

III. ТЕПЛОТА, СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА И ОПТИКА

ЗАДАЧИ

III. 1.1 (5 баллов). Оцените удельную теплоемкость однотипной монеты¹⁾.

III. 1.2 (5 баллов). Оцените степень магнитной поляризации атомарного водорода в магнитном поле Земли на широте Беркли²⁾ при нормальных условиях³⁾.

III. 1.3 (10 баллов). Молекулы газа распределены по двум состояниям с внутренними энергиями 0 и \mathcal{E} со статистическими весами g_1 и g_2 соответственно. Вычислите вклад этих состояний в молярную теплоемкость газа.

III. 1.4 (5 баллов). На скалах Дувра расположена радиолокационная станция (РЛС), работающая на длине волн 5 м. С высоты 200 м она осуществляет обзор Английского канала⁴⁾. Над каналом в 20 км от РЛС на предельно малой высоте летит самолет. Оказывается, что сигналы от РЛС до него не доходят, и поэтому он не дает отраженных сигналов. Почему это происходит? С другой стороны, на определенных высотах самолет отражает чрезвычайно сильные сигналы. Что это за высоты? (Использование этого физического явления сыграло немаловажную роль для победы англичан в Битве за Англию во время второй мировой войны.)

III. 1.5 (20 баллов). В камере-обскуре требуется получить изображение протяженного объекта желтого цвета. Расстояние от отверстия камеры до фотопленки равно D . Как следует выбрать диаметр отверстия d , чтобы получить изображение с максимальной резкостью? Как при таком оптимальном диаметре отверстия и неизменной чувствительности пленки время выдержки зависит от расстояния D ?

III. 1.6 (20 баллов). В замкнутом сосуде объемом 1 л при комнатной температуре находится водород при начальном давлении 10^{-4} мм рт. ст. В момент времени $t = 0$ в нем мгновенно нагревают до яркого свечения проволочную спираль общей площадью поверхности 0,2 см². Молекулы водорода при ударах о

¹⁾ Отчеканенной из меди. — Прим. перев.

²⁾ Примерно на средней широте. — Прим. перев.

³⁾ Нормальным условиям соответствуют температура 0 °C и давление 760 мм рт. ст. — Прим. перев.

⁴⁾ Так в англосаксонских странах называют пролив Ла-Манш. — Прим. перев.

раскаленную спираль диссоциируют. Образовавшиеся нейтральные атомы водорода при контакте со стенками сосуда оседают на них. Чему равна приблизительно средняя длина свободного пробега молекул водорода при начальном давлении? Получите функциональную зависимость давления от времени t . Через какой промежуток времени давление в сосуде упадет до значения 10^{-7} мм рт. ст. Влиянием нагретой спирали на температуру газа можно пренебречь.

III. 1.7 (25 баллов). Тройной точке воды соответствуют следующие параметры:

температура $0,01^{\circ}\text{C}$,

давление $4,58$ мм рт. ст.,

удельный объем твердой фазы $1,0907 \text{ см}^3/\text{г}$,

удельный объем жидкой фазы $1,0001 \text{ см}^3/\text{г}$,

удельная теплота парообразования 596 кал/г,

удельная теплота плавления 80 кал/г.

Постройте диаграмму $P - T$. Детальное изображение ее не требуется, но она должна быть качественно правильной. Проследите, что произойдет с чистой водой, находящейся в сосуде при постоянной температуре -1°C и высоком начальном давлении, если в сосуде начать медленно уменьшать давление. Должны произойти два фазовых перехода. Опишите эти переходы и вычислите давления, при которых они происходят.

III. 2.1 (10 баллов). Дайте численные ответы (с точностью до одной значащей цифры) на следующие вопросы:

а) Сколько молекул содержится в 1 см^3 воздуха при нормальных условиях?

б) Какова средняя длина свободного пробега молекулы азота в воздухе при нормальных условиях?

в) При какой температуре среднеквадратичная скорость молекул азота станет такой, что они покинут Землю и удаляются в космос?

III. 2.2 (10 баллов).

а) Вычислите скорость звука в воздухе при нормальных условиях.

б) Каков предельный к. п. д. наиболее эффективных тепловых двигателей, работающих по круговому циклу с двумя тепловыми резервуарами при температурах T_1 и T_2 , когда $T_1 > T_2$?

в) Какой физический эффект проявляется при адиабатическом размагничивании парамагнитной соли?

III. 2.3 (10 баллов)

а) Опишите с помощью характеристических функций фазовый переход первого рода в веществе.

б) Напишите формулу Больцмана, связывающую энтропию системы в заданном состоянии с термодинамической вероятностью этого состояния.

в) Какому значению ближе всего соответствует удельная теплоемкость меди: 10^{-2} , 10^{-1} , 1 или 10 кал/(г·К)?

III. 2.4 (10 баллов). Тело массой 100 г нагревают квазистатически и записывают зависимость его равновесной температуры от мощности нагрева (см. табл. 1). Затем нагрев прекращают и измеряют спад температуры (см. табл. 2). Определите

Таблица 1

**Зависимость равновесной температуры
тела от мощности нагрева**

Мощность нагрева, Вт	Равновесная температура, °C
0	20
1	25
2	30
3	35
4	40

Таблица 2

**Зависимость температуры тела от времени
при охлаждении**

Время, с	Temperatura, °C	Время, с	Temperatura, °C
0	40,00	300	24,74
50	35,74	350	23,75
100	32,39	400	22,95
150	29,76	450	22,32
200	27,68	500	21,83
250	26,05	—	—

удельную теплоемкость тела в Дж/(г·К), полагая, что при охлаждении температура внутри него всюду одинакова.

