электрической энергии против сил электростатического поля. Вследствие этого на концах внешней цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи идет постоянный ток. Перемещая заряды, сторонние силы совершают работу за счет энергии, затрачиваемой в источнике электрической энергии.

Так, например, в электромагнитном генераторе работа сторонних сил производится за счет механической энергии, расходуемой на вращение ротора генератора, а в гальванических элементах — за счет энергии, которая выделяется при химических процессах растворения электродов в электролите.

§ 9.2. Закон Ома

1. Напряженность поля кулоновских сил обозначим через $\mathbf{E}_{\text{кул}}$, напряженность поля сторонних сил — через $\mathbf{E}_{\text{стор}}$. Тогда для любой точки внутри проводника напряженность $\mathbf{E}$ результирующего поля равна их векторной сумме:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{кул}} + \mathbf{E}_{\text{стор}}. \tag{9.1}$$

Подставив это выражение в формулу (8.12'), получим

$$\mathbf{j} = (1/\rho)\,(\mathbf{E}_{\text{кул}} + \mathbf{E}_{\text{стор}}) \tag{9.2}$$

Умножим скалярно обе части равенства (9.2) на вектор $d\mathbf{l}$, численно равный элементу dl длины проводника и направленный по касательной к проводнику в ту же сторону, что и вектор плотности $\mathbf{j}$ тока:

$$(\mathbf{j},\ d\mathbf{l}) = (1/\rho)\,[\mathbf{E}_{\text{кул}}d\mathbf{l} + \mathbf{E}_{\text{стор}}d\mathbf{l}]$$

Так как скалярное произведение совпадающих по направлению векторов $\mathbf{j}$ и $d\mathbf{l}$ равно произведению их модулей, то это равенство можно переписать в виде

$$\rho j\,dl = \mathbf{E}_{\text{кул}}d\mathbf{l} + \mathbf{E}_{\text{стор}}d\mathbf{l},$$

или с учетом (8.5)

$$I\,(\rho/S)\,dl = \mathbf{E}_{\text{кул}}d\mathbf{l} + \mathbf{E}_{\text{стор}}d\mathbf{l}.$$

Интегрируя по длине проводника l от сечения *1* до некоторого сечения *2* и учитывая, что сила тока во всех сечениях проводника одинакова, получаем

$$I\int_1^2 \rho\,\frac{dl}{S} = \int_1^2 \mathbf{E}_{\text{кул}}d\mathbf{l} + \int_1^2 \mathbf{E}_{\text{стор}}d\mathbf{l}. \tag{9.3}$$

2. Рассмотрим подробнее физический смысл всех членов, входящих в уравнение (9.3). Интеграл $\int_1^2 \mathbf{E}_{\text{кул}}d\mathbf{l}$ численно равен работе, совершаемой кулоновскими силами при перенесении единичного поло-

жительного заряда из точки *1* в точку *2*. В электростатике было показано [см. формулу (3.16)], что

$$\mathbf{E}_{\text{кул}}\, d\mathbf{l} = -d\varphi,$$

где φ — потенциал электростатического поля.

Таким образом,

$$\int_1^2 \mathbf{E}_{\text{кул}} d\mathbf{l} = \varphi_1 - \varphi_2, \tag{9.4}$$

где φ_1 и φ_2 — значения потенциала в точках *1* и *2*.

Аналогичный линейный интеграл, содержащий вектор $\mathbf{E}_{\text{стор}}$ напряженности поля сторонних сил, называется **электродвижущей силой** (э.д.с.) $\mathscr{E}_{12}$, действующей на участке цепи *1—2*:

$$\mathscr{E}_{12} = \int_1^2 \mathbf{E}_{\text{стор}} d\mathbf{l}. \tag{9.5}$$

Электродвижущая сила $\mathscr{E}_{12}$ численно равна работе, совершаемой сторонними силами при перемещении по проводнику единичного положительного заряда из точки *1* в точку *2*. Эта работа производится за счет источника электрической энергии. Поэтому величину $\mathscr{E}_{12}$ можно также называть электродвижущей силой источника электрической энергии, включенного на участке цепи *1—2*. В СИ э.д.с. выражается в вольтах.

