

ОТВЕТЫ

6. $-\infty < y \leq -2$, $4 \leq y < +\infty$; $-\infty < x < -1$, $1 < x < +\infty$. 7. -1;
 9; -3; $a^2 + 5a + 3$; $a^2 + 3a$; $a^4 + 3a^2 - 1$; $a^4 + 6a^3 + 7a^2 - 6a + 1$. 8. 4; 2;
 $\frac{2(3a+8)}{a^2+4}$; $\frac{x(4x+3)}{x^2+1}$; $\frac{x^2+1}{3x+4}$; $\frac{3b+4}{b^2+1}$. 9. $a+b$; $2a$. 11. Функции 1) и 6) не-
 четные; 2) и 4) четные; 3) и 5) не четные и не нечетные. 13. $1 \leq x < 2$,
 $2 < x < +\infty$; $-1 \leq t \leq 5$; $-\infty < \alpha < -3$, $3 < \alpha < +\infty$; $2k\pi \leq \varphi \leq (2k+1)\pi$;
 $(4k-1)\frac{\pi}{4} < x < (4k+1)\frac{\pi}{4}$, $1 < x \leq 2$. 18. $0 \leq x \leq 6$; $|x| \leq 2\sqrt{2}$; $[-4; -1]$,
 $[1; 4]$; $[0; +\infty]$. 33. α_1, α_2 и α_3 — бесконечно большие величины: $\alpha_1 \rightarrow +\infty$,
 $\alpha_2 \rightarrow -\infty$, $\alpha_3 \rightarrow \infty$; α_4, α_5 и α_6 — бесконечно малые величины: $\alpha_4 \rightarrow +0$,
 $\alpha_5 \rightarrow -0$, $\alpha_6 \rightarrow 0$. 34. $\lim x = 1$; $\lim z = 3$, $\lim v = 0$; $\lim y$ и $\lim u$ не существ-
 вуют. 36. 1) $-\infty$; 2) $+\infty$; 3) 0 ; 4) 0 ; 5) $+\infty$; 6) не существует.
 37. $\lim s_n = 0$; $\lim P_n = 3l$. 41. 0. 42. 2. 43. $8x$. 44. Не существует. 45. 8; 0;
 не существует. 46. $\lim \alpha_n = \pi$; $\lim h_n = R$ — радиусу описанной окружности.
 48. 0. 49. 1. 50. 1. 51. $\frac{1}{2}$. 55. 3. 56. $\frac{2}{3a}$. 57. 0. 58. $\frac{5}{9}$. 59. $-\frac{3}{2}$. 60. $-\sqrt{2}$.
 61. -2. 62. -4. 63. 4. 64. 2. 65. 2. 66. $2a$. 67. $\frac{3}{4}$. 68. $\frac{1}{8}$. 69. 3. 70. 1.
 72. 2. 73. 0. 74. 2. 75. $-\sqrt{2}$. 76. 0,1. 77. 2. 79. 0,5. 80. 2. 81. x . 82. 1.
 84. $+\infty$. 85. 0,5. 86. 1. 87. 0. 89. e^{kn} . 90. e^{-1} . 91. e^2 . 92. e^3 . 93. 9.
 94. $\frac{1}{2}$. 95. 1. 96. $\frac{a}{b}$. 97. $\frac{1}{2}$. 98. $\frac{1}{2}$. 99. 0. 100. $\frac{\pi}{4}$. 101. $2 \cos x$. 102. $-\infty$.
 103. e . 104. 0. 105. $\frac{17}{7}$. 106. $\frac{1}{2}$. 107. $\frac{3}{5}$. 108. e^{-3} . 109. -1. 110. $e^{-0,5}$.
 111. $x_1 \rightarrow -\frac{c}{b}$; $x_2 \rightarrow \infty$. 112. $\lim S_n = \frac{(a+b)h}{2}$; $\lim P_n = 2(b+h)$. 117. 5;
 $\sqrt{2}$; $\frac{1}{2}$; 0; 1; -1. 122. 1) Функция имеет бесконечные разрывы в точках
 $x = -1$, $x = 0$ и $x = 4$; 2) функция разрывна в точке $x = 1$, где ее скачок
 равен -2; 3) функция имеет бесконечный разрыв в точке $x = -\frac{1}{2}$; 4) функ-
 ция не имеет точек разрыва, она определена и непрерывна в интервалах
 $(-\infty, -1]$ и $[1, +\infty)$; 5) функция имеет бесконечные разрывы в точках
 $x = \pm 1$; 6) функция имеет бесконечные разрывы в точках $x = \frac{\pi}{2}(2k+1)$.
 123. 1) Функция имеет бесконечный разрыв в точке $x = 1$; 2) функ-
 ция разрывна в точке $x = -2$, где ее скачок равен 2; 3) функция разрывна
 в точке $x = 0$, где ее скачок бесконечный, и в точке $x = 1$, где ее
 скачок равен -4; 4) функция имеет бесконечный разрыв в точке $x = 0$;

5) функция разрывна в точке $x = -1$, где ее скачок равен -2 , и в точке $x = 1$, где ее скачок бесконечный; 6) функция разрывна в точке $x = 2$, где ее скачок равен 1. 125. $2x + 5$; $-\frac{2}{x^3}$; $-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$; $\frac{2}{\sqrt{4x+1}}$; $3 \cos 3x$; $2 \sec^2 2x$.