III. 2.5 (5 баллов). Система состоит из N частиц, каждая из которых может иметь энергию $E = 0$, $E = kT$ и $E = 2kT$. Определите число частиц N , если в равновесном состоянии энергия системы равна $1000 kT$.

III. 2.6 (10 баллов). Кусок льда при температуре 0°C и стакан с водой при той же температуре 0°C расположены рядом под небольшим колоколом, из которого полностью откачивают воздух.

- а) Опишите конечное состояние системы под колоколом, если температура льда, воды и колокола поддерживается отдельными термостатами строго равной 0°C . Обоснуйте свой ответ. (Тройной точке воды соответствуют температура $0,0098^{\circ}\text{C}$ и давление $4,579$ мм рт. ст., а критической точке — температура 374°C и давление 218 атм.)
 б) К какому конечному состоянию придет система, если убрать термостаты, а саму систему теплоизолировать?

III. 2.7 (3 балла). Какой минимальный диаметр d должна иметь линза, чтобы с ее помощью с расстояния $D = 30$ км можно было различить два объекта, разнесенные на $x = 30$ см друг от друга?

III. 2.8 (3 балла). На точечный источник света стали смотреть через плоскопараллельную стеклянную пластинку. Будет ли он казаться расположенным ближе, дальше или на том же расстоянии, что и без пластиинки.

III. 2.9 (3 балла). Диапроектор проецирует изображение предмета на экран. Расстояние от объектива до экрана равно $4,5$ м. Определите фокусное расстояние объектива, если предмет размером $2,5$ см оказывается увеличенным на экране до размера 60 см.

III. 2.10 (3 балла). На каком расстоянии от глаза находится изображение, видимое в микроскопе?

III. 2.11 (3 балла). Через узкую щель проходит монохроматический пучок света и создает на экране дифракционную картину Фраунгофера. Во сколько раз изменяется интенсивность света в центре экрана и энергия света, проходящего через щель, если увеличить ширину щели вдвое?

III. 2.12 (3 балла). Кольца Ньютона формируются при соприкосновении выпуклой линзы с плоской стеклянной поверхностью. Их можно наблюдать в проходящем или отраженном свете. Больше или меньше интенсивность колец в отраженном свете, чем в проходящем, или она одинакова в обоих случаях?

III. 2.13 (3 балла). Свет с круговой поляризацией падает на четвертьволновую пластинку. Какую поляризацию он имеет после выхода из пластиинки?

III. 2.14 (3 балла). На ирисовую диафрагму с переменным радиусом отверстия R , расположенную на расстоянии D от экрана, падает свет с длиной волны λ . Диафрагму постепенно открывают, начиная с $R \approx 0$. При каком радиусе R интенсивность света в центре экрана впервые обратится в нуль?

III. 2.15 (3 балла). Источник света и экран находятся на расстоянии l друг от друга. Между ними помещают тонкую линзу на таком расстоянии от экрана, что получают на нем четкое изображение источника. В каких пределах должно заключаться фокусное расстояние линзы, чтобы четкому изображению источника соответствовало одно положение линзы, два ее положения или не нашлось бы ни одного такого положения?

III. 2.16 (3 балла). Каковы приближенные численные значения показателя преломления стекла и его дисперсии $dn/d\lambda$ в видимой части спектра?

III. 2.17 (3 балла). При условии, данном в задаче III. 2.15, источник света имеет размер 2 см, а его изображение на экране 1 см. Линзу сдвигают в другое положение, при котором снова получают на экране четкое изображение источника. Каков размер этого изображения?

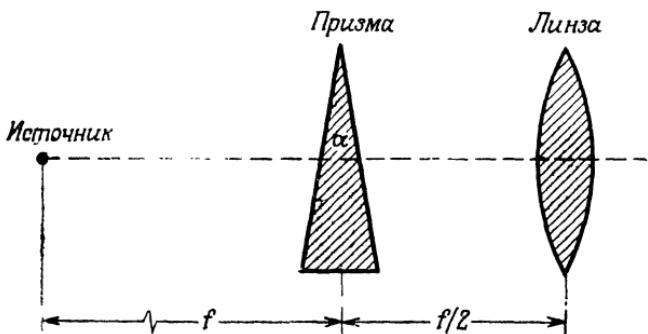
III. 2.18 (3 балла). На звезду смотрят ночью невооруженным глазом. Какой размер имеет ее изображение на сетчатке глаза?

III. 2.19 (3 балла). В каком случае плоское зеркало дает действительное изображение?

III. 2.20 (3 балла). В чем состоит сущность критерия Рэлея?

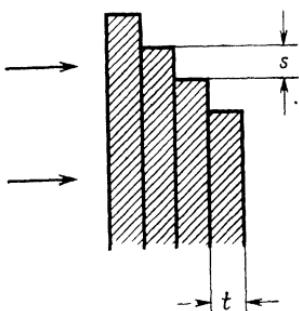
III. 2.21 (3 балла). Оптическая система состоит из двух тонких линз с фокусным расстоянием f , разнесенных на расстояние l друг от друга. Допустимы ли любые значения l ? Если нет, то при каких значениях l эта система линз имеет отрицательное фокусное расстояние?

III. 3.1 (10 баллов). В оптической системе, показанной ниже на рисунке, лучи света от точечного источника вначале отклоняются призмой, а затем собираются тонкой линзой с фокусным расстоянием f . Призма изготовлена из стекла с показателем преломления n и имеет малый преломляющий угол α (т. е. допустима малоугловая аппроксимация).



- а) На какой угол призма отклоняет лучи при почти нормальном падении на нее (т. е. почти перпендикулярном одной из ее граней)?
 б) Определите положение изображения, формируемого системой, по горизонтали и вертикали для указанных на рисунке расстояний между источником, призмой и линзой.

