§ 9. Общая схема исследования функций и построения их графиков

Общее исследование функций и построение их графиков удобно выполнять по следующей схеме:

I. Найти область определения функции.

II. Найти точки разрыва функции и ее односторонние пределы в этих точках.

III. Выяснить, не является ли функция четной, нечетной или периодической.

IV. Найти точки пересечения графика функции с осями координат и интервалы знакопостоянства функции[1].

V. Найти асимптоты графика функции: а) вертикальные и б) невертикальные.

VI. Найти точки экстремума и интервалы возрастания и убывания функции.

VII. Найти точки перегиба графика функции и интервалы его выпуклости вверх и вниз.

VIII. Построить график функции, используя все полученные результаты исследования. Если их окажется недостаточно, то следует найти еще несколько точек графика функции, исходя из ее уравнения. Построение графика функции целесообразно выполнять по его элементам, вслед за выполнением отдельных пунктов исследования.

387. Исследовать функции и построить их графики:

1) $y=\frac{4x^3-x^4}{5}$; 2) $y=\frac{1-x^3}{x^2}$;

3) $y=\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}$; 4) $y=\sin^4 x+\cos^4 x$;

5) $y=x^2\sqrt[x]{e}$; 6) $y=x+2\operatorname{arcctg} x$; 7)* $y=|e^x-1|$.

Решение. Руководствуясь указанной общей схемой, последовательно находим:

1) I. Областью определения данной функции, как и всякого многочлена, является вся числовая ось.

II. Функция не имеет точек разрыва. Как у всякой элементарной функции, ее область непрерывности совпадает с областью определения.

III. Функция не является ни четной, ни нечетной, ни периодической.

IV. При $x=0$ из данного уравнения найдем $y=0$, а при $y=0$ найдем $x=0$ и $x=4$. Это значит, что график функции пересекает координатные оси в точках (0; 0) и (4; 0).

---

[1] Выполнение этого пункта исследования требует решения уравнения $f(x)=0$ и может быть опущено в задачах этого параграфа, если это решение нельзя получить элементарным путем. Общий метод решения уравнений разъясняется в следующем § 10.

Интервалы, где функция сохраняет знак, определяются из условия, что их границами могут быть только точки пересечения графика функции с осью Ox, точки разрыва и границы области определения функции.

Для исследуемой функции такими точками являются точки $x=0$ и $x=4$. Определяя знак функции при каком-либо значении x из интервала $(-\infty, 0)$, например $y(-1)<0$, заключаем, что во всем этом интервале функция имеет отрицательные значения; во всем интервале $(0; 4)$ функция имеет положительные значения, ибо $y(1)>0$; во всем интервале $(4, +\infty)$ функция имеет отрицательные значения, так как $y(10)<0$.

V. а) Вертикальных асимптот график функции не имеет, так как она всюду непрерывна;

б) $k=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{y}{x}=\frac{1}{5}\lim x^2(4-x)=-\infty.$

При $x\to-\infty$ угловой коэффициент k асимптоты также не существует. Поэтому невертикальных асимптот график функции также не имеет.

VI. $y'=\frac{1}{5}(12x^2-4x^3)=\frac{4}{5}x^2(3-x);$

$y'=0$ в точках $x=0$ и $x=3$, которые являются критическими, так как они удовлетворяют всем необходимым для этого условиям. Других критических точек нет, поскольку производная y' существует всюду.

Исследуем критические точки по знаку y' слева и справа от каждой из этих точек:

x	-1	0	1	3	10
y'	$+$	0	$+$	0	$-$
y	возр.	нет экстр.	возр.	$\frown$ max	убыв.

Следовательно, $x=3$ есть точка максимума: $y_{max}=y(3)=5{,}4$.

Интервалы возрастания и убывания функции определяются из условия, что их границами могут быть только точки экстремума, точки разрыва и границы области определения функции.

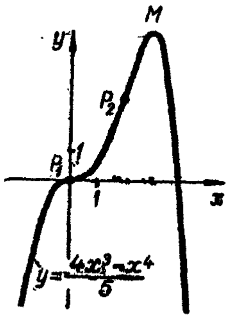
Исследуемая функция всюду непрерывна и имеет единственную точку максимума $x=3$. Поэтому в интервале $(-\infty, 3)$ она возрастает, а в интервале $(3, +\infty)$ — убывает.