128. $1 + 6x - x^2$. 129. $1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$. 130. $1 - \sqrt{\frac{a}{x}}$. 131. $-\frac{t+2}{t^3}$.

132. $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - 3\sqrt{x}$. 133. $\frac{6}{(t+3)^2}$. 134. $\frac{12x}{(x^2+3)^2}$. 135. $x(2 \sin x + x \cos x)$.

136. $-\frac{1 + \cos \varphi}{\sin^2 \varphi}$. 137. $3(1 + \operatorname{cosec}^2 t) \cos t$. 138. $\frac{1}{8}$. 139. 0. 140. $-\pi$. 141. 0.

142. $\frac{5}{x}$. 145. $15(3x+2)^4$. 146. $2 \cos(2x-1)$. 147. $-\frac{\operatorname{cosec}^2 \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$.

148. $\frac{1+2\sqrt{x}}{4\sqrt{x(x+\sqrt{x})}}$. 149. $a \cos at \cos \frac{t}{a} - \frac{1}{a} \sin at \sin \frac{t}{a}$. 150. $-\sin \varphi$.

151. $-\frac{12 \cos 4y}{(1 + \sin 4y)^4}$. 152. $\operatorname{tg}^4 z$. 153. $\frac{1 + \sin^2 x}{2 \cos^3 x}$. 154. $a(\cos a\varphi + b \sin a\varphi)$.

155. 0. 156. 0. 157. $-\sqrt[4]{\frac{\pi^3}{8}}$. 159. $(2^x + 3 \cdot 2^{2x}) \ln 2$. 160. $2x(a^{x^2} \ln a + e^{-x^2})$.

161. $\frac{3e^{-x}(1-2x)}{2\sqrt{x}}$. 162. $e^{a\varphi}(a \sin b\varphi + b \cos b\varphi)$. 163. $-\frac{4}{(e^x - e^{-x})^2}$.

164. $\frac{2ax+b}{ax^2+bx+c}$. 165. $2 \operatorname{tg} x \sin^2 x$. 166. $-\ln x$. 167. $\frac{2}{x(1-x^2)}$. 168. $\frac{1}{1-x^2}$.

169. $\frac{1}{2}$. 171. $\frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$. 172. $\frac{1}{1+x^2}$. 173. $\frac{2}{1+x^2}$. 174. $\frac{2}{\varphi \sqrt{\varphi^4-1}}$.

175. $\arccos x$. 176. $\frac{1}{|x| \sqrt{4x^2-1}}$. 177. $-\frac{\pi}{4}$. 178. 2. 179. $1; \frac{1}{2}$.

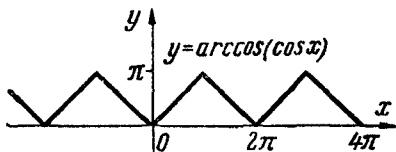
182. $\left(1+x^{-\frac{1}{3}}\right)^2$. 183. $\frac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$. 184. $\frac{6x}{(x^2-1)^4}$. 185. $-\frac{2 \sin 4\alpha}{\sqrt{\cos 4\alpha}}$.

186. $-\sin 4t$. 187. $(1+2a\varphi \operatorname{tg} a\varphi) \sec^2 a\varphi$. 188. $e^t \cos t(3 \cos 2t + \sin 2t - 1)$.

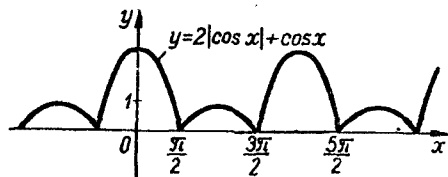
189. $32x^3 \ln^2 x$. 190. $e^{2v} \left(\operatorname{cosec} v + 2 \ln \operatorname{tg} \frac{v}{2} \right)$. 191. $\frac{1}{\sqrt{x^2+a}}$. 192. $-\frac{t^4+1}{t(t^4-1)}$.

193. $\sec x$. 194. $-2 \sin \ln t$. 195. $\frac{5^{2x} \ln 5}{\sqrt{4+5^{2x}}}$. 196. $\frac{\cos x}{2\sqrt{(1-\sin x) \sin x}}$.