III. 3.2 (10 баллов). Стопа из N стеклянных пластинок с показателем преломления n и толщиной пластинок t собрана таким образом, что каждая пластинка выступает на высоту s относительно предыдущей, как показано на рисунке.



Слева на стопу падает пучок света с длиной волны λ . Рассмотрите пучки света, исходящие от каждой ступеньки, и определите условие образования интерференционной картины за стопой при малых углах падения входного пучка. Определите порядок интерференции, если $n = 1,5$, $t = 0,5$ см и $\lambda = 5000$ Å. Вычислите угловую дисперсию и разрешающую способность стопы, состоящей из 40 пластинок с тем же показателем преломления и той же толщиной пластинок. При этом предположите, что внутри стопы показатель преломления почти не меняется.

III. 3.3 (10 баллов). Свет с круговой поляризацией падает на систему, состоящую из двух четвертьволновых пластинок, оптические оси которых скрещены под углом θ . Показатель преломления для необыкновенных лучей меньше, чем для обыкновенных.

- а) Определите поляризацию света на выходе системы, если $\theta = 0, 45$ и 90° .
 б) Можно ли утверждать, что две четвертьволновые пластины по своему действию эквивалентны одной полуволновой пластинке?

Если среди ответов на поставленные вопросы окажется, что поляризация является круговой, то уточните, правая она или левая. Для линейной поляризации укажите ее направление. (Замечание. Если смотреть в направлении источника света, то пра-

вой круговой поляризации соответствует вращение электрического вектора волны по часовой стрелке.)

III. 3.4 (20 баллов). Предположим, что вам нужно опознать следующие оптические элементы:

- два линейных поляризатора,
- четвертьволновую пластинку,
- половиновую пластинку,
- круговой поляризатор.

Опишите подробно, каким образом можно идентифицировать каждый из этих элементов, не прибегая к помощи других оптических устройств (за исключением лампы и экрана). Как бы вы поступили, если в п. «а» вам был бы предложен только один линейный поляризатор?

III. 3.5 (20 баллов). Рассмотрим образец из N атомов, обладающих магнитными моментами. Пусть спиновый магнитный момент каждого атома равен $\frac{1}{2}$. Известно, что при очень низких температурах такая система является ферромагнетиком, поскольку при $T \rightarrow 0$ все спины выстраиваются в одном направлении. Наоборот, при достаточно высоких температурах они ориентированы беспорядочно. Пренебрегая всеми степенями свободы, за исключением спиновой,

- определите энтропию этой системы методами статистической физики и термодинамики, выражив ее в последнем случае через теплоемкость и спиновую температуру,
- докажите, что теплоемкость $C(T)$ должна удовлетворять уравнению

$$\int_0^{\infty} \frac{C(T) dT}{T} = kN \ln 2$$

независимо от деталей взаимодействия, характерного для ферромагнетика, и, следовательно, без учета конкретной зависимости C от T .

III. 3.6 (20 баллов). Тонкостенный сосуд объемом V находится при постоянной температуре T . Из сосуда в окружающее безвоздушное пространство медленно вытекает газ через отверстие площадью A . Через какое время давление в сосуде упадет в e раз?

III. 3.7 (10 баллов). Предположим, что Земля и Солнце полностью поглощают падающее на них электромагнитное излучение и что Земля находится в равновесном состоянии при температуре T . Температура поверхности Солнца $T_0 = 5500$ К, радиус его $R = 7 \cdot 10^{10}$ см, радиус Земли $r = 6,4 \cdot 10^8$ см, а расстояние

между Солнцем и Землей $D = 1,5 \cdot 10^{13}$ см. На основе этих данных вычислите температуру Земли T .

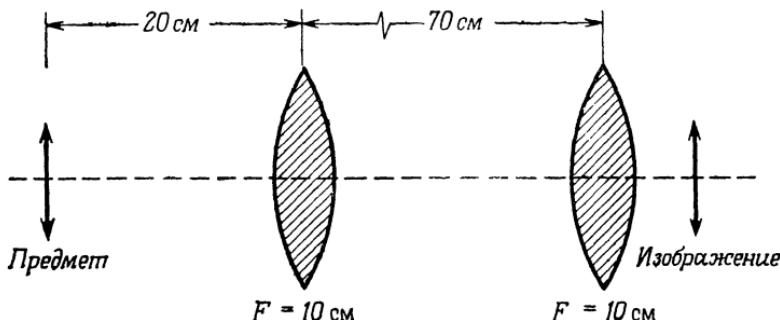
III. 4.1 (10 баллов).

а) Один литр газа N_2 , содержащийся в запаянном цилиндре при атмосферном давлении и температуре 0°C , нагревают до 100°C посредством контакта с неограниченным тепловым резервуаром, имеющим температуру 100°C . Как изменится при этом энтропия газа и Вселенной?

б) Предположим, что одна из стенок этого цилиндра может перемещаться подобно поршню. Предложите способ повышения температуры газа до 100°C (с конечным объемом 1 л) без изменения энтропии Вселенной. [Универсальную газовую постоянную R полагайте равной 2 кал/(моль·К).]

III. 4.2 (10 баллов).

Покажите, как с помощью третьей линзы (см. рисунок) можно повысить светосилу оптической системы, не изменяя положений предмета и его изображения.



Укажите положение и фокусное расстояние этой дополнительной линзы.

III. 4.3 (5 баллов).

Кольца Ньютона наблюдают в отраженном свете. Они формируются в тонком воздушном слое между плоской поверхностью и сферической радиусом 50 см. Определите длину волны света, если радиус третьего светлого кольца равен 0,09 см, а двадцать третьего — 0,25 см.