VII. $y''=\frac{12}{5}x\,(2-x)$ всюду существует и обращается в нуль при $x=0$ и $x=2$. Эти значения x могут быть абсциссами точек перегиба. Исследуем их, определяя знак y'' слева и справа:

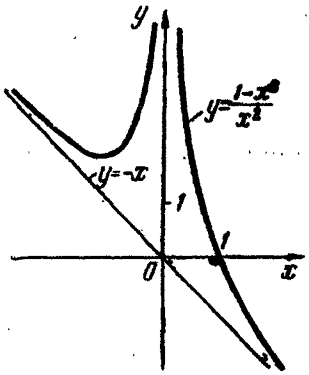
x	-1	0	1	2	10
y''	$-$	0	$+$	0	$-$
y	в. вверх	перегиб	в. вниз	перегиб	в. вверх

Следовательно, график функции имеет две точки перегиба (0; 0) и (2; 3,2) (их ординаты найдены из данного уравнения).

Так как исследуемая функция непрерывна на всей числовой оси, то, согласно таблице, в интервалах $(-\infty, 0)$ и $(2, +\infty)$ ее график обращен выпуклостью вверх, а в интервале (0; 2) он обращен выпуклостью вниз.



Черт. 68



Черт. 69

VIII. Учитывая все полученные результаты исследования, строим график функции (черт. 68).

2) I. Функция $y=\frac{1-x^3}{x^2}$ определена на всей числовой оси, кроме точки $x=0$.

II. В точке $x=0$ функция имеет бесконечный разрыв: при $x\to-0$ и при $x\to+0$ $\lim y=+\infty$. Во всех других точках числовой оси функция непрерывна.

III. Функция не является ни четной, ни нечетной, ни периодической.

IV. График функции пересекает ось Ox в точке (1; 0) и не пересекает оси Oy.

Слева от точки разрыва, при $-\infty<x<0$, $y>0$; между точкой разрыва и точкой пересечения с осью Ox, при $0<x<1$, $y>0$; справа от точки пересечения с осью Ox, при $1<x<+\infty$, $y<0$.

V. а) Прямая $x=0$ (ось ординат) является вертикальной асимптотой графика функции, ибо при $x=0$ она имеет бесконечный разрыв;

б) $k=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{y}{x}=\lim\frac{1-x^3}{x^3}=-1;$

$$b=\lim_{x\to+\infty}(y-kx)=\lim\left(\frac{1-x^3}{x^2}+x\right)=\lim\frac{1}{x^2}=0.$$

Следовательно, прямая $y=-x$ есть невертикальная асимптота. При $x\to-\infty$ параметры k и b имеют те же значения, поэтому других асимптот нет.

VI. $y'=-\frac{x^3+2}{x^3}$; $y'=0$ в точке $x=-\sqrt[3]{2}$, которая является критической; y' не существует в точке $x=0$, но эта точка не является критической, так как она есть точка разрыва.

Исследуем критическую точку по знаку y'':

$$y''=\frac{6}{x^4};\ y''(-\sqrt[3]{2})>0,$$

следовательно, $x=-\sqrt[3]{2}$ есть точка минимума:

$$y_{\min}=y(-\sqrt[3]{2})=\frac{3}{\sqrt[3]{4}}.$$

Слева от точки минимума при $-\infty<x<-\sqrt[3]{2}$, $y'<0$ функция убывает; между точкой минимума и точкой разрыва при $-\sqrt[3]{2}<x<0$, $y'>0$ функция возрастает; справа от точки разрыва при $0<x<+\infty$, $y'<0$ функция убывает.

VII. $y''=\frac{6}{x^4}$; $y''\neq 0$; y'' не существует при $x=0$, но это значение x не может быть абсциссой точки перегиба, так как оно является точкой разрыва. Следовательно, график функции не имеет точек перегиба.

Во всей области определения функции $y''>0$, поэтому ее график всюду обращен выпуклостью вниз.

VIII. Используя все полученные данные, строим график функции (черт. 69).

3) I, II. Функция $y=\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}$ определена и непрерывна на всей числовой оси.

III. Функция нечетная, ибо $y(-x)=-y(x)$; ее график будет симметричен относительно начала координат.

IV. График функции пересекается с осями координат только в начале координат.

При $x<0$ значения $y<0$; при $x>0$ значения $y>0$.

