

II. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

ЗАДАЧИ

II. 1.1 (20 баллов).

- Каково отношение толщины скин-слоя в меди на частоте 1 кГц к его толщине на частоте 100 МГц?
- Чему равна напряженность электрического поля в лазерном пучке при плотности энергии в нем 10^6 Дж/см^3 ?
- Как связаны между собой параметры R , L и C последовательного колебательного контура в случае критического затухания?

II. 1.2 (20 баллов). Предположим, что электрон колеблется с частотой $\omega = 10^{15}$ рад/с. Начальная амплитуда $A = 10^{-8}$ см.

- Вычислите энергию, излучаемую электроном за один период.
- Чему равно отношение энергии, излучаемой за один период, к средней механической энергии электрона?
- За какое время τ энергия электрона уменьшится вдвое?

II. 1.3 (20 баллов).

- Чему равна энергия взаимодействия двух параллельных диполей, расположенных на расстоянии d друг от друга? Предположите, что вектор, соединяющий оба диполя, перпендикулярен направлениям их дипольных моментов.
- Две проводящие сферы (радиусом R каждая) помещены в однородное электростатическое поле E , направленное перпендикулярно линии, соединяющей обе сферы. Расстояние между центрами сфер равно d . Определите силу взаимодействия между сферами, считая $R \ll d$.

II. 1.4 (20 баллов). Имеется цилиндр радиусом a и длиной L , однородно заполненный полностью ионизованным газом, текущим со скоростью v вдоль оси цилиндра, с плотностью электрического заряда ρ .

- Определите магнитное поле на расстоянии r от оси цилиндра. (Краевыми эффектами пренебречь.)
- Предположим, что в цилиндр инжектируется параллельный пучок быстрых протонов массой m и начальной скоростью V' , направленной параллельно оси цилиндра. Такую систему можно использовать для фокусировки про-

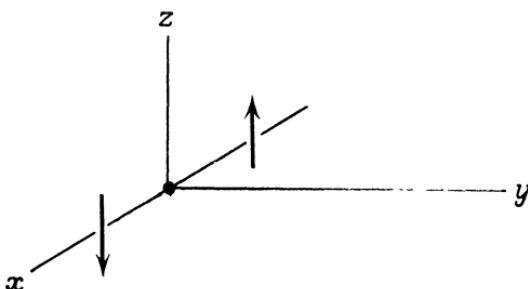
тонов в некоторую точку, расположенную на оси цилиндра. Определите фокусное расстояние f , предполагая $L \ll f$ и пренебрегая электростатическими и релятивистскими эффектами. (Фокусное расстояние f — это расстояние от конца цилиндра до фокуса.)

II. 1.5 (20 баллов). Вычислите поле равномерно движущегося точечного заряда, применяя к 4-вектору потенциала (A_x , A_y , A_z , iV) преобразование Лоренца от системы отсчета, связанной с зарядом, к лабораторной системе отсчета.

II. 2.1 (15 баллов). Докажите, что $\nabla^2 \frac{1}{|\mathbf{r}|} = -4\pi\delta(\mathbf{r})$.

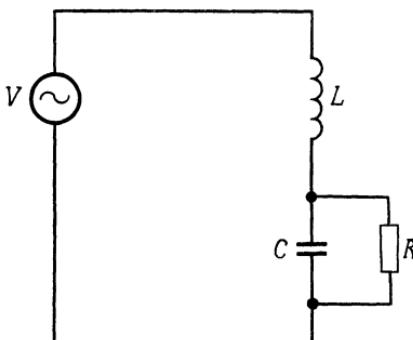
II. 2.2 (15 баллов). Четыре положительных заряда и столько же отрицательных зарядов расположены по одному в вершинах куба. Знаки зарядов чередуются от вершины к вершине, так что ближайшие к каждому заряду три других заряда противоположны ему по знаку. Как зависит от расстояния результирующее электростатическое поле в точках, значительно удаленных от этой системы?

II. 2.3 (15 баллов). Два электрических диполя, расположенные на оси x и противоположно ориентированные вдоль оси z , осциллируют точно в противофазе. Их x -координаты отличаются на $\lambda/2$. Вычислите вектор Пойнтинга на больших расстояниях от этой системы.



II. 2.4 (15 баллов). Две одинаковые круговые петли из сверхпроводника, обладающие каждая индуктивностью L , расположены коаксиально на большом расстоянии друг от друга. В каждой петле в одном и том же направлении течет ток I . Петли затем совмещают. Каков будет результирующий ток $I'_{1,2}$ в каждой петле? Чему равны энергии системы в исходном и конечном состояниях? Какие переходы энергии при этом происходят?

II.2.5 (15 баллов). В изображенной ниже электрической цепи, запатентованной Штейнмецем¹), частота приложенного переменного напряжения V равна $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Определите зависимость тока, протекающего через резистор, от этого напряжения и параметров цепи.