III. 4.4 (15 баллов).

Камера заполнена воздухом. Температура ее стенок T_1 . На дне камеры разлито немного воды. Давление в камере p_1 , объем ее V_1 . Состояние системы равновесное. Объем камеры начали медленно увеличивать, сохраняя неизменной температуру стенок T_1 . Как только объем камеры удвоился ($V_2 = 2V_1$), вода на дне ее почти полностью исчезла.

- а) Определите температуру стенок T_1 , если вначале давление было $p_1 = 3$ атм, а потом стало $p_2 = 2$ атм.
- б) Каким станет давление в камере p_3 , если еще раз удвоить ее объем ($V_3 = 2V_2$)?
- в) Определите массу воды (в жидкой и парообразной фазах) и массу воздуха в камере, если известно, что $V_2 = 44,8$ л.

III.4.5 (10 баллов).

- а) Вычислите изменение энтропии одного моля идеального газа в результате свободного расширения его до удвоенного объема.
- б) Каково изменение энтропии, если два разнородных неизомодействующих идеальных газа по одному молю каждый смешиваются вместе?
- в) Как изменится энтропия системы, если открыть клапан между двумя резервуарами равного объема, содержащими один и тот же газ при одинаковых давлениях и температуре?

III.4.6 (20 баллов). На вертикальной нити горизонтально подвешена поглощающая пластинка. Снизу ее освещает направленный вверх пучок света с правой круговой поляризацией (т. е. электрический вектор вращается по часовой стрелке, если смотреть в сторону источника света).

- а) Определите вращательный момент τ_a , действующий на пластинку в предположении, что она полностью поглощает свет, а мощность пучка поляризованного света равна 1 Вт и сосредоточена в видимой части спектра со средней длиной волны 6200 \AA . (Ответ выразите в дин·см, ответы на все последующие вопросы — в единицах τ_a .)
- б) Каким будет вращательный момент τ_b , если вместо поглощающей пластинки подвесить посеребренную с зеркальной поверхностью, так что свет будет отражаться назад, т. е. под углом 180° к первоначальному направлению?
- в) Предположим теперь, что подвешена прозрачная полуволновая пластинка. Свет проходит через нее и свободно распространяется дальше. Чему равен вращательный момент τ_v в этом случае? (Отражениями от поверхностей пластинки пренебречь.)
- г) Найдите вращательный момент τ_g , если подвешена прозрачная полуволновая пластинка с серебряным покрытием сверху — свет проходит через пластинку, отражается от ее зеркальной поверхности и снова проходит через нее.

д) Наконец, пусть подвешена прозрачная полуволновая пластина, над которой закреплена четвертьволновая пластина (не связанная механически с первой), посеребренная сверху (чтобы свет мог пройти через систему в обратном направлении). Какой врачательный момент τ_d действует на подвешенную пластинку?

III. 4.7 (20 баллов). Дайте краткие ответы на следующие вопросы.

а) Некая община решила ограничить у себя рождаемость и потребовала, чтобы каждая супружеская пара после рождения сына прекратила производить потомство. Какую долю среди детей будут составлять мальчики после введения этого ограничения, если до него она равнялась 51 %? Ответ обоснуйте.

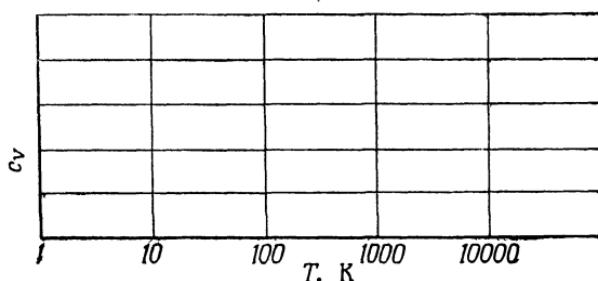
б) Предположим, что имеется устройство, способное порохом излучать электромагнитные волны и измерять их интенсивность от некоторого объекта на любой частоте. Как экспериментально определить, является ли данный объект абсолютно черным телом?

III. 4.8 (10 баллов). Образец (некоторый кристалл), содержащий большое количество протонов, помещен в однородное магнитное поле B . При облучении этого образца электромагнитными волнами с соответствующей поляризацией наблюдается максимум поглощения (связанный с переориентацией спинов протонов) при частоте 100 МГц. Какова поляризация P спинов протонов этого образца при комнатной температуре и наличии поля B ?

Замечание. P определяется следующим образом:

$$P = \frac{N(\uparrow) - N(\downarrow)}{N(\uparrow) + N(\downarrow)}.$$

III. 5.1 (5 баллов). Используя координатную сетку, изображенную на рисунке, постройте зависимость молярной теплоемкости водорода от температуры.



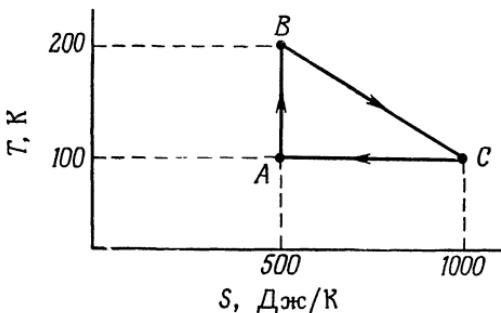
III. 5.2 (5 баллов). Через резистор сопротивлением 100 Ом течет ток 1 А. Температура резистора поддерживается с помощью термостата постоянной и равной 30 °С. Чему равна скорость увеличения энтропии резистора? Ответ выразите в Дж/(К·с).