V. а) Вертикальных асимптот график функции не имеет;

б) $k=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{y}{x}=\lim\frac{\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}}{x}=$

$=\lim\left(\sqrt[3]{\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}}-\sqrt[3]{\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}}\right)=0;$

$b=\lim\limits_{x\to+\infty}(y-kx)=\lim\left[\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}\right]=$

$=\lim\frac{(x+1)^2-(x-1)^2}{\sqrt[3]{(x+1)^4}+\sqrt[3]{(x+1)^2(x-1)^2}+\sqrt[3]{(x-1)^4}}=0.$

Подставляя найденные значения $k=b=0$ в уравнение $y=kx+b$, получим уравнение невертикальной асимптоты: $y=0$.

Тот же результат получится и при $x\to-\infty$.

VI. $y'=\frac{2}{3}(x+1)^{-\frac{1}{3}}-\frac{2}{3}(x-1)^{-\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt[3]{x-1}-\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-1}};$

y' нигде не обращается в нуль; y' не существует в точках $x=\pm1$, которые являются критическими. Исследуя критические точки по знаку y' в соседних с ними точках слева и справа:

x	-5	-1	0	1	5
y'	$-$	∞	$+$	∞	$-$
y	убыв.	$\vee$ min	возр.	$\wedge$ max	убыв.

заключаем, что $x=-1$ есть точка минимума, где $y_{\min}=y(-1)=$ $=-\sqrt[3]{4}$, а $x=1$ есть точка максимума, где $y_{\max}=y(1)=\sqrt[3]{4}$.

Слева от точки минимума в интервале $(-\infty,\ -1)$ и справа от точки максимума в интервале $(1,\ +\infty)$, где $y'<0$, функция убывает, а между точками минимума и максимума в интервале $(-1;\ 1)$, где $y'>0$, функция возрастает.

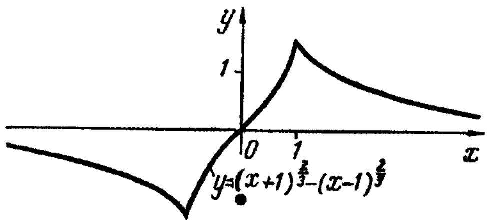
VII. $y''=-\frac{2}{9}(x+1)^{-\frac{4}{3}}+\frac{2}{9}(x-1)^{-\frac{4}{3}}=\frac{2}{9}\cdot\frac{\sqrt[3]{(x+1)^4}-\sqrt[3]{(x-1)^4}}{\sqrt[3]{(x^2-1)^4}};$

$y''=0$ в точке $x=0$; y'' не существует в точках $x=\pm1$. Эти точки оси Ox могут быть абсциссами точек перегиба. Исследуя их по знаку y'' в соседних с ними точках слева и справа:

x	-5	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	5
y''	$-$	$-\infty$	$-$	0	$+$	$+\infty$	$+$
y	в. вверх	нет перегиба	в. вверх	перегиб	в. вниз	нет перегиба	в. вниз

заключаем, что $x=0$ есть абсцисса точки перегиба; $y(0)=$ $=0$.

Слева от точки перегиба, в интервале $(-\infty,\ 0)$, где $y''<0$, график функции обращен выпуклостью вверх, а справа от точки перегиба, в интервале $(0,\ +\infty)$, где $y''>0$, график функции обращен выпуклостью вниз.



Черт. 70

VIII. Основываясь на полученных результатах исследования, строим график функции (черт. 70).

4) I, II. Функция $y=\sin^4 x+\cos^4 x$ определена и непрерывна на всей числовой оси.

III. Функция является четной, так как $y(-x)=y(x)$, и периодической, так как $y(x)=y\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$, с периодом $\frac{\pi}{2}$. Достаточно исследовать поведение этой функции и построить ее график в интервале $\left[0;\ \frac{\pi}{2}\right)$; в остальных точках числовой оси поведение функции и ее график будут повторяться.

IV. При $x=0$, $y=1$; $y\neq 0$. График функции пересекает ось Oy в точке $(0;\ 1)$ и не пересекает ось Ox. При любом значении x функция имеет положительное значение.

V. а) График функции не имеет вертикальных асимптот, поскольку она непрерывна на всей числовой оси;

б) $k=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{y}{x}=\lim\frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{x}=0;$

$b=\lim\limits_{x\to+\infty}(y-kx)=\lim(\sin^4 x+\cos^4 x)$ — не существует.

При $x\to-\infty$ невертикальной асимптоты также не существует.

График функции не имеет ннкаких асимптот.