197. $\frac{\sin x}{|\sin x|}$; $y' = 1$ в интервалах, где $\sin x > 0$; $y' = -1$ в интервалах, где



Черт. 213



Черт. 214

$\sin x < 0$; в точках $x = k\pi$, где $\sin x = 0$, функция не дифференцируема (черт. 213). 198. $\frac{x^2}{x^4-1}$; $-\frac{4}{15}$. 199. $2\sqrt{4-x^2}$; 4. 201. $-\frac{3}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- $x = (2k+1)\frac{\pi}{2}$, черт. 214. 202. 0; $2e$; $y'_{(-)}(0) = -1$, $y'_{(+)}(0) = 1$.
 204. $ay \left(1 + \ln \frac{x}{a}\right)$. 205. $\frac{y}{x^2} \ln \frac{e}{x}$. 206. $r (\varphi \operatorname{ctg} \varphi + \ln \sin \varphi)$ 207. $\frac{1+3x^2-2x^4}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$.
 208. $-\frac{(t+1)(5t^2+14t+5)}{(t+2)^4(t+3)^5}$. 209. $\frac{y(x^3-3x^2-x-1)}{x(x-1)(x^2+1)}$. 210. $Se^{\varphi} \left(\frac{1}{\varphi} + \ln \varphi\right)$.
 211. $vx^x \left(\frac{1}{x} + \ln x + \ln^2 x\right)$. 213. $-125 \cos 5x$. 214. $\alpha^2(47+60 \ln a)$.
 215. $1920(2p-1)$. 216. $e^{3x}(9x^2+12x+2)$. 218. $(2 \ln a)^n a^{2x}$. 219. $m(m-1)(m-2) \dots$
 $\dots (m-k+1)$. 220. $10 \cos x - x \sin x$. 221. $(n-1)!$ 223. $\frac{10x+3y}{4y-3x}$. 224. $-\sqrt[3]{\frac{y}{x}}$.
 225. $\frac{e^{-x} \sin y + e^y \sin x}{e^{-x} \cos y + e^y \cos x}$. 226. $\frac{y(x+y \ln y)}{x(y+x \ln x)}$. 227. $\frac{2a^3xy}{(ax+y^2)^3}$. 228. $-\frac{2(y^2+1)}{y^5}$.
 229. $\frac{(e^y - e^x)(e^{x+1} - 1)}{(e^y + 1)^3}$. 230. $\frac{4(x+y)}{(x+y+1)^3}$ 233. $\frac{3}{2}t$. 234. $\frac{2t-t^4}{1-2t^8}$.
 235. $-\frac{b}{a^2} \operatorname{cosec}^2 t$. 236. $\frac{\sec^3 \alpha}{a}$. 237. $\frac{1}{2}$. 238. $\frac{32}{27a}$. 243. $y-2x=5$; $x+2y=5$.
 244. $3y-4x=1$, $3x+4y=18$; $4x+3y=-1$; $3x-4y=18$. 245. $x+y=4$;
 $x-y=2$. 246. $\sqrt{2}(x+y)=a$; $y=x$. 247. $y = \pm(x-\pi)$. 248. В точке $(0; 0)$;
 $y=-2x$, $x=2y$; $y=2x$, $x=-2y$. В точке $(2; 0)$: $2x+y=4$, $x-2y=2$;
 $2x-y=4$, $x+2y=2$. 249. 45° ; $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{2}$. 250. $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sqrt{3}}{2}$. 251. 90° .
 252. $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{2}$. 253. 90° . 254. $\operatorname{arc} \operatorname{tg} 3$; $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{3}$. 255. $(-1; -2)$; $(2; 9)$;
 $(1; \frac{1}{2})$. 256. $(3; 4)$; $(-3; -4)$. 257. $(1; 0)$; $(2; 1)$; таких точек нет; $(1, 3)$.
 $(1; 1)$; $(1; -3)$. 258. $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{4\sqrt{3}}{13}$. 259. 90° . 260. $\operatorname{arc} \operatorname{tg} 3$, $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{3}{19}$.
 261. $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{4}{5}$. 266. $\frac{dQ}{dt} = k(a-Q)$. 267. $\frac{dy}{dt} = -4a^2t^3$. 268. $\frac{ds}{dt} = 16\pi r \frac{cm^2}{сек}$;
 $\frac{dv}{dt} = 8\pi r^2 \frac{cm^3}{сек}$. 269. $v = (6t-t^2-8)e^{-t}$; $w = (t^2-8t+14)e^{-t}$; $t_1=2$, $t_2=4$.
 270. $v = -ae^{-at} [\cos(at+b) + \sin(at+b)]$; $F = 2ma^2e^{-at} \sin(at+b)$.
 273. $bm(a+bx)^{m-1} dx$. 274. $t^2e^{-t} dt$. 275. $-x^{n-1} \ln x dx$. 276. $\cos \varphi \ln \operatorname{cosec} \varphi d\varphi$.
 277. $-29, 90$. 278. $0,87$. 279. $-0,31$. 280. $-0,39$. 281. $0,0140$. 282. $0,9976$.
 283. $60^\circ 3'$. 284. $0,0100$. 285. $1,9875$. 288. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$; $2x+y+2z=6$.
 289. $\frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0}$; $y=0$. 290. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}$; $x+y=0$. 291. $\frac{2}{3}$, $\pm \frac{1}{3}$, $\pm \frac{2}{3}$.
 294. $\bar{v} = a \cos t \cdot \bar{j} - a \sin t \cdot \bar{i}$; $\bar{w} = -\bar{r}$. 295. $\bar{v} = 3\bar{j} + (4-2t)\bar{k}$; $\bar{w} = -2\bar{k}$.
 300. $1 + \frac{x \ln 3}{1!} + \frac{x^2 \ln^2 3}{2!} + \dots + \frac{x^n \ln^n 3}{n!}$; $R_n = \frac{x^{n+1} \ln^{n+1} 3}{(n+1)!} 3^{3x}$, $R_n \rightarrow 0$ при лю-
 бом x ; $\left. \frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 + \frac{x}{1!} - \frac{x^2}{2!} - \dots \pm \frac{x^n}{n!}\right) \right|$, $R_n = \left| \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} \cos \left[\theta x - \frac{\pi}{4} + \right. \right.$
 $\left. \left. + (n+1) \frac{\pi}{2} \right] \right|$, $R_n \rightarrow 0$ при любом x ; $x + \frac{x^2}{1!} + \frac{x^3}{2!} + \dots + \frac{x^{n+1}}{n!}$, $R_n \rightarrow 0$