III. 5.3 (5 баллов). При низких температурах в качестве теплообменной среды используют He^4 . Станет ли теплообмен лучше, хуже или совсем не изменится, если при тех же условиях He^4 заменить на He^3 ?

III. 5.4 (5 баллов). Заполненную газом трубку врашают вокруг одного из ее концов с угловой скоростью ω . Определите равновесное распределение плотности газа $\rho(x)$ в трубке.

III. 5.5 (5 баллов). Шарик (с моментом инерции I), подвешенный на тонкой проволоке (момент возвращающей силы равен $C\theta$), окружен газом с температурой T . Вычислите средние значения $\bar{\theta}^2$ и $\dot{\theta}^2$. Как они изменятся, если уменьшить давление газа в миллион раз?

III. 5.6 (5 баллов). Вычислите к. п. д. обратимой машины, работающей по следующему замкнутому циклу:



III. 5.7 (5 баллов). Требуется охладить газ, пропуская его через пористую диафрагму. Что можно сказать о значении $(dh/d\rho)_T$ ¹⁾ при начальных условиях? Должно ли оно быть больше или меньше нуля или равно ему?

III. 5.8 (5 баллов). Частица совершает броуновское движение в газе при температуре T и давлении ρ_0 . Средний квадрат смещения частицы \bar{d}^2 обратно пропорционален вязкости газа. Увеличится, уменьшится или останется прежней величина \bar{d}^2 , если давление газа уменьшить наполовину?

¹⁾ Символом h автор обозначает удельную энтальпию или удельную тепловую функцию. — Прим. перев.

III. 5.9 (5 баллов). Фотонный газ заполняет камеру объемом $V_{\text{нач}}$ при температуре $T_{\text{нач}}$. Эту систему адиабатически и обратимо расширяют до объема $V_{\text{конеч}} = 8V_{\text{нач}}$. Во сколько раз изменится температура системы?

III. 5.10 (5 баллов). Рассмотрим теплоизолированную систему, состоящую из груза, подвешенного на пружине. В исходном состоянии груз был смещен на расстояние A от положения равновесия. Затем его освободили, и система постепенно под влиянием вязкого трения пришла в состояние покоя. Изменилась ли при этом энтропия Вселенной? Если да, то на сколько?

III. 5.11 (5 баллов). Кусок меди объемом 1 см³ находится при температуре, очень близкой к абсолютному нулю. Предположим, что электроны в нем ведут себя подобно вырожденному газу Ферми. Отметьте характерные особенности распределения электронов по энергиям (dN/dE и $E_{\text{макс}}$).

III. 5.12 (10 баллов). Вычислите минимальную работу (в джоулях), которую нужно затратить на замораживание одного литра воды с начальной температурой $T = 20^{\circ}\text{C}$, если используется тепловой резервуар при температуре 20°C . Удельная теплота плавления льда 80 кал/г.

III. 5.13 (15 баллов). Определите точку кипения воды на высоте 300 м над уровнем моря. Изложите подробно все этапы расчета и использованные приближения. Удельная теплота парообразования воды при нормальных условиях 540 кал/г.

III. 5.14 (10 баллов). При атмосферном давлении удельные теплоемкости воды и льда в пределах нескольких градусов t ниже точки замерзания определяются выражениями

$$\begin{aligned} c_p(\text{вода}) &= 4222 - 22,6t & \text{Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг}), \\ c_p(\text{лед}) &= 2112 + 7,5t & \text{Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг}). \end{aligned}$$

Определите удельную энтропию каждой фазы в Дж/(К·кг) при температуре -10°C (воспользуйтесь подходящей формулой). Какая из этих фаз находится в более упорядоченном состоянии?

III. 5.15 (10 баллов). Две линзы с фокусными расстояниями 20 и 30 см соответственно разнесены на расстояние 10 см. Перед первой линзой на расстоянии 30 см от нее перпендикулярно оптической оси системы расположен предмет высотой 5 см. Определите размер изображения, формируемого оптической системой. Выясните также, прямое оно или обратное.

III. 6.1 (10 баллов). В тонкой клинообразной пленке из пластины с показателем преломления 1,4 наблюдают интерферен-

ционные полосы. Определите длину волны света, падающего нормально на пленку, если угол клина равен $20''$, а расстояние между полосами 0,25 см.

III. 6.2 (10 баллов). Два одинаковых тела с постоянной теплоемкостью C_p используют в качестве тепловых резервуаров в тепловой машине. Их начальные температуры равны T_1 и T_2 соответственно. Получите выражение для максимальной работы, которую может совершить эта система, в предположении, что оба тела находятся при постоянном давлении и не претерпевают фазовых превращений.

III. 6.3 (10 баллов). Сосуд в форме куба с ребром 1 см содержит гелий при нормальных условиях. Каково по порядку величины

- число столкновений в секунду, испытываемых отдельным атомом гелия?
- число столкновений атомов с одной из стенок сосуда в одну секунду?

III. 6.4 (10 баллов). В идеальном электронном газе среднее число частиц в квантовом состоянии с энергией E_i равно

$$\bar{N}_i \sim \frac{1}{e^{\beta(E_i - \mu)} + 1}, \quad \text{где } \beta \equiv \frac{1}{kT}.$$

а) Получите выражение, из которого можно найти μ в зависимости от плотности числа частиц n , температуры T и других параметров.

б) Покажите, что эта формула в предельном случае $n\lambda^3 \ll 1$ (где λ — дебройлевская длина волны для теплового движения частиц) сводится к распределению Максвелла — Больцмана.