VI. $y'=4\sin^3 x\cos x-4\cos^3 x\sin x=4\sin x\cos x(\sin^2 x-\cos^2 x)=$
$$=-2\sin 2x\cos 2x=-\sin 4x;$$

y' обращается в нуль в интервале $\left[0,\ \frac{\pi}{2}\right)$ в точках $x=0$ и $x=\frac{\pi}{4}$, которые являются критическими. Других критических точек в интервале $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ нет, так как y' существует всюду. Исследуем критические точки по знаку y'' (по правилу IIб): $y''=-4\cos 4x$; $y''(0)=-4<0$, следовательно, $x=0$ есть точка максимума, где $y_{\max}=y(0)=1$; $y''\left(\frac{\pi}{4}\right)=4>0$, поэтому $x=\frac{\pi}{4}$ есть точка минимума, где $y_{\min}=y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$.

В интервале $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, где $y'<0$, функция убывает, а в интервале $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$, где $y'>0$, функция возрастает.

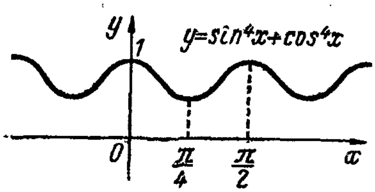
VII. $y''=-4\cos 4x$; y'' существует всюду и обращается в нуль в интервале $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ при $x=\frac{\pi}{8}$ и $x=\frac{3\pi}{8}$. Эти точки оси Ox могут быть абсциссами точек перегиба. Исследуя их по знаку y'' в соседних точках:

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
y''	—	0	+	0	—
y	в. вверх	перегиб	в. вниз	перегиб	в. вверх

заключаем, что в интервале $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ график функции имеет две точки перегиба: $\left(\frac{\pi}{8}, \frac{3}{4}\right)$ и $\left(\frac{3\pi}{8}, \frac{3}{4}\right)$.

Ординаты этих точек вычислены из данного уравнения.

В интервалах $\left[0, \frac{\pi}{8}\right)$ и $\left(\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2}\right)$, где $y''<0$, график функции обращен выпуклостью вверх, а в интервале $\left(\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}\right)$, где $y''>0$, он обращен выпуклостью вниз.



Черт. 71

VIII. Согласно полученным результатам исследования строим график функции в интервале $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$, длина которого равна периоду данной функции, и затем повторяем его влево и вправо по периодическому закону (черт. 71).

5) I. Функция $y=x^2 e^{\frac{1}{x}}$ определена на всей числовой оси, кроме точки $x=0$.

II. В точке $x=0$ функция имеет разрыв: она определена вблизи этой точки, но не определена в самой точке

$$\lim_{x\to-0} y=0, \text{ ибо } \lim_{x\to-0} e^{\frac{1}{x}}=e^{-\infty}=0.$$

При $x \to +0$ имеет место случай нахождения предела $0 \cdot \infty$. Преобразуя функцию к виду дроби и дважды применяя правило Лопиталя, получим

$$\lim_{x \to +0} y = \lim \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x^2}} = \lim \frac{-\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}}{-\frac{2}{x^3}} = \lim \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{2}{x}} =$$

$$= \lim \frac{-\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}}{-\frac{2}{x^2}} = \lim \frac{e^{\frac{1}{x}}}{2} = \frac{e^{+\infty}}{2} = +\infty.$$

Следовательно, в точке $x=0$ разрыв функции бесконечный. В остальных точках числовой оси она непрерывна.

III. Функция не является ни четной, ни нечетной, ни периодической.

IV. С осями координат график функции не пересекается; согласно п. II исследования начало координат является предельной точкой левой ветви графика.

Определяя знак функции в какой-либо точке слева от точки разрыва, например $y(-2) > 0$, и в какой-либо точке справа от нее, например $y(2) > 0$, заключаем, что функция имеет положительные значения во всей своей области определения.

V. а) Вертикальной асимптотой графика функции является прямая $x=0$, ибо при $x=0$ функция имеет бесконечный разрыв;

б) $k = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim x e^{\frac{1}{x}} = +\infty$, так как $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{\frac{1}{x}} = 1$.

При $x \to -\infty$ угловой коэффициент невертикальной асимптоты также не существует, т. е. таких асимптот график функции не имеет.

VI. $y' = e^{\frac{1}{x}}(2x-1)$; $y'=0$ в точке $x=\frac{1}{2}$, которая является критической; y' не существует в точке $x=0$, но она не является критической, так как это точка разрыва.