II.2.6 (15 баллов). Плоская электромагнитная волна падает нормально на проводник, диэлектрическая и магнитная проницаемости которого принимаются такими же, как у свободного пространства. Частота волны и проводимость проводника таковы, что величины токов проводимости и смещения внутри проводника равны друг другу. Определите коэффициент отражения волны, т. е. отношение энергии отраженной волны к энергии падающей волны.

II.2.7 (10 баллов). Незаряженная проводящая сфера помещена в однородное электрическое поле. Запишите в полярных координатах возмущение поля, вызванное сферой, в произвольных точках пространства вне сферы.

II.3.1 (20 баллов). Согласно классической теории, электрон вращается по круговой орбите вокруг протона. Исходя из классической теории излучения, получите дифференциальное уравнение, описывающее изменение энергии электрона. Используя найденное уравнение, вычислите ориентировочно время «падения» слабо связанного (почти свободного) электрона на первую боровскую орбиту.

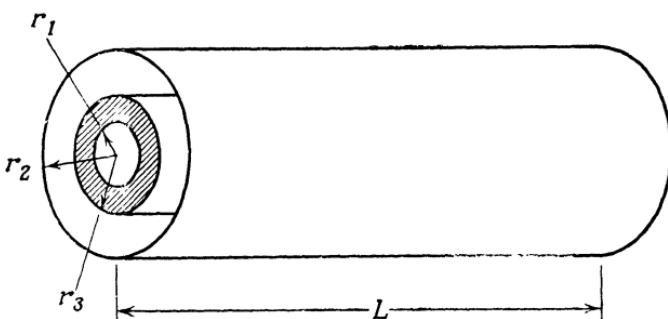
II.3.2 (20 баллов). Какому распределению зарядов соответствует сферически симметричный потенциал $V(r) = e^{-\lambda r}/r$?

II.3.3 (10 баллов). Плоская электромагнитная волна с напряженностью электрического поля $E = 10^6$ ед. СГСЭ падает

¹ Чарлз (Карл) Штейнмец (1865—1923) — широко известный на рубеже XIX—XX вв. теоретик и практик в области электротехники. — Прим. перев.

нормально на плоскую поверхность диэлектрика, диэлектрическая проницаемость которого $\epsilon = 1,44$. Вычислите давление волны на поверхность. (Показатель преломления n полагайте равным $\sqrt{\epsilon}$.)

II.3.4 (20 баллов). Обкладки конденсатора (см. рисунок) представляют собой два концентрических цилиндра радиусами r_1 и r_2 ($r_1 < r_2$) и длиной $L \gg r_2$. Область, ограниченная радиусами r_1 и $r_3 = \sqrt{r_1 r_2}$, заполнена диэлектриком с диэлектрической постоянной K (в образовавшемся зазоре — воздух).



- Какова емкость такого конденсатора?
- Чему равны величины E , P и D внутри диэлектрика ($r_1 < r < r_3$) и в воздушном зазоре ($r_3 < r < r_2$) на расстоянии r от оси конденсатора, если разность потенциалов на обкладках конденсатора равна V ?
- Какую работу нужно затратить, чтобы удалить из конденсатора диэлектрик при условии, что разность потенциалов на обкладках конденсатора поддерживается постоянной?

II.3.5 (10 баллов). На кольцевой железный сердечник радиусом d и площадью поперечного сечения A ($d^2 \gg A$) намотана катушка из N витков провода. Предположите, что магнитная проницаемость железа $\mu = \text{const} \gg 1$.

- Как зависит магнитный поток в сердечнике $\Phi = \int B_n dA$ от тока I , протекающего через катушку?
- Если в сердечнике сделать зазор шириной δ ($\delta^2 \ll A$), то каким станет магнитный поток при той же величине тока I ?
- Какова энергия магнитного поля в сердечнике, в зазоре?
- Вычислите индуктивность катушки при наличии зазора.

II.3.6 (20 баллов). Круговая петля радиусом a расположена концентрически в плоскости другой, значительно большей петли радиусом b ($a \ll b$). Большая петля закреплена неподвижно, и по ней протекает постоянный ток I , а меньшую петлю вращают вокруг диаметра с угловой частотой ω (ее электрическое сопротивление равно R , а индуктивность пренебрежимо мала).

- Определите, как зависит ток в малой петле от времени.
- Найдите, какой момент силы должен быть приложен к малой петле, чтобы привести ее во вращение с указанной частотой?
- Определите э. д. с., индуцируемую в большой петле, как функцию времени.

II.4.1 (5 баллов). Вычислите энергию взаимодействия E трех зарядов q , q и $-q$, расположенных в вершинах равностороннего треугольника с длиной сторон a .

II.4.2 (5 баллов). Каков порядок величины отношения сил электростатического и гравитационного притяжения между протоном и электроном?

II.4.3 (5 баллов). Точечный заряд q находится на расстоянии d от проводящей плоскости. Какую энергию нужно затратить, чтобы удалить его на бесконечное расстояние от плоскости?