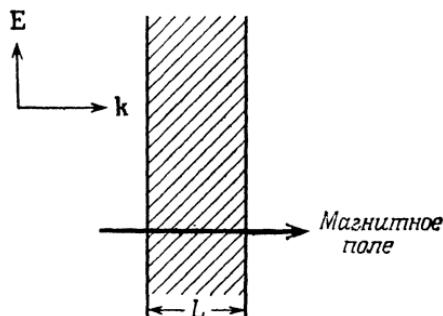
в) Рассмотрите электронный газ в металле при комнатной температуре. Оцените степень несоответствия предельному случаю и покажите, что статистика Максвелла — Больцмана не применима к этому газу.

III. 6.5 (10 баллов). В ионизованной среде, находящейся в постоянном магнитном поле, распространяется в направлении поля плоская электромагнитная волна с частотой ω . Показатель преломления этой среды дается выражением

$$n_{\pm}^2(\omega) = 1 - \frac{K}{\omega(\omega \pm \Omega)},$$

где K и Ω — постоянные величины, а знак $+$ или $-$ соответствуют *вращению* электрического вектора волны в обратном или прямом направлении относительно вращения электронов в

данном магнитном поле. Рассмотрим в такой среде слой толщиной L , перпендикулярно которому направлено магнитное поле. Определите величину фарадеевского вращения, т. е. угол, на который поворачивается плоскость поляризации волны при прохождении ею этого слоя, в зависимости от приведенных постоянных. Отражениями волны от поверхностей слоя пренебречите. Частоту ω полагайте достаточно большой, чтобы выполнялось условие $n_{\pm}^2 > 0$.



III. 6.6 (5 баллов). Аквариум заполняется водой. В нем неподвижно застыла рыбка — она смотрит вертикально вверх и видит расположенный над водой источник монохроматического света. Вычислите сдвиг частоты света $\Delta\nu$, наблюдавшегося рыбкой, если уровень воды в аквариуме поднимается со скоростью dh/dt (показатель преломления воды равен n).

III. 6.7 (5 баллов). Показатели преломления кварца для света с длиной волны 5829,90 Å равны $n_e = 1,55379$ и $n_o = 1,54225$. Какой толщины должна быть четвертьволновая пластина из этого кварца, вырезанная вдоль его оптической оси?

III. 6.8 (10 баллов). Разрешающая способность интерферометра Фабри — Перо определяется по формуле

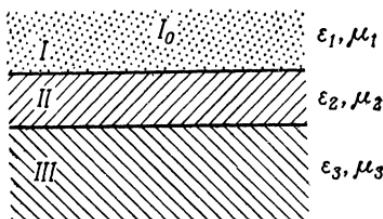
$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{m\pi r}{1 - r^2},$$

где m — порядок интерференции, r^2 — коэффициент отражения зеркал (r^2 чуть меньше единицы). Любой газовый лазер имеет на своих концах зеркала и излучает спектр линий, соответствующих различным порядкам интерференции волн между этими зеркалами. Предположим, что длина лазера равна 30 см и он излучает свет со средней длиной волны 6000 Å.

- Определите разность длин волн $\Delta\lambda$ между двумя соседними линиями излучения вблизи длины волны 6000 Å.
- Какой минимальный коэффициент отражения должны иметь зеркала в интерферометре Фабри — Перо, расположенные

женные на расстоянии 1,5 см друг от друга, чтобы с его помощью можно было разрешить две линии с разностью длин волн $\Delta\lambda$, найденной в п. «а»?

III. 6.9 (20 баллов). Среда состоит из трех слоев, как показано ниже на рисунке. Из слоя I на слой II падает нормально электромагнитная волна с интенсивностью I_0 . Определите интенсивность волны, проходящей в слой III (считайте, что он простирается вниз до бесконечности), и интенсивность отраженной волны в слое I (распространяющейся в направлении, противоположном падающей волне).



III. 6.10 (5 баллов). Исходя из ограничений, налагаемых дифракцией, вычислите максимальное расстояние l , на котором человеческий глаз может различить две светящиеся фары автомобиля.

III. 6.11 (5 баллов).

- Свет, отраженный от плоской поверхности диэлектрика, полностью поляризован. Какой угол образуют отраженный и преломленный лучи света?
- Какой угол с нормалью составляет в этом случае преломленный луч?

III. 7.1 (3 балла). Две близко расположенные параллельные щели освещают вначале красным светом, а затем фиолетовым. В каком случае за щелями получается более широкая интерференционная картина?

III. 7.2 (3 балла). Где располагается изображение предмета, помещенного в центр кривизны вогнутого сферического зеркала?

III. 7.3 (3 балла). В какой плоскости расположен вектор \mathbf{E} поляризованного света после отражения его от стекла под углом Брюстера?

III. 7.4 (3 балла). Пучок света сходится в точке P . На пути пучка перед точкой P , ставят плоскопараллельную стеклянную пластинку. В каком направлении сместится точка сходимости пучка, если пластинка расположена перпендикулярно его оси?

III. 7.5 (3 балла). Объект расположен на главной оптической оси между тонкой собирающей линзой и ее фокусом. Где расположено изображение объекта?

III. 7.6 (3 балла). Какая граница спектра (красная или фиолетовая) данного порядка интерференции в дифракционной решетке расположена ближе к спектру следующего, более высокого порядка?

III. 7.7 (3 балла). Что можно сказать о фокусном расстоянии f тонкой собирающей линзы для красного света? Больше оно или меньше, чем для фиолетового света?

III. 7.8 (3 балла). Объект помещен за фокальной плоскостью тонкой рассеивающей линзы. Какое будет изображение — действительное или мнимое?