при любом x . 301. $x + \frac{x^3}{3}; x - \frac{x^3}{2}; -x + \frac{x^2}{2} + \frac{2x^2}{3}$. 302. $e \left[1 + \frac{x-a}{11a} + \frac{(x-a)^2}{21a^2} + \dots + \frac{(x-a)^n}{n! a^n} \right]$, $R_n \rightarrow 0$ при любом x ; $\cos a + \frac{x-a}{11} \cos \left(a + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{(x-a)^2}{21} \cos \left(a + 2 \frac{\pi}{2} \right) + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} \cos \left(a + n \frac{\pi}{2} \right)$, $R_n \rightarrow 0$ при любом x . 303. $-1 + \frac{x+1}{3} + \frac{(x+1)^2}{9} + \frac{5(x+1)^3}{81} + \frac{10(x+1)^4}{243}$; $-1 + \frac{9}{2} \left(x + \frac{\pi}{6} \right)^2 - \frac{27}{8} \left(x + \frac{\pi}{6} \right)^4$; $1 + 2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + 2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right)^2 + \frac{8}{3} \left(x - \frac{\pi}{4} \right)^3 + \frac{10}{3} \left(x - \frac{\pi}{4} \right)^4$.

304. 0,309; 1,648; 4,121; 3,004. 305. 0,9848; 1,3955; 2,0022; 0,5878. 307. $\frac{1}{3}$.

308. -3 . 309. $+\infty$. 310. $\frac{1}{2}$. 311. $\frac{3}{5}$. 312. -1 . 313. 1. 314. $\frac{2}{5}$. 316. $-\frac{3}{5}$.

317. 0. 318. $+\infty$. 319. 2. 320. 1. 321. $-\frac{2}{\pi}$. 322. 0. 323. -1 . 325. e . 326. e^a . 327. 1.

328. e^{-1} . 329. $e^{-\frac{k^2}{2}}$. 330. $e^{\frac{2}{\pi}}$. 333. 1) Функция возрастает в интервале $(-\infty, +\infty)$; 2) функция возрастает в интервалах $(-\infty, -1)$ и $(1, +\infty)$ и убывает в интервале $(-1; 1)$; 3) при $k > 0$ функция монотонно возрастает, а при $k < 0$ монотонно убывает на всей числовой оси; 4) функция убывает в интервале $(-\infty, -3]$ и возрастает в интервале $[3, +\infty)$; 5) функция убывает на всей числовой оси, 6) функция возрастает на всей числовой оси.

336. $y_{\max} = y(0) = 0$; $y_{\min} = y(4) = -32$. 337. $y_{\max} = y(\pm 1) = 4$; $y_{\min} = y(0) = 3$.

338. Нет экстремума. 339. $y_{\min} = y(-2) = -1$. $y_{\max} = y(2) = 1$. 340. $y_{\min} = y(\pm 2) = 4$. 341. $y_{\max} = y(0) = 3$. 342. $y_{\min} = y(0,5) = 8$; $y_{\max} = y(1) = 10$.

343. $y_{\max} = y(-3) = 3\sqrt[3]{3}$; $y_{\min} = y(2) = -\sqrt[3]{44}$. 344. $y_{\min} = y\left(-\frac{\ln 2}{3}\right) =$

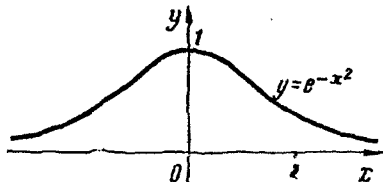
$= \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$. 345. Нет экстремума. 346. $y_{\min} = y(0) = 0$; $y_{\max} = y(2) = \frac{4}{e^2}$.