II.4.4 (5 баллов). Некоторое распределение зарядов создает однородное электрическое поле E_0 , направленное по оси x . В это поле в плоскости $x = 0$ вводят тонкую пластинку с поверхностной плотностью заряда σ . Предполагая, что введение пластиинки не нарушает исходного распределения зарядов, найдите результирующее поле по обе стороны от пластиинки.

II.4.5 (5 баллов). Рассмотрим две концентрически расположенные металлические сферы радиусами r_1 и r_2 ($r_2 > r_1$). Наружная сфера несет заряд q , а внутренняя сфера заземлена. Чему равен заряд на внутренней сфере?

II.4.6 (5 баллов). Определите распределение магнитного поля внутри длинного прямолинейного однородного проводника радиусом R , по которому течет ток I .

II.4.7 (5 баллов). На два одинаковых железных тороидальных сердечника намотано соответственно N и $2N$ витков одного и того же провода. Предположим, что на вторую обмотку ушло ровно вдвое больше провода, чем на первую. Соединим обе обмотки последовательно. Каково будет отношение напряжений на обмотках, когда в них течет

- а) постоянный ток?
 б) переменный ток высокой частоты?

II. 4.8 (5 баллов). На расстоянии d от плоской границы среды из мягкого железа, заполняющего полупространство, расположен параллельно ей тонкий длинный проводник с током I . Предположите, что магнитная проницаемость железа бесконечно велика ($\mu = \infty$). Определите силу, действующую на единицу длины проводника. Является ли она притягивающей или отталкивающей?

II. 4.9 (5 баллов). Однородно намагниченная бусинка объемом V расположена в центре круговой петли радиусом r , по которой протекает ток I . Магнитный момент единицы объема бусинки направлен параллельно плоскости петли и равен M . Определите вращающий момент, действующий на петлю.

II. 4.10 (5 баллов). К рельсам железнодорожного пути, изолированным от земли и друг от друга, подключен милливольтметр. Определите его показания, когда по ним идет поезд со скоростью 180 км/ч. Предположите, что вертикальная составляющая магнитного поля Земли равна 0,2 Гс, а расстояние между рельсами $L = 1$ м.

II. 4.11 (5 баллов). Электрический диполь p помещен в постоянное электрическое поле E под углом α к направлению поля. Какую нужно затратить работу, чтобы повернуть диполь вокруг перпендикулярной ему оси на 180° ?

II. 4.12 (5 баллов). В однородное электрическое поле E_0 вдоль его направления помещен очень длинный тонкий стержень с диэлектрической проницаемостью K . Определите напряженность поля E и электрическую индукцию D внутри стержня.

II. 4.13 (5 баллов). Как связаны между собой параметры R , L и C последовательного колебательного контура в случае критического затухания?

II. 4.14 (5 баллов). Освещенность земной поверхности равна в среднем $1,3 \cdot 10^3$ Дж/($\text{м}^2 \cdot \text{с}$). Каковы амплитуды полей E в В/м и B в Вб/м², если предположить, что земная поверхность освещается монохроматическим светом?

II. 4.15 (5 баллов). На границе раздела двух диэлектриков имеется поверхностный заряд плотностью σ . Напишите граничные условия для компонент вектора напряженности электрического поля.

II. 4.16 (5 баллов). Как зависит от расстояния r потенциал электрического поля диполя?

II.4.17 (5 баллов). Чему ориентировано равна напряженность магнитного поля Земли на ее поверхности?

II.4.18 (5 баллов). Чему равен электрический потенциал внутри изолированной проводящей сферы радиусом R , которой сообщен заряд Q ?

II.4.19 (5 баллов). Напишите выражения для плотностей энергии и импульса электромагнитного поля в вакууме.

II.4.20 (5 баллов). Определите величину и направление вектора Пойнтинга на поверхности длинного прямолинейного проводника кругового сечения, по которому течет постоянный ток I . Радиус провода b , а сопротивление провода на единицу длины равно R .

II.5.1 (5 баллов). Каким сопротивлением — емкостным или индуктивным — обладает параллельный LC -контур на частоте ω ниже резонансной ω_0 ?

II.5.2 (5 баллов). Определите силу, действующую на электрический диполь в однородном электрическом поле.

II.5.3 (5 баллов). N идентичных конденсаторов соединены параллельно и подключены к источнику напряжения V . Затем их отключают от источника, разъединяют и, не разряжая, вновь соединяют, но последовательно. Определите результирующее напряжение на конденсаторах.

II.5.4 (5 баллов). Две одинаковые катушки, каждая из которых обладает индуктивностью L , соединены последовательно и расположены так близко друг от друга, что магнитный поток одной катушки полностью пронизывает другую. Чему равна общая индуктивность такой цепи?

II.5.5 (5 баллов). Изолированный металлический объект заряжают в вакууме до потенциала V_0 , и он запасает электрическую энергию \tilde{W}_0 . Затем объект отключают от источника потенциала (заряд объекта при этом не изменяется) и погружают в диэлектрическую среду, занимающую большой объем и характеризуемую диэлектрической проницаемостью K . Какова будет теперь энергия электрического поля?