III. 7.9 (3 балла). Какие aberrации свойственны линзам, но отсутствуют в зеркалах?

III. 7.10 (3 балла). Какие опыты дают прямое подтверждение поперечности световых волн?

III. 7.11 (3 балла). Какому углу между отраженным и преломленным лучами соответствует отражение света с полной поляризацией?

III. 7.12 (3 балла). В каком случае луч, не параллельный главной оптической оси, проходит без изменения направления через толстую линзу?

III. 7.13 (3 балла). Какому диапазону частот соответствует видимый участок спектра электромагнитных волн?

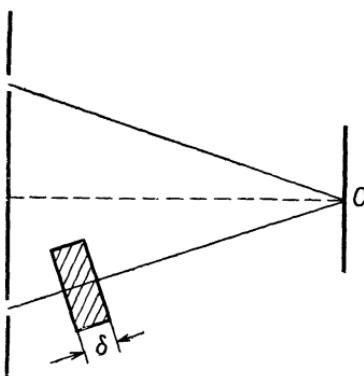
III. 7.14 (3 балла). Монохроматический пучок света падает из вакуума на среду с показателем преломления n . Как связаны между собой частоты падающей и преломленной волн? Каково соотношение между длинами этих волн?

III. 7.15 (3 балла). Пресс-папье в виде стеклянного полуширья лежит на странице книги. Определите положение и масштаб изображения буквы, находящейся в центре, под плоской поверхностью пресс-папье. Дайте иллюстрацию своему расчету; изобразите ход лучей, используя в качестве предмета небольшую стрелку вместо буквы. Показатель преломления стекла положите равным 1,5.

III. 7.16 (15 баллов). Как показано на рисунке, две близко расположенные параллельные щели, каждая шириной w ($w \ll \lambda$), освещаются монохроматическим светом от удаленного ис-

точника. На большом расстоянии от щелей наблюдают интерференционную картину.

Между одной из щелей и экраном вводят поочередно тонкие стеклянные пластинки различной толщины δ и измеряют интенсивность света в центре экрана C как функцию толщины δ . Поглощение света в стеклянных пластинках отсутствует. Пусть при $\delta = 0$ интенсивность света в центре экрана равна I_0 .



- Как зависит интенсивность света в центре экрана C от толщины пластиинки δ ?
- При каких значениях δ интенсивность света в центре минимальна?
- Предположим, что ширину одной щели увеличили вдвое, а ширину другой оставили без изменения. Как в этом случае будет зависеть интенсивность в центре экрана от толщины δ ?

III. 7.17 (20 баллов). Скорость звука в воздухе ≈ 330 м/с. Имеется свисток, который издает непрерывный тон с частотой 3300 Гц. На большом расстоянии от свистка находится диск диаметром 2 м из идеального звукопоглощающего материала. Он расположен перпендикулярно линии, соединяющей свисток и центр диска.

Если вы находитесь непосредственно за диском, то никакого звука от свистка не услышите. Если вы отойдете от диска на большое расстояние и он по-прежнему будет скрывать свисток от вас, то вы, вероятно, сочтете, что опять не услышите звука. Однако это не так — вы его услышите, причем столь же явственно, как и без диска.

- Почему это происходит? (Замечание. Пренебрегите влиянием земной поверхности, строений, деревьев и т. п. Считайте, что свисток расположен в однородном воздушном пространстве, а вы и диск «подвешены» в этом

пространстве, например, с помощью воздушных шаров или чего-либо еще.)

б) Получите формулу (по возможности наиболее простым путем), чтобы дать ответ на такой вопрос: на каком расстоянии (в метрах) вы должны находиться позади диска, чтобы при его введении интенсивность звука упала примерно вдвое? Определите это расстояние не более чем с двукратной ошибкой.

III. 7.18 (10 баллов). Пучок света ($\lambda = 6000 \text{ \AA}$) от находящегося на Земле лазера фокусируют с помощью телескопа, диаметр линзы (или зеркала) которого равен 2 м, на лунный кратер (расстояние от Земли до Луны 400 000 км). Каков будет размер светового пятна на Луне? Влиянием земной атмосферы пренебрегите.

III. 8.1 (5 баллов). В неподвижном сосуде содержится газ. Масса молекулы газа равна m . Предположим, что газ находится в равновесном состоянии при абсолютной температуре T . Обозначим через V_x компоненту скорости молекулы в направлении x . Определите средние значения \bar{V}_x , \bar{V}_x^2 и \bar{V}_x^3 .

III. 8.2 (5 баллов). В опыте Милликена с падающими каплями установившаяся скорость масляной капли обратно пропорциональна вязкости воздуха. Как изменится установившаяся скорость падения капли (увеличится, уменьшится или останется постоянной), если возрастет температура воздуха?

III. 8.3 (5 баллов). 50 г молока с температурой T_1 медленно сливают в 250 г жидкого кофе с температурой T_2 . Их удельные теплоемкости полагайте такими же, как у воды. Какая установится конечная температура смеси T_f . Чему равно общее изменение энтропии ΔS ?

III. 8.4 (5 баллов). Идеальный одноатомный газ подвергают сжатию (без подвода или отвода тепла), и его объем уменьшается вдвое. Каково отношение нового давления к первоначальному?

III. 8.5 (5 баллов). Теплоемкость электронного газа в металле $C = \gamma T$, где T — абсолютная температура, γ — константа. Какой вклад оказывает этот электронный газ в энтропию металла S ?

III. 8.6 (5 баллов). Движение атомов, находящихся в состоянии теплового равновесия при абсолютной температуре T , приводит к доплеровскому уширению спектральной линии. Например, если v_z — компонента скорости атома в направлении z , а v_0 —

естественная частота линии, то излучение наблюдается с частотой $v = v_0(1 + v_z/c)$. Чему равен средний квадрат ширины линии $(v - v_0)^2$?