Исследуя критическую точку по знаку y'' в этой точке:

$$y'' = \frac{2x^2-2x+1}{x^2} e^{\frac{1}{x}}; \quad y''\left(\frac{1}{2}\right) > 0,$$

заключаем, что $x=\frac{1}{2}$ есть точка минимума: $y_{\min} = y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{e^2}{4}$.

Определяя знак y' в интервалах, границами которых являются точки разрыва и экстремума, заключаем: в интервалах $(-\infty, 0)$ и $\left(0; \frac{1}{2}\right)$, где $y' < 0$, функция убывает, а в интервале $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$, где $y' > 0$, она возрастает.

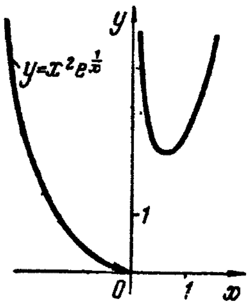
VII. $y''=\frac{2x^2-2x+1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$ нигде не обращается в нуль и существует во всей области определения функции. Поэтому график функции не имеет точек перегиба.

Определяя знак y'' в какой-либо точке слева от точки разрыва, например $y''(-2)>0$, и в какой-либо точке справа от нее, например $y''(3)>0$, заключаем, что график функции всюду обращен выпуклостью вниз.

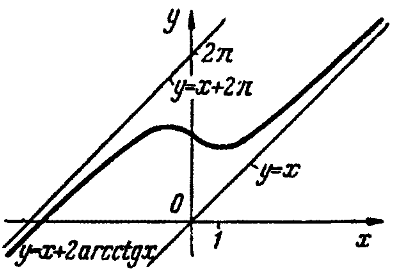
VIII. Ввиду недостаточности полученных данных находим дополнительно несколько точек графика, беря подходящие значения x и определяя соответствующие значения y из данного уравнения:

$$\left(-2,\ \frac{4}{\sqrt{e}}\right),\quad \left(-1,\ \frac{1}{e}\right),\quad (1,\ e).$$

Наконец, строим график функции (черт. 72).



Черт. 72



Черт. 73

6) I, II. Функция $y=x+2\operatorname{arcctg}x$ определена и непрерывна на всей числовой оси.

III. Функция не является ни четной, ни нечетной, ни периодической.

V. а) Вертикальных асимптот нет;

$$\text{б)}\quad k=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{y}{x}=\lim\left(1+\frac{2\operatorname{arcctg}x}{x}\right)=1;$$

$$b_1=\lim_{x\to+\infty}(y-kx)=\lim 2\operatorname{arcctg}x=2\operatorname{arcctg}(+\infty)=0;$$

$$b_2=\lim_{x\to-\infty}(y-kx)=\lim 2\operatorname{arcctg}x=2\operatorname{arcctg}(-\infty)=2\pi.$$

Следовательно, график функции имеет две невертикальные асимптоты: $y=x$ и $y=x+2\pi$.

VI. $y'=1-\frac{2}{1+x^2}=\frac{x^2-1}{x^2+1}$ существует всюду и обращается в нуль в точках $x=\pm 1$, которые являются критическими. Исследуем эти точки по знаку второй производной:

$$y''=\frac{4x}{(1+x^2)^2};\quad y''(-1)<0;\quad y''(1)>0.$$

Следовательно, $x=-1$ есть точка максимума, а $x=1$ есть точка минимума: $y_{\max}=y(-1)=\frac{3\pi}{2}-1$; $y_{\min}=y(1)=\frac{\pi}{2}+1$.

В интервалах $(-\infty, -1)$ и $(1, +\infty)$, где $y'>0$, функция возрастает, а в интервале $(-1; 1)$, где $y'<0$, функция убывает.

VII. $y''=\frac{4x}{(1+x^2)^2}$ всюду существует и обращается в нуль в точке $x=0$. Определяя знак y'' слева и справа от этой точки: $y''(-1)<0$ и $y''(1)>0$, заключаем, что при $x=0$ график функции имеет точку перегиба. Слева от нее, в интервале $(-\infty, 0)$, где $y''<0$, график функции обращен выпуклостью вверх, а справа, в интервале $(0, +\infty)$, где $y''>0$, он обращен выпуклостью вниз; $y(0)=\frac{\pi}{2}$.

VIII. Согласно результатам исследования строим график функции (черт. 73).

7)* I, II. Функция $y=|e^x-1|$ определена и непрерывна на всей числовой оси.