II.5.6 (5 баллов). Как изменяется с расстоянием r от источника напряженность электрического поля сферической электромагнитной волны при больших значениях r ?

II.5.7 (5 баллов). Электромагнитная волна падает нормально на идеальную проводящую поверхность. Изменяются ли при отражении волны фазы векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} на 180° ? Если да, то какого из них?

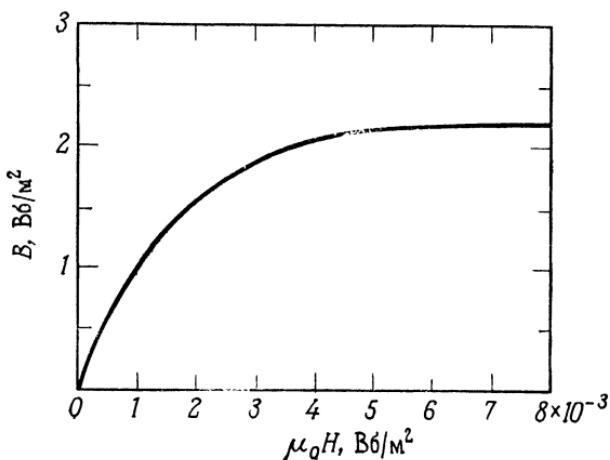
II.5.8 (5 баллов). Центры двух металлических сфер радиусом R каждая отстоят друг от друга на расстояние d ($d > 2R$). Заряд одной из сфер равен Q , а другой $-Q$. Будет ли сила взаимодействия между ними больше, равна или меньше силы взаимодействия точечных зарядов Q и $-Q$, разнесенных на то же расстояние d ?

II.5.9 (5 баллов). Напишите выражение для силы взаимодействия (отнесенной к единице длины) двух длинных параллельных проводов с токами I , текущими в одном и том же направлении; расстояние между проводами d . Является ли эта сила притягивающей или отталкивающей?

II.5.10 (5 баллов). Лабораторный кольцевой электромагнит имеет диаметр полюсов сердечника 15 см, воздушный зазор между ними 1 см и длину магнитопровода 1 м. Обмотка магнита состоит из 22 000 витков медного провода.

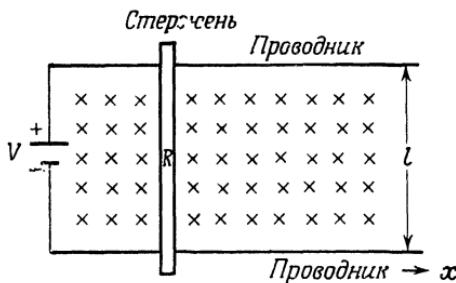
а) Вычислите магнитную индукцию в зазоре в единицах $\text{Вб}/(\text{м}^2 \cdot \text{А})$, т. е. отнесенную к току 1 А, при условии, что начальная магнитная проницаемость сердечника равна 1000.

б) При токах свыше 0,5 А происходит насыщение сердечника. Оцените магнитную индукцию в зазоре при токе 1 А, пользуясь приведенным на рисунке графиком $B(H)$.



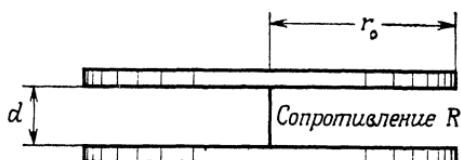
II.5.11 (20 баллов). Рассмотрим простой преобразователь электрической энергии в механическую, схематически показанный ниже на рисунке. К источнику напряжения V подключены два длинных параллельных проводника с нулевым сопротивлением, расположенных на расстоянии l один от другого. Их замыкает скользящий вдоль них стержень, обладающий сопротив-

лением R , который движется параллельно самому себе и остается перпендикулярным проводникам. Перпендикулярно плоскости проводников приложено внешнее однородное магнитное поле B .



- Чему равна установившаяся скорость стержня в отсутствие внешней механической нагрузки?
- Получите выражение для скорости движения стержня в зависимости от времени, считая массу стержня равной m , а началом движения момент $t = 0$.
- Определите установившуюся скорость стержня в случае, когда к нему приложена сила F в направлении, противоположном движению.
- Чему в случае «в» равен к. п. д. преобразователя, т. е. какая часть электрической энергии, отбираемой от источника напряжения, преобразуется в механическую работу?

II.5.12 (20 баллов). Пластины плоского конденсатора служат два диска радиусом r_0 с небольшим зазором шириной d ($d \ll r_0$). Пластинам сообщены заряды Q_0 и $-Q_0$. В момент времени $t = 0$ центры пластин соединяют тонким прямым проводом, имеющим сопротивление R . Пусть R столь велико, что индуктивностью цепи можно пренебречь, а поле между пластинами в любой момент времени можно считать однородным.



