$C_1 = 3\,(k^2/e^2). \tag{8.20}$$

Полагая $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К и $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, найдем, что $C_1 = 2{,}23\cdot10^{-8}$ Дж²/(Кл²·К²). Эта величина оказалась несколько меньше значения C_1, найденного из опытов, однако она достаточно близка к экспериментальным данным.

§ 8.7. Недостатки классической электронной теории проводимости металлов

1. Электронная теория проводимости металлов, развитая Друде, была чрезмерно упрощенной, так как в ней предполагалось, что все электроны имеют одинаковую скорость теплового движения. Между тем в электронном газе, как и в газе, состоящем из молекул, должно существовать какое-то распределение электронов по скоростям, электроны должны подчиняться некоторой статистике. Лоренц усовершенствовал теорию Друде и последовательно применил к электронному газу статистику Максвелла — Больцмана (см. т. I, § 11.2). Он исходил из того, что при отсутствии электрического поля в металле электроны проводимости распределены по скоростям в соответствии с законом Максвелла. Это не может вызвать упорядоченного перемещения электронов, так как максвелловское распределение электронов по скоростям соответствует тому, что все направления их теплового движения равновероятны. Если в металле существует электрическое поле, максвелловское распределение скоростей электронов нарушается: на тепловое движение электронов накладывается движение, вызванное этим полем; средняя скорость этого движения пропорциональна напряженности электрического поля. Лоренц получил закон Ома для плотности тока в виде соотношения (8.12). Однако выражение для удельной электрической проводимости имело несколько отличный от формулы (8.11) вид, а именно:

$$\gamma = \frac{2}{3}\,\frac{n_0 e^2 \langle\lambda\rangle}{m}\,\left\langle\frac{1}{u}\right\rangle. \tag{8.21}$$

В этой формуле все обозначения физических величин, кроме $\langle 1/u\rangle$, те же, что и в теории Друде; $\langle 1/u\rangle$ — среднее значение обратной величины тепловой скорости электронов, вычисленное с помощью статистического распределения электронов по скоростям. Формула (8.21) содержит ту же зависимость γ от физических характеристик электронов в металлах, что и формула (8.11). Ничего существенно нового усовершенствованная теория Лоренца не дала. Лоренц получил закон Видемана—Франца, в выражении которого (8.19) вместо коэффициента $3(k^2/e^2)$ появился коэффициент $2(k^2/e^2)$:

$$\frac{K}{\gamma} = 2(k^2/e^2)T. \tag{18.19′}$$