Напряжением на участке цепи *1—2* называется физическая величина U_{12}, численно равная работе, совершаемой суммарным полем кулоновских и сторонних сил при перемещении вдоль цепи единичного положительного заряда из точки *1* в точку *2*:

$$U_{12} = \int_1^2 (\mathbf{E}_{\text{кул}} + \mathbf{E}_{\text{стор}})\, d\mathbf{l} = \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l}, \tag{9.6}$$

или

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathscr{E}_{12}. \tag{9.7}$$

В СИ напряжение выражается в вольтах. Введенное нами понятие напряжения не совпадает с тем, которым иногда пользуются в электростатике для обозначения разности потенциалов, а является его обобщением. Напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов только в том случае, если на этом участке не приложены э.д.с.

Интеграл

$$\int_1^2 \rho \frac{dl}{S} = R_{12} \tag{9.8}$$

называется **сопротивлением** участка цепи между сечениями *1* и *2*. Для однородного линейного проводника $\rho = \text{const}$, $S = \text{const}$ и

$$R_{12} = \rho \frac{l_{12}}{S} = \frac{l_{12}}{\gamma S}, \qquad (9.8')$$

где l_{12} — длина проводника между сечениями *1* и *2*.

Сопротивление проводника в СИ выражается в омах. Сопротивление участка цепи равно 1 Ом, если при токе в 1 А напряжение на этом участке равно 1 В:

$$1 \text{ Ом} = 1 \text{ В/А}.$$

Удельное сопротивление ρ в СИ выражается в Ом·м. На практике его часто выражают в Ом·см (1 Ом·см = 0,01 Ом·м) и в Ом·мм²/м (1 Ом·мм²/м = 10^{-6} Ом·м).

3. Из соотношений (9.3) — (9.8) следует, что

$$R_{12}I = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathscr{E}_{12}. \qquad (9.9)$$

Это уравнение является математической записью **обобщенного закона Ома для участка цепи** электрического тока: *произведение сопротивления участка цепи на силу тока в нем равно сумме падения электрического потенциала на этом участке и э.д.с. всех источников электрической энергии, включенных на участке.*

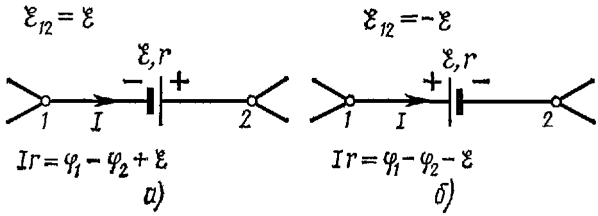

Рис. 9.2

Обобщенный закон Ома, как видно из его вывода, выражает закон сохранения и превращения энергии применительно к участку цепи постоянного электрического тока. Он в равной мере справедлив как для участков электрической цепи, не содержащих источников электрической энергии и называемых **пассивными участками**, так и для **активных участков**, содержащих указанные источники.

При выводе уравнения (9.9) мы обходили рассматриваемый участок *1—2* цепи в направлении электрического тока в этом участке (вектор $d\mathbf{l}$ совпадал по направлению с вектором плотности тока $\mathbf{j}$). Поэтому при определении $\mathscr{E}_{12}$ в (9 9) нужно пользоваться следующим правилом знаков для э.д.с. источников, включенных на участке цепи *1—2*: если напряженность поля сторонних сил в источнике совпадает по направлению с током в участке цепи, т.е. если в н у т р и и с т о ч н и к а ток идет от катода к аноду, то при подсчете $\mathscr{E}_{12}$ э д.с. этого источника нужно считать положительной (рис. 9.2, *а*). Если же ток внутри источника идет от анода к катоду, то э.д.с. этого источника следует считать отрицательной (рис. 9.2, *б*).

Обобщенный закон Ома можно также представить, пользуясь соотношением (9.7), в форме

$$R_{12}I = U_{12}. \tag{9.10}$$

4. Во всех сечениях неразветвленной замкнутой электрической цепи сила тока одинакова. Такую цепь можно рассматривать как участок, концы которого (сечения *1* и *2*) совпадают, так что $\varphi_2 = \varphi_1$ и $R_{12} = R$ — общее сопротивление всей цепи. Поэтому закон Ома для замкнутой цепи имеет вид

$$RI = \mathscr{E}, \tag{9.11}$$

где $\mathscr{E}$— алгебраическая сумма всех э.д.с., приложенных в этой цепи.