- Найдите зависимость заряда на каждой пластине конденсатора от времени.
- Определите ток $i(t)$, протекающий через круговое сечение радиусом ρ ($\rho < r_0$) любой из пластин. (Сечение

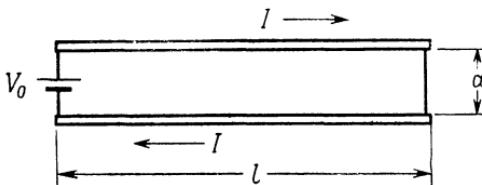
является концентрическим относительно пластины конденсатора.)

в) Получите зависимость магнитного поля между пластинаами от времени и от радиальной координаты.

г) Объясните подробно, почему только азимутальная компонента магнитного поля отлична от нуля.

II. 5.13 (10 баллов). Световая волна имеет частоту $f = 4 \cdot 10^{14}$ Гц и длину волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м. Какова скорость распространения этой волны? Чему равен показатель преломления среди n , в которой она распространяется? Какова длина волны света λ_0 , после того как он вышел из данной среды и стал распространяться в воздухе?

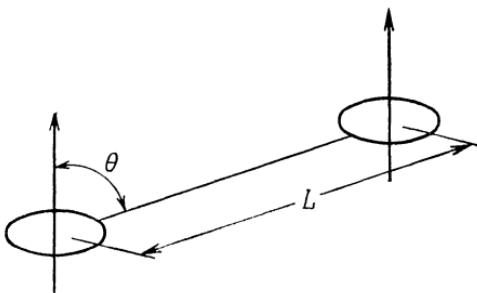
II. 6.1 (20 баллов). Система, показанная на рисунке, состоит из двух плоских проводящих пластин длиной l , шириной b (в направлении, перпендикулярном рисунку) и зазором a между ними ($a \ll b, l$). Справа пластины закорочены, а слева к ним мгновенно подключают источник напряжения V_0 . Будем предполагать, что ток в пластинах протекает только по направлению l . Всеми сопротивлениями и всеми эффектами, связанными с конечной скоростью распространения электромагнитных полей, можно пренебречь.



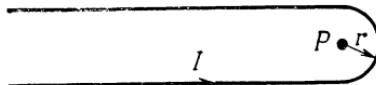
- а) Определите зависимость магнитного поля B в зазоре между пластинаами от тока I , протекающего в цепи.
- б) Чему равна индуктивность цепи?
- в) Найдите зависимость тока в цепи от времени.
- г) Чему равно напряжение на пластинах на расстоянии x от закороченного конца?
- д) Каков поток энергии в системе на расстоянии x от закороченного конца?

II. 6.2 (20 баллов). В двух круговых петлях радиусами R и расстоянием между центрами L ($L \gg R$) протекают в одном и том же направлении равные токи I . Определите вращательный момент, действующий на петли и силу взаимодействия между ними

в зависимости от угла θ , образованного осями петель с направлением L .



II. 6.3 (10 баллов). Длинный провод изогнут подобно шпильке для волос, как показано на рисунке. Получите точное выражение для магнитного поля в точке P , находящейся в центре полуокружности.



II. 6.4 (20 баллов). Определите самую низкочастотную моду электромагнитных колебаний в прямоугольном объемном резонаторе со сторонами $a > b > d$ и идеально проводящими стенками. Найдите соответствующую ей резонансную частоту и опишите зависимость поля от пространственных координат.

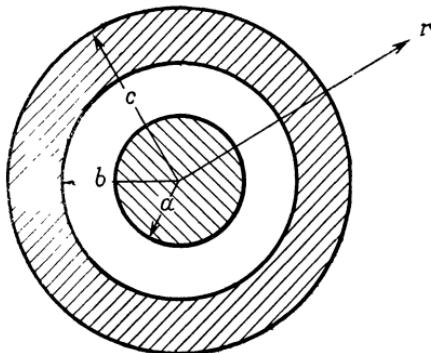
II. 6.5 (20 баллов). Плоская электромагнитная волна частотой ω падает нормально на поверхность немагнитного металла, имеющего проводимость σ .

- Напишите дифференциальное уравнение в частных производных для магнитного поля внутри металла. Частоту ω считайте достаточно низкой, так что токами смещения внутри металла можно пренебречь.
- Задайте граничные условия для тангенциальных компонент E^t и H^t электрического и магнитного полей на поверхности.
- Пользуясь формулой $E^t = Z H^t \times \hat{n}$, где \hat{n} — единичный вектор нормали к поверхности, найдите выражение для поверхностного импеданса $Z(\sigma, \omega)$.

II. 6.6 (10 баллов). По прямолинейному круглому проводу с однородной проводимостью σ и площадью поперечного сечения A течет постоянный ток I . Определите направление и величину вектора Пойнтинга на поверхности провода. Возьмите интеграл от нормальной компоненты вектора Пойнтинга по поверхности

проводка на отрезке длиной L и сравните полученный результат с количеством джоулева тепла, выделяемого током на этом отрезке.