III. Функция не является ни четной, ни нечетной, ни периодической.

IV. Функция всюду неотрицательна; ее график проходит через начало координат.

V. а) Вертикальных асимптот график функции не имеет.

б) При $x\geqslant 0$, $y=e^x-1$; при $x<0$, $y=1-e^x$,

$$k=\lim_{x\to+\infty}\frac{y}{x}=\lim\frac{e^x-1}{x}=\lim\frac{e^x}{1}=+\infty,$$

т. е. при $x\to+\infty$ асимптоты нет;

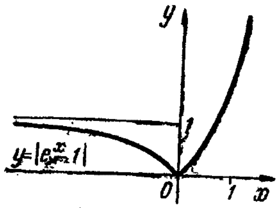
$$k=\lim_{x\to-\infty}\frac{y}{x}=\lim\frac{1-e^x}{x}=0,$$

$$b=\lim_{x\to-\infty}(y-kx)=\lim(1-e^x)=1,$$

т. е. при $x\to-\infty$ график функции имеет невертикальную асимптоту $y=1$.

VI. $y'=\pm e^x$, где знак плюс соответствует значениям x из интервала $(0, +\infty)$, где $e^x-1>0$, а знак минус соответствует значениям x из интервала $(-\infty, 0)$, где $e^x-1<0$; y' нигде не обращается в нуль и существует всюду, кроме точки $x=0$, которая является критической. Слева от этой точки, где $y'=-e^x<0$, функция убывает, а справа от нее, где $y'=e^x>0$, функция возрастает. Это значит, что $x=0$ есть точка минимума: $y_{\min}=y(0)=0$.

VII. $y''=\pm e^x$, где как и у y' знак плюс соответствует значениям $x>0$, а знак минус соответствует значениям $x<0$; y'' нигде не обращается в нуль и существует всюду, кроме точки $x=0$. Слева от этой точки, где $y''=-e^x<0$, график функции обращен выпуклостью вверх, а справа от нее, где $y''=e^x>0$, график функции обращен выпуклостью вниз. Следовательно, $x=0$ есть абсцисса точки перегиба; $y(0)=0$.



Черт. 74

Здесь точка перегиба совпала с угловой точкой, в которой график функции имеет две различные односторонние касательные: $y=-x$, $y=x$ и минимальное значение ординаты.

VIII. Для построения графика функции дополнительно найдем несколько его точек, например $(1;\ e-1)$, $(-1;\ 1-e^{-1})$, $(-2;\ 1-e^{-2})$ и определим угловые коэффициенты касательных (левую и правую производные) в угловой точке $(0;\ 0)$:

$$k_1=y'_{(-)}(0)=-1,\quad k_2=y'_{(+)}(0)=1.$$

Согласно полученным данным график функции изображен на черт. 74.

Исследовать функции и построить их графики:

388. $y=x^3+3x^2$. **389.** $y=16x(x-1)^3$.

390. $y=\dfrac{(x+1)^2}{x-2}$. **391.** $y=\dfrac{2x^3}{x^2+1}$.

392. $y=\sqrt[3]{1-x^3}$. **393.** $y=(x-3)\sqrt{x}$.

394. $y=2(x+1)-3\sqrt[3]{(x+1)^2}$. **395.** $y=xe^{-\frac{x^2}{2}}$.

396. $y=\sin x-\cos x$. **397.** $y=x-2\operatorname{arc\,tg} x$.

398*. $y=x-|\sin x|$. **399*.** $y=\arcsin|x|$.

§ 10. Приближенное решение уравнений

1) *Графический метод. Отделение корней.* Действительные корни уравнения $f(x)=0$ являются абсциссами точек пересечения кривой $y=f(x)$ с осью Ox, а если это уравнение преобразуется к виду $\varphi_1(x)=\varphi_2(x)$, то его действительные корни будут абсциссами точек пересечения кривых $y=\varphi_1(x)$ и $y=\varphi_2(x)$.

Пользуясь этим, как было показано в решении задачи 16, можно находить приближенные значения действительных корней алгебраических и трансцендентных уравнений путем построения соответствующих кривых.

Однако этим графическим методом можно получить лишь грубо приближенные значения корней уравнения, но нельзя их вычислить с наперед заданной большой точностью.

Поэтому графический метод обычно применяется лишь как вспомогательное средство для определения числа действительных корней уравнения и для их о т д е л е н и я, т. е. для нахождения таких отрезков оси Ox, внутри которых содержится только по