347. $y_{\min} = y(e) = e$. 348. $y_{\max} = y\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k\right) = \sqrt{2}$; $y_{\min} = y\left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi k\right) =$

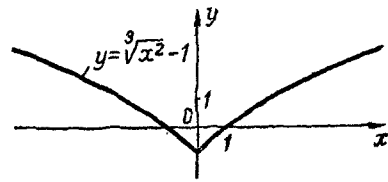
$= -\sqrt{2}$. 349. $y_{\min} = y(0) = y(3) = 0$. 351. $y_{н.б} = y_{\max} = y(2) = 10$; $y_{н.м} =$

$= y(0) = -10$. 352. $u_{н.б} = u(1) = 1$; $u_{н.м} = u_{\min} = u(2) = 2(1 - \ln 2)$. 353. $v_{н.б} =$

$= v_{\max} = v\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}$; $v_{н.м} = v(0) = v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. 354. $y_{н.б} = y_{\max} = y(0) = 1$;



Черт. 215



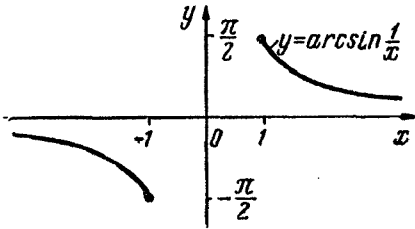
Черт. 216

наименьшего значения функция не имеет (черт. 215). 355. $y_{н.м} = y_{\min} = y(0) = -1$; наибольшего значения функция не имеет (черт. 216). 360. Прямоугольник должен быть квадратом. 361. 20 м и 40 м. 362. 6 см. 363. 16 м от более сильного источника света. 364. Центральный угол сектора должен

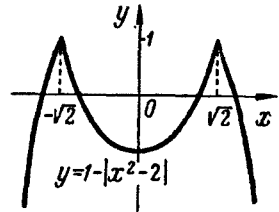
быть равен $2\pi \sqrt{\frac{2}{3}}$ радианов, или около 294° . 365. $\cos \alpha = \frac{1}{k}$ при усло-
вии, если $k \geq \frac{b}{\sqrt{b^2 - a^2}}$. 367. 60° . 368. $l \approx 8,3$ м (определяется как минимум

функции $l = 2 \sec \varphi + 4 \operatorname{cosec} \varphi$, где φ — угол между бревном и одной из сте-
нок канала). 369. $t = \frac{3\sigma_1 + 5\sigma_2}{v_1^2 + \sigma_2^2}$. 370. $\varphi = 45^\circ$. (Использовать зависимость пути

от времени при равномерно-ускоренном движении.) 372. Точка перегиба
(1; -2); при $-\infty < x < 1$ кривая выпукла вверх, а при $1 < x < +\infty$ вы-
пукла вниз. 373. Точки перегиба (-3; 294) и (2; 114); при $-\infty < x < -3$
и $2 < x < +\infty$ кривая выпукла вверх, а при $-3 < x < 2$ выпукла вниз
374. Кривая выпукла вниз во всей области своего расположения: $-\infty <$
 $< x < -2$ и $2 < x < +\infty$. 375. Точка перегиба (0; 2); при $x < 0$ кривая

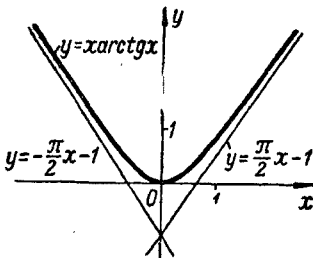


Черт. 217

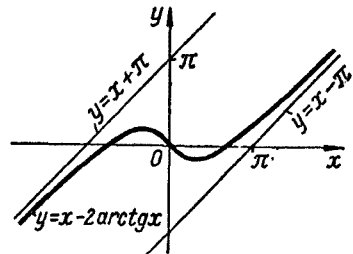


Черт. 218

выпукла вниз, а при $x > 0$ выпукла вверх. 376. Кривая не имеет точек
перегиба, но меняет направление выпуклости в точке разрыва $x=0$: слева
от нее она выпукла вверх, а справа выпукла вниз (черт. 18). 377. Точек
перегиба кривая не имеет; направление ее выпуклости меняется в точках
разрыва $x = \pm 2$; при $-\infty < x < -2$ и $2 < x < +\infty$ кривая выпукла вниз, а
при $-2 < x < 2$ она выпукла вверх (черт. 21). 378. Кривая не имеет точек
перегиба; при $-\infty < x < -1$ она выпукла вверх, а при $1 < x < +\infty$ вы-
пукла вниз (черт. 217). 379. Точки перегиба $(-\sqrt{2}; 1)$ и $(\sqrt{2}; 1)$ в угло-
вых точках кривой, где y'' не существует; при $-\infty < x < -\sqrt{2}$ и $\sqrt{2} <$
 $< x < +\infty$ кривая выпукла вверх, а при $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ она выпукла



Черт. 219



Черт. 220

вниз (черт. 218). 381. $x = -2$ и $y = 2x - 4$. 382. $x = -1$, $x = 1$ и $y = x$.
383. $y = 0$ при $x \rightarrow +\infty$. 384. $y = \frac{\pi}{2}x - 1$ при $x \rightarrow +\infty$; $y = -\frac{\pi}{2}x - 1$ при
 $x \rightarrow -\infty$ (черт. 219). 385. $x = 0$, $y = 2x$. Наклонную асимптоту кривая пере-

секает бесчисленное множество раз в точках $x = \frac{\pi}{2}(2k+1)$. 386. $x=0, y=x$.