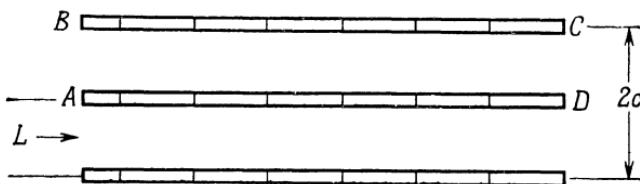
II. 7.1 (20 баллов). По центральному проводнику длинного коаксиального кабеля (на рисунке показано поперечное сечение такого кабеля) и по наружному цилиндрическому проводнику текут одинаковые по величине, но противоположно направленные токи I .



а) Определите распределение магнитного поля в четырех различных областях:

- 1) $r < a$,
- 2) $a < r < b$,
- 3) $b < r < c$,
- 4) $r > c$.

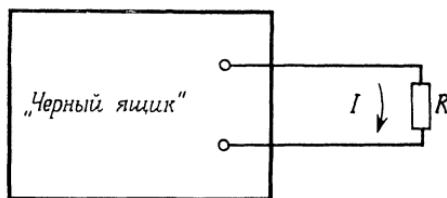
б) Вычислите индуктивность L отрезка этого кабеля длиной 10 см (толщиной цилиндрического проводника можно пренебречь, полагая $c \gg a$ и $c \gg c - b$).



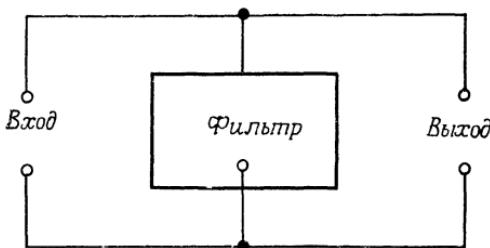
II. 7.2 (20 баллов).

а) «Черный ящик» содержит источники неизвестного напряжения и резисторы с неизвестными сопротивлениями. Схема соединения их не дана. Известно лишь, что если подключить к выходным клеммам черного ящика

резистор с сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$, то через него будет протекать ток силой 1 А , а при подключении резистора с сопротивлением $R = 18 \text{ Ом}$ ток составит $0,6 \text{ А}$. Определите, какое сопротивление должен иметь подключенный резистор, чтобы ток стал равным $0,1 \text{ А}$.



- б) Предложите простой фильтр, способный сильно ослабить пульсации напряжения частотой 60 Гц на выходе электрической цепи, приведенной на рисунке¹⁾.



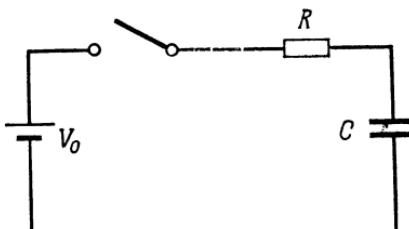
II. 7.3 (20 баллов). Центры двух магнитных диполей μ_1 и μ_2 находятся на фиксированном расстоянии r друг от друга. Диполи могут свободно вращаться вокруг своих центров.

- а) Покажите расположение диполей, соответствующее максимальной энергии E_{\max} взаимодействия между ними, и вычислите эту энергию.
 б) Покажите взаимное расположение диполей, соответствующее минимальной энергии E_{\min} , и вычислите эту энергию.

II. 7.4 (10 баллов). Конденсатор $C = 1 \text{ мкФ}$ мгновенно подключают к источнику постоянного напряжения $V_0 = 100 \text{ В}$ через

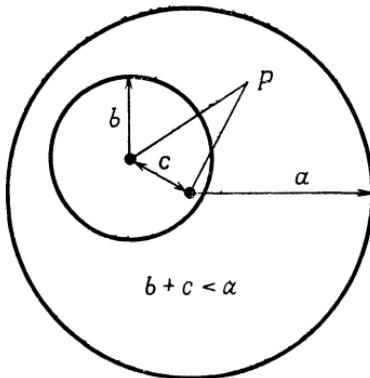
¹⁾ Для определенности предположите, что к входным клеммам подключен либо генератор тока (обладающий, согласно определению, бесконечным внутренним сопротивлением), либо генератор э. д. с. с конечным внутренним сопротивлением. — Прим. перев.

резистор $R = 100$ Ом. За какой промежуток времени конденсатор зарядится до напряжения 50 В?



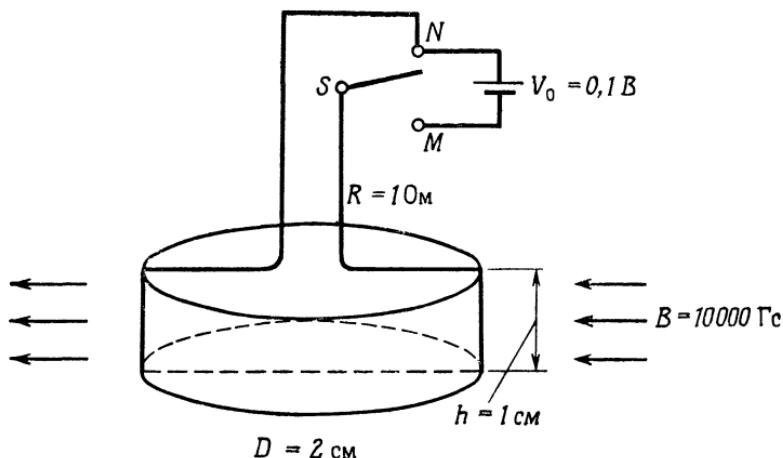
II. 7.5 (10 баллов). Электрон влетает в однородное магнитное поле $H = 10^4$ Э под углом 45° со скоростью $v = 10^4$ см/с. Рассчитайте полностью все последующее движение электрона. (Имейте в виду, что нужно получить точные количественные характеристики этого движения.)

