Формула (8.19) совпадает с (8.17'), если принять, что константа закона Видемана — Франца

$$C_1 = 3\,(k^2/e^2). \tag{8.20}$$

Полагая $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К и $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, найдем, что $C_1 = 2{,}23 \cdot 10^{-8}$ Дж²/(Кл²·К²). Эта величина оказалась несколько меньше значения C_1, найденного из опытов, однако она достаточно близка к экспериментальным данным.

§ 8.7. Недостатки классической электронной теории проводимости металлов

1. Электронная теория проводимости металлов, развитая Друде, была чрезмерно упрощенной, так как в ней предполагалось, что все электроны имеют одинаковую скорость теплового движения. Между тем в электронном газе, как и в газе, состоящем из молекул, должно существовать какое-то распределение электронов по скоростям, электроны должны подчиняться некоторой статистике. Лоренц усовершенствовал теорию Друде и последовательно применил к электронному газу статистику Максвелла — Больцмана (см. т. I, § 11.2). Он исходил из того, что при отсутствии электрического поля в металле электроны проводимости распределены по скоростям в соответствии с законом Максвелла. Это не может вызвать упорядоченного перемещения электронов, так как максвелловское распределение электронов по скоростям соответствует тому, что все направления их теплового движения равновероятны. Если в металле существует электрическое поле, максвелловское распределение скоростей электронов нарушается: на тепловое движение электронов накладывается движение, вызванное этим полем; средняя скорость этого движения пропорциональна напряженности электрического поля. Лоренц получил закон Ома для плотности тока в виде соотношения (8.12). Однако выражение для удельной электрической проводимости имело несколько отличный от формулы (8.11) вид, а именно:

$$\gamma = \frac{2}{3}\,\frac{n_0 e^2 \langle\lambda\rangle}{m}\,\left\langle\frac{1}{u}\right\rangle. \tag{8.21}$$

В этой формуле все обозначения физических величин, кроме $\langle 1/u\rangle$, те же, что и в теории Друде; $\langle 1/u\rangle$ — среднее значение обратной величины тепловой скорости электронов, вычисленное с помощью статистического распределения электронов по скоростям. Формула (8.21) содержит ту же зависимость γ от физических характеристик электронов в металлах, что и формула (8.11). Ничего существенно нового усовершенствованная теория Лоренца не дала. Лоренц получил закон Видемана—Франца, в выражении которого (8.19) вместо коэффициента $3(k^2/e^2)$ появился коэффициент $2(k^2/e^2)$:

$$\frac{K}{\gamma} = 2(k^2/e^2)T. \tag{18.19'}$$

Этот коэффициент хуже согласуется с опытными данными, чем результат Друде, так как теоретически вычисленное отношение $K/(\gamma T)$ становится еще меньшим. Таким образом, оказалось, что уточненная классическая электронная теория, учитывающая статистические свойства электронного газа в металлах, хуже согласуется с опытными данными, чем более грубая теория Друде. Как мы увидим в гл. XIII, объяснение этого парадоксального результата привело к серьезному пересмотру основ классической электронной теории металлов.

2. Теория Друде—Лоренца не смогла объяснить целого ряда явлений, наблюдающихся на опыте.

а) Экспериментально установлено, что в довольно большом интервале температур удельное сопротивление пропорционально абсолютной температуре $\left(\rho \sim T \text{ или } \gamma \sim \frac{1}{T}\right)$. Эту зависимость должны были объяснить теория Друде [формула (8.11)] и теория Лоренца [формула (8.21)]. Из статистической физики известно, что $\langle u\rangle \sim \sqrt{T}$ [в теории Лоренца $\langle 1/u\rangle \sim \sqrt{1/T}$], поэтому, согласно формулам (8.11) и (8.21), $\rho \sim \sqrt{T}$.

Для того чтобы теоретические результаты не противоречили опыту, нужно предположить, что произведение $n_0\langle\lambda\rangle$ обратно пропорционально $\sqrt{T}$ $\left(n_0\langle\lambda\rangle \sim \frac{1}{\sqrt{T}}\right)$. Однако, пользуясь известным из кинетической теории газов выражением для $\langle\lambda\rangle$, обосновать такую зависимость невозможно.

Таким образом, классическая электронная теория не объяснила температурной зависимости удельного сопротивления металлов.

б) Еще большие затруднения возникли при подсчете теплоемкости металлов. При ее вычислении нельзя пренебречь теплоемкостью электронного газа, обладающего, согласно классической электронной теории, всеми свойствами идеального газа. Молярная теплоемкость металла должна складываться из теплоемкости ионной кристаллической решетки $C_1 = 6$ кал/(моль·К) и теплоемкости электронного газа $C_2 = (i/2)R$, где $i = 3$ — число степеней свободы электронов, R — универсальная (молярная) газовая постоянная, равная 2 кал/(моль·К). Отсюда следует, что молярная теплоемкость металлов $C = C_1 + C_2 = 6 + 3 = 9$ кал/(моль·К).

Но из опытов (см. закон Дюлонга и Пти, т. I, § 15.4) известно, что молярная теплоемкость металлов мало отличается от молярной теплоемкости других твердых тел и равна приблизительно 6 кал/(моль·К).

Сопоставление теоретического и экспериментального значений молярной теплоемкости металла приводит к выводу, что энергия беспорядочного теплового движения электронов проводимости не изменяется при нагревании проводника. Объяснить этот вывод с помощью классической электронной теории невозможно.

в) Наконец, возникли трудности при оценке средней длины свободного пробега электронов в металле. Для того чтобы, пользуясь формулой (8.11) или (8.21), получить такие значения удельной электрической проводимости металла, которые не расходились бы с опытными данными, приходится принимать среднюю длину свободного пробега электронов в сотни раз большей, чем период решетки металла[1]. Иными словами, приходится предположить, что электрон проходит без соударений с ионами решетки сотни межузельных расстояний. Такое предположение непонятно в рамках классической электронной теории Друде—Лоренца.

Вопросы для повторения

1. Что называется электрическим током и каковы условия возникновения тока проводимости?
2. Какие опыты помогли выяснить природу электропроводимости металлов?
3. Какие гипотезы положены в основу классической электронной теории проводимости металлов?
4. Сформулируйте и выведите на основании электронной теории закон Ома для плотности тока и закон Джоуля—Ленца объемной плотности тепловой мощности тока.
5. В чем состоят недостатки классической электронной теории проводимости металлов?

Примеры решения задач

Задача 8.1. Плотность электрического тока в медном проводе равна 100 А/см². Определить плотность тепловой мощности тока, если удельное сопротивление меди $1{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Дано:

$j = 10^6$ А/м²
$\rho = 1{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом м

w — ?

Решение. По закону Джоуля—Ленца (8 16) плотность тепловой мощности тока равна $w = (1/\rho)E^2$, где E — напряженность электрического поля.

С другой стороны, по закону Ома (8.12) для плотности тока имеем $E = \rho j$. Таким образом,

$$w = \rho j^2.$$

Произведем вычисления в СИ:

$$w = \rho j^2 = 1{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{12}\ \text{Вт/м}^3 = 1{,}8 \cdot 10^4\ \text{Вт/м}^3 = 18\ \text{кВт/м}^3.$$

---

[1] Концентрацию n_0 электронов проводимости можно определить экспериментально из наблюдений так называемого явления Холла (см. § 18.2).