388. Функция определена и непрерывна на всей числовой оси. График пересекает оси координат в точках $(-3; 0)$ и $(0; 0)$. Асимптот нет. $y_{\max} = y(-2) = 4$; $y_{\min} = y(0) = 0$. Точка перегиба $(-1; 2)$. 389. Функция определена и непрерывна на всей числовой оси. График пересекает оси координат

в точках $(0; 0)$ и $(1; 0)$. Асимптот нет. $y_{\min} = y\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{27}{16}$. Точки перегиба $(1; 0)$ и $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$.

390. Функция определена и непрерывна всюду, кроме точки $x=2$, которая является точкой бесконечного разрыва. График пересекает оси координат в точках $(-1; 0)$ и $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$. Асимптоты $x=2$ и $y=x+4$; $y_{\max} = y(-1) = 0$; $y_{\min} = y(5) = 12$. Точек перегиба нет (гипербола).

391. Функция определена и непрерывна всюду. Нечетная. График пересекается с осями координат только в их начале. Асимптота $y=2x$.

Экстремумов нет, функция всюду возрастает. Точки перегиба $\left(-\sqrt{3}; -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$,

$(0; 0)$ и $\left(\sqrt{3}; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$. 392. Функция определена и непрерывна всюду. График пересекает оси координат в точках $(0; 1)$ и $(1; 0)$.

Асимптота $y=-x$. Экстремумов нет, функция всюду убывает. Точки перегиба $(0, 1)$ и $(1; 0)$. 393. Область определения и непрерывности $x \geq 0$. График пересекает оси координат в точках $(3; 0)$ и $(0; 0)$ — конечная точка. Асимптот нет. $y_{\min} = y(1) = -2$. Точек перегиба нет. 394. Функция определена и непрерывна всюду. График пересекается с координатными осями

в точках $(-1; 0)$, $\left(\frac{19}{8}; 0\right)$ и $(0; -1)$. Асимптот нет. $y_{\max} = y(-1) = 0$ (точка возврата); $y_{\min} = y(0) = -1$. Точек перегиба нет. 395. Функция определена и непрерывна всюду. Нечетная. График пересекает оси координат в их начале. Асимптота $y=0$. $y_{\min} = y(-1) = -\frac{1}{\sqrt{e}} \approx -0,6$; $y_{\max} = y(1) = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Точки перегиба $\left(-\sqrt{3}; -\sqrt{\frac{3}{e^3}}\right)$, $(0; 0)$ и $\left(\sqrt{3}; \sqrt{\frac{3}{e^3}}\right)$. 396. Функция определена и непрерывна всюду; периодична с периодом 2π . Асимптот нет. На отрезке $[0, 2\pi]$: график пересекает оси координат в точках $\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$,

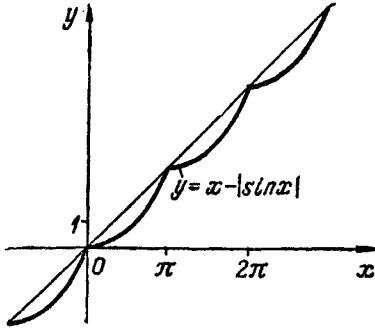
$\left(\frac{5\pi}{4}; 0\right)$ и $(0; -1)$; $y_{\max} = y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$; $y_{\min} = y\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$; точки перегиба $\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$ и $\left(\frac{5\pi}{4}; 0\right)$. 397. Функция определена и непрерывна всюду, нечетная. Асимптоты $y=x-\pi$ при $x \rightarrow +\infty$ и $y=x+\pi$ при $x \rightarrow -\infty$;

$y_{\max} = y(-1) = \frac{\pi}{2} - 1$; $y_{\min} = y(1) = 1 - \frac{\pi}{2}$. Точка перегиба $(0; 0)$ (черт. 220).

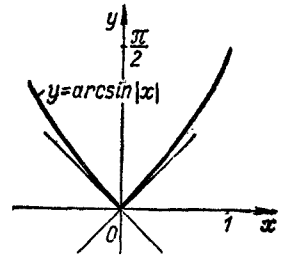
398. Функция определена и непрерывна всюду, монотонно возрастает. График пересекает оси координат в их начале; асимптот и точек перегиба не имеет. Угловые точки с абсциссами $x=k\pi$, $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ расположены на прямой $y=x$, для каждой из этих точек $y'_{(-)} = 2$, $y'_{(+)} = 0$ (черт. 221).