II. 7.6 (20 баллов). Длинный прямолинейный проводник радиусом a имеет внутри круглое отверстие радиусом b , вытянутое параллельно оси проводника, но смещенное относительно этой оси на расстояние c , причем $b + c < a$. В проводнике течет ток I , равномерно распределенный по его сечению. Определите магнитное поле в произвольной точке пространства.



II. 8.1 (20 баллов). Пластмассовый диск диаметром $D = 2$ см, высотой $h = 1$ см и плотностью $\rho = 1$ г/см³ плотно огибает рамка из латунного провода с общим сопротивлением $R = 1$ Ом. В подвешенном состоянии эта система представляет собой кривильный маятник без трения с периодом колебаний $T = 10$ с. В исходном состоянии диск покоятся в однородном магнитном поле $B = 10\,000$ Гс, направленном параллельно плоскости рамки (как показано на рисунке). В момент $t = 0$ переключатель S

переводят в положение M , и на рамку подается напряжение $V_0 = 0,1$ В. Затем в момент времени $t = T_1 = 10^{-4}$ с переключатель ставят в исходное положение N . Определите зависимость



мощь амплитуды колебаний маятника (в радианах) от времени t .

II.8.2 (20 баллов). Имеется ящик, снабженный двумя клеммами. Известно, что в нем находятся катушка индуктивности с пренебрежимо малым сопротивлением, конденсатор и резистор. Если на клеммы подать постоянное напряжение 100 В, то через них потечет ток силой 0,1 А. При подаче же на них переменного напряжения 100 В частотой 60 Гц ток равен 1 А. Если амплитуду переменного напряжения поддерживать постоянной, а частоту его повышать, то при частоте 1000 Гц ток очень сильно возрастает. Как соединены упомянутые три элемента внутри ящика и каковы значения их параметров?

II.8.3 (20 баллов). Исходя из уравнений Максвелла, получите выражение, описывающее распространение плоской электромагнитной волны с частотой ω в неограниченной среде, имеющей проводимость σ , диэлектрическую и магнитную проницаемости ϵ и μ .

II.8.4 (10 баллов). Какой минимальной энергией (в МэВ) должен обладать протон, чтобы при столкновении его с дейтроном образовалась пара протон — антипротон?

II.8.5 (10 баллов). Катушку индуктивности L мгновенно подключают через резистор R к батарее с напряжением V . Определите стационарное значение тока в цепи. Через какой промежуток времени ток в цепи нарастет до половины стационарного значения?

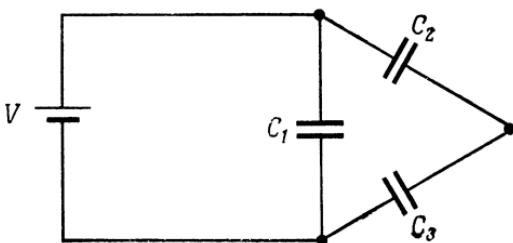
II. 8.6 (20 баллов). Запишите выражения для скалярного и векторного потенциалов, соответствующие следующему магнитному полю:

$$\mathbf{B} = k(y\hat{\mathbf{i}} + x\hat{\mathbf{j}}).$$

II. 9.1 (15 баллов). В длинной трубке, содержащей полностью ионизованный газ (водород), вдоль ее оси движутся электроны со средней скоростью 10^5 см/с, образуя цилиндрический пучок диаметром 50 см. Полный ток пучка равен 10^4 А. Определите величину и направление силы F , действующей на отдельный электрон на боковой поверхности пучка.

II. 9.2 (20 баллов). Эффективная проводимость среды, содержащей N электронов в одном кубическом метре, определяется формулой $\sigma = -iNe^2/\omega t$, где e и m — заряд и масса электрона. Пользуясь уравнениями Максвелла, получите выражение для скорости распространения электромагнитных волн в этой среде, а из него — показатель преломления среды. Объясните, как эта задача связана с отражением радиоволн от ионосферы.