Пусть замкнутая цепь состоит из источника электрической энер-

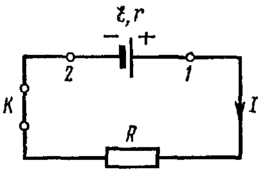

Рис. 9.3

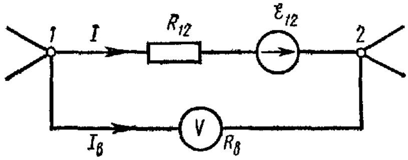

Рис. 9.4

гии с э.д.с. $\mathscr{E}$ и внутренним сопротивлением r, а также внешней части цепи, имеющей сопротивление R (рис. 9.3). Силу тока в цепи найдем по закону Ома (9.11):

$$I = \mathscr{E}/(R + r).$$

Разность потенциалов на электродах источника равна напряжению на внешней части цепи:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = RI = \mathscr{E} - Ir. \tag{9.10$'$}$$

Если с помощью ключа K цепь разомкнуть, то ток в ней прекратится и, как видно из (9.10′), разность потенциалов на клеммах источника будет равна его э.д.с.

5. Покажем, что вольтметр, подключенный параллельно какому-либо участку электрической цепи постоянного тока, измеряет разность потенциалов на концах этого участка (рис. 9.4). Напишем обобщенный закон Ома для рассматриваемого участка *1*—*2*:

$$R_{12}I = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}_{12}.$$

С другой стороны, по тому же закону, записанному для участка *1*—*2* цепи вольтметра, на котором нет э.д.с.,

$$R_{в}I_{в} = \varphi_1 - \varphi_2,$$

где $R_{в}$ и $I_{в}$ — сопротивление вольтметра и ток в нем. Таким образом, ток в вольтметре, определяющий отклонение его подвижной системы, пропорционален именно разности потенциалов на участке *1*—*2* электрической цепи, а не напряжению $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}_{12}$. В случае пассивного участка $\mathscr{E}_{12} = 0$, поэтому разность потенциалов и напряжение на таком участке равны друг другу.

§ 9.3. Закон Джоуля—Ленца

1. В том случае, когда электрический ток в цепи постоянен, а образующие ее проводники неподвижны, работа сторонних сил целиком расходуется на нагревание проводников[1].

Если в единице объема проводника за единицу времени выделяется энергия w (объемная плотность тепловой мощности), то в объеме dV за время dt — энергия

$$dW = wdVdt.$$

По закону Джоуля—Ленца (8.16′), объемная плотность тепловой мощности тока $w = \mathbf{E}\ \mathbf{j}$. Поэтому

$$dW = \mathbf{E}\ \mathbf{j}dVdt. \tag{9.12}$$

Объем dV равен произведению элемента длины проводника dl на элемент площади поперечного сечения dS: $dV = dl \cdot dS$. Так как векторы $\mathbf{j}$ и $d\mathbf{l}$ совпадают по направлению, то $\mathbf{j} = j(d\mathbf{l}/dl)$. Подставив выражения для dV и $\mathbf{j}$ в (9.12), получим

$$dW = \mathbf{E}d\mathbf{l}\,jdSdt. \tag{9.13}$$

2. Энергию W, выделяющуюся за время t по всему объему проводника, длина которого l, а площадь поперечного сечения S, найдем интегрированием выражения (9.13):

$$W = IUt, \tag{9.14}$$

где I — сила тока, а U — напряжение на рассматриваемом участке цепи постоянного тока.

Соответствующее этой энергии количество теплоты, выделяющейся в проводнике,

$$Q = IUt. \tag{9.15}$$

Формула (9.15) выражает **закон Джоуля — Ленца**: *количество теплоты, выделяемой током в проводнике, пропорционально силе тока, времени его прохождения и напряжению.*

3. Пусть R — сопротивление проводника, тогда по закону Ома $U = IR$ и формулу (9.15) можно переписать в виде

$$Q = I^2Rt, \quad \text{или} \quad Q = U^2t/R. \tag{9.15′}$$

Зависимость количества теплоты, выделяющейся в проводнике при прохождении тока, от сопротивления проводника можно продемонстрировать на следующих опытах. Возьмем два куска медной и нихро-

---

[1] Речь идет об электрических цепях, составленных из металлических проводников.