399. Функция определена и непрерывна на отрезке $[-1; 1]$, четная. График проходит через начало координат. Асимптот нет. $y_{\min} = y(0) = 0$ (угловая точка, где $y'_{(-)} = -1$, $y'_{(+)} = 1$). Точек перегиба нет. Концевые точки

- $\left(-1, \frac{2}{\pi}\right)$ и $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$ (черт. 222). 403. 3; 3,25. 404. 2; 185. 405. 3; 0,95.
 406. 1; 0,44. 407. -2,66; 0,52; 2,15. 408. -3,40; 2,90. 409. 0,27; 2,25.
 410. 0,21. 417. $2\sqrt{2}$; $\frac{\sqrt{257^3}}{64}$. 418. $\frac{1}{2}$. 419. 4a. 420. $1,5a \sin 2t$. 421. $\left(0; -\frac{4}{3}\right)$. 422. $\left(-\frac{11}{2}; \frac{16}{3}\right)$. 423. (3; -2). 424. (-2; 3). 425. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{\ln 2}{2}\right)$.
 426. $\left(\frac{a}{4}; \frac{a}{4}\right)$. 427. $8X^3 = 27Y^2$. 428. $X^{\frac{2}{3}} - Y^{\frac{2}{3}} = (2a)^{\frac{2}{3}}$. 429. $X^2 + Y^2 = a^2$. 433. $\frac{x^5}{5}$. 434. $\frac{5}{7} \sqrt[5]{t^7}$. 435. $-\frac{1}{3y}$. 436. $\ln|x+3|$. 437. $\frac{(\alpha-5)^9}{9}$.



Черт. 221



Черт. 222

438. $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3}$. 439. $\ln(v + \sqrt{v^2 + 7})$. 440. $\frac{1}{4\sqrt{2}} \ln \left| \frac{z - \sqrt{2}}{z + \sqrt{2}} \right|$.
 441. $\arcsin \frac{x}{2}$. 442. $-3 \cos \frac{x}{3}$. 443. $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2\varphi$. 444. $\frac{1}{4} e^{4x}$. 445. $-\frac{3 \cdot 5^{-2t}}{2 \ln 5}$.
 446. $\frac{\ln|2x+5|}{2}$. 447. $-\frac{1}{6(3x+2)^2}$. 448. $\ln|\sin x|$. 450. $\frac{5}{3} x \sqrt[5]{x} - \frac{3\sqrt[3]{2}}{4} x \sqrt[3]{x} + 5x$. 451. $\varphi + \frac{1}{2} \cos 2\varphi$. 452. $x + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$. 453. $2\sqrt{x}(x-1)^2$.
 454. $\frac{x^2}{2} - 3 \ln(x^2 + 6)$. 455. $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$. 456. $\frac{1}{2} (e^{2x} - e^{-2x}) - 2x$. 457. $\frac{(x-2)^2}{2} + 2 \ln|x+2|$. 459. $\frac{1}{6\sqrt{5}} \ln \left| \frac{x^3 + \sqrt{5}}{x^3 - \sqrt{5}} \right|$. 460. $\frac{1}{4} \ln(3 + 4e^x)$. 461. $\frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \varphi + \ln|\cos \varphi|$. 462. $-\frac{3x^2 + 2a}{15} \sqrt{(a-x^2)^3}$. 463. $\ln|x-2| - \frac{3x-5}{(x-2)^2}$. 464. $\frac{2}{15} \times (3x^2 - ax - 2a^2) \sqrt{a-x}$. 465. $\pm \ln \frac{x}{1 \pm \sqrt{1+x^2}}$, где «+» соответствует значениям $x > 0$, «-» — значениям $x < 0$, или короче $\ln \frac{|x|}{1 + \sqrt{1+x^2}}$.
 466. $\frac{1}{2} \ln|\operatorname{tg} x|$. 467. $\frac{1}{2} \ln(x^2 + \sqrt{1+x^4})$. 468. $x - 2\sqrt{x} + 2 \ln(1 + \sqrt{x})$.