II. 9.3 (10 баллов). Электрическая цепь подключена к источ-

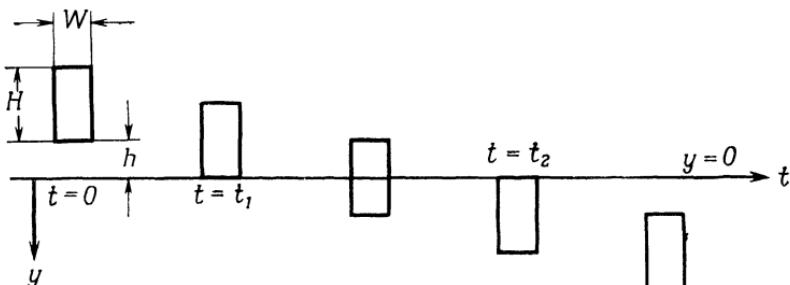


нику напряжения V . Определите электрическую энергию, запасенную в этой цепи.

II. 9.4 (5 баллов). Чему равна (с точностью до двух порядков) величина остаточного давления газа внутри электронной лампы в миллиметрах ртутного столба?

II. 9.5 (20 баллов). Прямоугольная замкнутая проволочная рамка имеет высоту H и ширину W . В момент времени $t = 0$ она начинает свободно падать. В начальный момент времени нижняя сторона рамки находится на высоте h над плоскостью $y = 0$. Выше этой плоскости магнитное (и электрическое) поле отсутствует, а ниже ее имеется однородное магнитное поле B , перпендикулярное плоскости рисунка и направленное на читателя. Масса рамки m , сопротивление R . Определите движение рамки во времени. Найдите скорость рамки v и постройте ее

зависимость от времени t . Особый интерес представляет движение в промежутках времени от $t = 0$ до t_1 , от t_1 до t_2 и при $t > t_2$. Как изменится движение рамки, если увеличить пропорционально размеры H и W , оставляя неизменной толщину провода, из которой сделана рамка?



II. 9.6 (10 баллов). Точечный заряд q (измеряемый в кулонах) расположен на расстоянии d от неограниченной проводящей заземленной пластины. Восстановите нормаль от поверхности пластины к точке расположения заряда. Найдите плотность зарядов, индуцированных на поверхности пластины, как функцию расстояния r от этой нормали.

II. 9.7 (20 баллов). Пластины плоского конденсатора, имеющие форму квадрата со стороной 1 м, расположены на расстоянии 1 см друг от друга. Разность потенциалов между пластинами 1000 В.

а) Определите силу (в ньютонах), действующую между пластинами.

б) Пренебрегая краевыми эффектами, вычислите плотность заряда на пластинах (в кулонах на квадратный метр).

II. 10.1 (20 баллов). При комнатной температуре измеряют проводимость следующих материалов: меди высокой чистоты, германия n -типа и ниобия. Затем образцы погружают в жидкий гелий (при температуре 4 К) и снова проводят измерения. Изменится ли проводимость каждого материала? (Дайте лишь качественное объяснение.) В какую сторону? Почему?

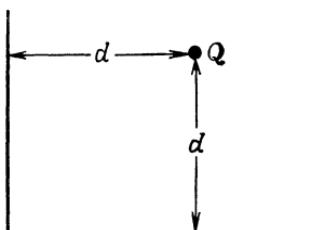
II. 10.2 (20 баллов). По тонкостенному проводящему цилинду диаметром 10 см течет ток. Этот цилиндрложен внутри другого проводящего цилиндра диаметром 20 см. Оба цилиндра являются концентрическими.

а) Вычислите индуктивность единицы длины такой системы, предполагая, что по внешнему цилиндру течет такой же по величине ток, что и по внутреннему цилиндру,

но в противоположном направлении и что оба цилиндра являются частью последовательной электрической цепи.

б) Выясните, стремится ли сила, действующая на внешний цилиндр, расширить или сжать его. (Обоснуйте ваш ответ.)

II. 10.3 (20 баллов). Электрический заряд Q расположен на одном и том же расстоянии d от двух взаимно перпендикулярных бесконечных проводящих плоскостей. Определите потенциал поля в произвольной точке пространства.



II. 10.4 (20 баллов). Тороидальный сердечник изготовлен из согнутого в кольцо стержня диаметром 1 см и длиной 1 м. На него равномерно намотана обмотка с плотностью 100 витков/см. Магнитную проницаемость стержня считайте равной проницаемости свободного пространства.

а) Каково магнитное поле в сердечнике, если через обмотку течет ток силой 100 А?

б) Найдите индуктивность обмотки (в генри), предполагая, что намотка является очень плотной и ее толщиной можно пренебречь;

в) Вычислите электрическую энергию, затрачиваемую на создание магнитного поля в сердечнике при токе силой 100 А;

г) Определите по известным значениям B и H энергию магнитного поля, сосредоточенного в сердечнике.

Пренебречь радиальным изменением поля, считать его однородным и равным по величине полю в центре сердечника. Указать всюду единицу измерения.

II. 10.5 (20 баллов). Два конденсатора различной емкости C_1 и C_2 заряжены порознь от одного и того же источника напряжения V . Затем положительно заряженную обкладку одного конденсатора соединяют с отрицательно заряженной обкладкой другого конденсатора. Оставшиеся свободными обкладки затем соединяют между собой.

а) Определите результирующий заряд на каждом конденсаторе.

б) Вычислите изменение энергии электрического поля.