III. 8.7 (5 баллов). Твердое тело плотностью ρ_1 плавится при давлении p и абсолютной температуре T , превращаясь в жидкость плотностью ρ_2 . Удельная теплота плавления тела L . Определите изменение энтропии ΔS и изменение внутренней энергии ΔU в результате перехода одного грамма вещества в расплавленное состояние.

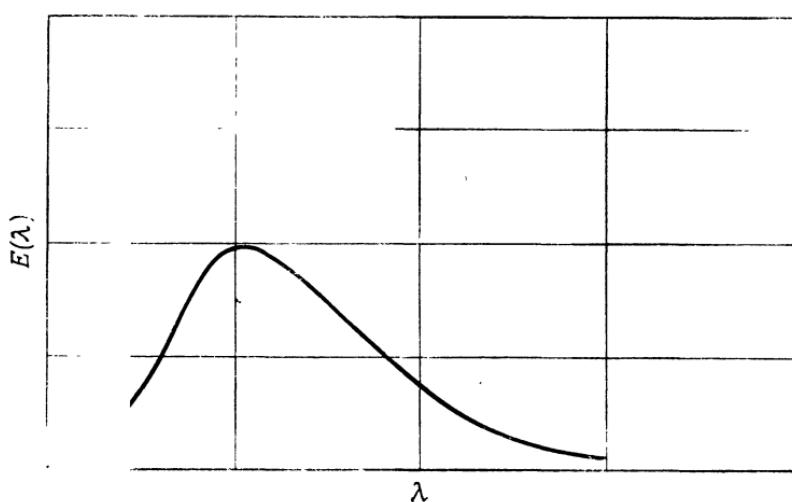
III. 8.8 (5 баллов). Атом может находиться в любом из двух квантовых состояний с разностью энергий E . Постройте качественную зависимость удельной теплоемкости C ансамбля таких атомов от абсолютной температуры T . Не забудьте правильно отразить предельные случаи $T \rightarrow 0$ и $T \rightarrow \infty$.

III. 8.9 (5 баллов). Газ состоит из двухатомных «жестких» (т. е. не колеблющихся) молекул. На основе квантовомеханического подхода определите молярную теплоемкость этого газа

- при «низких» температурах,
- при «высоких» температурах.

(Критерий для «низких» и «высоких» температур установите сами.)

III. 8.10 (5 баллов). Мощность излучения абсолютно черного тела в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$ равна $E(\lambda)d\lambda$. Ниже на рисунке приведен график зависимости $E(\lambda)$ при температуре тела 2000 К. Постройте в этом же масштабе зависимость $E(\lambda)$ для температуры тела 1000 К.

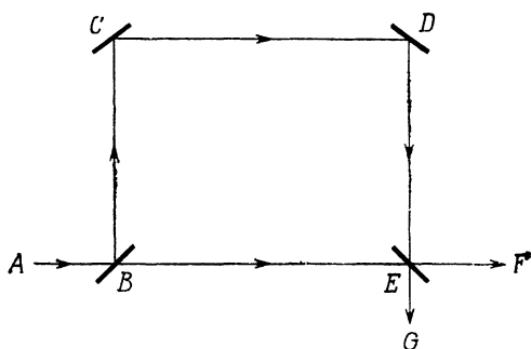


III. 8.11 (20 баллов).

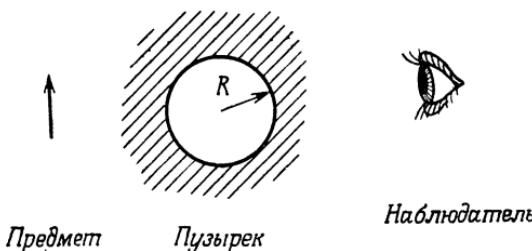
- а) Вычислите максимальную работу (в джоулях), которую может произвести тепловая машина, если в качестве первого теплового резервуара используется кусок железа массой 200 кг с начальной температурой 1500 °C, а в качестве второго — вода океана с температурой 12 °C. Удельная теплоемкость железа постоянна и равна 0,6 Дж/(К·г).
 б) Вычислите изменение энтропии Вселенной, вызванное этим процессом.

III. 8.12 (20 баллов).

- а) Полупрозрачное зеркало с серебряным покрытием отражает половину падающего на него света, а другую половину пропускает. Предположим, что на зеркало падает линейно-поляризованный свет, электрический вектор которого параллелен плоскости зеркала. Определите изменения фаз отраженной и прошедшей волн (полагая толщину зеркала равной нулю).
 б) Пучок монохроматического когерентного света с такой же поляризацией, как и выше, проходит в направлении *A* на систему зеркал, расположенных в углах прямоугольника, как показано на рисунке. Зеркала *B* и *E* полупрозрачные, а *C* и *D* отражают свет полностью. Оптические длины путей подобраны так, что в направлении *G* происходит полное интерференционное гашение света. По закону сохранения энергии в направлении *F* должна наблюдаться интерференция с усилением света. Покажите, что это происходит на самом деле.

**III. 8.13 (10 баллов).** Лучи света от предмета, помещенного в воду (с показателем преломления $n = \frac{4}{3}$) пересекают сфери-

ческий воздушный пузырек радиусом R , как показано на рисунке.



В каком месте располагается изображение предмета, если
а) он удален от пузырька по горизонтали на огромное
расстояние (практически на бесконечность)? Выясните,
является ли изображение прямым или обратным, действи-
тельным или мнимым.

б) предмет касается пузырька с левой стороны?

Рассмотрите только лучи, проходящие вблизи горизонталь-
ной оптической оси.