469. $e^x + \ln|e^x - 1|$. 470. $\ln|\ln x|$. 471. $\frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left(\sin x + \sqrt{\frac{1}{2} + \sin^2 x} \right)$.
472. $-2 \sqrt{2 + \cos^2 x}$. 473. $\frac{4}{21} (3e^x - 4) \sqrt[4]{(e^x + 1)^3}$. 474. $\frac{4}{3} \left[\sqrt[4]{x^3} - \ln \left(1 + \sqrt[4]{x^3} \right) \right]$. 475. $\sin x - x \cos x$. 476. $\frac{x^3}{9} (3 \ln x - 1)$. 477. $nx (\ln x - 1)$.
478. $\frac{2x^2 + 2x + 3}{4e^{2x}}$. 479. $x \operatorname{tg} x + \ln|\cos x|$. 480. $\frac{x^2 - 1}{2} \ln|x - 1| - \frac{x^2}{4} - \frac{x}{2}$.
481. $t \operatorname{arc} \operatorname{ctg} t + \frac{1}{2} \ln(1 + t^2)$. 482. $x \ln(x^2 + 1) - 2x + 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x$.
483. $\frac{e^{ax} (a \sin bx - b \cos bx)}{a^2 + b^2}$. 484. $\ln \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x} - \frac{1}{x} \operatorname{arc} \sin x$. 485. $\frac{x \ln x}{x + 1} - \ln|x + 1|$. 486. $x \operatorname{arctg} \sqrt{2x - 1} - \frac{1}{2} \sqrt{2x - 1}$. 487. $\frac{1}{5} \ln \left| \frac{x - 3}{x + 2} \right|$. 488. $\frac{1}{5} \times \times \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x + 2}{5}$. 489. $\frac{1}{4x - 2}$. 490. $2 \ln(x^2 + 3x + 4) - \frac{18}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{2x + 3}{\sqrt{7}}$.
491. $\frac{4}{5} \ln|x| + \frac{11}{5} \ln|x + 5|$. 492. $2x + \frac{1}{9} \left(\frac{7}{3x + 1} + \ln|3x + 1| \right)$. 493. $\frac{1}{2} x^2 - 4x + \frac{3}{4} \ln|x - 1| + \frac{41}{4} \ln|x + 3|$. 494. $\operatorname{arcsin} \frac{2x - 1}{3}$. 495. $\ln|x - 1| + \sqrt{x^2 - 2x}|$. 496. $\frac{3}{2} \operatorname{arcsin} 2x - \frac{1}{4} \sqrt{1 - 4x^2}$. 497. $\sqrt{x^2 + 6x} - 6 \ln|x + 3 + \sqrt{x^2 + 6x}|$. 498. $-\frac{1}{3} \sqrt[3]{\operatorname{arcsin} \frac{3x + 1}{2}} - \frac{1}{3} \sqrt{1 - 2x - 3x^2}$. 499. $\frac{x + 2}{2} \times \times \sqrt{x^2 + 4x} - 2 \ln|x + 2 + \sqrt{x^2 + 4x}|$. 500. $\frac{x + 1}{2} \sqrt{1 - 2x - x^2} + \operatorname{arcsin} \frac{x + 1}{\sqrt{2}}$.
501. $\frac{x}{2} + \frac{1}{20} \sin 10x$. 502. $\sin x - \frac{2}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x$. 503. $\frac{x}{8} - \frac{1}{32} \sin 4x$.
504. $\frac{1}{5} \cos^5 x - \frac{1}{3} \cos^3 x$. 505. $\frac{1}{4} \sin^4 x - \frac{1}{6} \sin^6 x$. 506. $\frac{3}{8} x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x$. 507. $y + \operatorname{ctg} y - \frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 y$. 508. $\frac{3}{26} \sin \frac{13}{3} x + \frac{3}{10} \sin \frac{5}{3} x$. 509. $\frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{22} \sin 11x$. 510. $\frac{\cos(a - b)t}{2(b - a)} - \frac{\cos(a + b)t}{2(a + b)}$. 511. $\frac{\cos 12x}{48} - \frac{\cos 6x}{24} - \frac{\cos 4x}{16} - \frac{\cos 2x}{8}$. 512. $\frac{1}{2} (\operatorname{tg}^2 z - \operatorname{ctg}^2 z) + 2 \ln|\operatorname{tg} z|$. 513. $\frac{1}{x} + \ln \left| 1 - \frac{1}{x} \right|$. 514. $\ln \times \times \frac{|x|}{\sqrt{x^2 + 1}}$. 515. $\frac{1}{3} \ln \frac{|x - 1|}{\sqrt{x^2 + x + 1}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x + 1}{\sqrt{3}}$. 516. $\ln|x - 1| - \frac{2x - 1}{(x - 1)^2}$. 517. $3 \ln \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}{|x|} + 2 \operatorname{arctg} \frac{x - 1}{2}$. 518. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{1 + t}{1 - t} \right| - -t^2 + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} t$. 519. $\frac{2}{3} \operatorname{arctg} \frac{z}{2} - \frac{1}{3} \operatorname{arctg} z$. 520. $\frac{2x^3 - 3x}{2(x^2 - 1)} + \frac{3}{4} \ln \left| \frac{x - 1}{x + 1} \right|$.
521. $\frac{x - 2}{4(x^2 + 2)} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}$ (подынтегральная дробь — элементарная).
522. $-x + \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{x^2 + x\sqrt{2} + 1}{x^2 - x\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{1 - x^2}$ [знаменатель разла-

- гается на множители: $x^4 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - 2x^2 = (x^2 + 1)^2 - 2x^2 = (x^2 + 1 + x\sqrt{2})(x^2 + 1 - x\sqrt{2})$. 531. $6\sqrt[6]{x} - 6 \operatorname{arctg} \sqrt[6]{x}$. 532. $0,4(x^2 - x - 6)\sqrt{3-x}$. 533. $-2\sqrt{\frac{x-2}{x}} - \ln \left[|x| \left(1 - \sqrt{\frac{x-2}{x}} \right)^2 \right]$, 534. $\frac{x}{5\sqrt{5-x^2}}$. 535. $\ln(x + \sqrt{x^2+1}) - \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$. 536. $2 \arcsin \frac{x}{2} + \frac{x}{4}(x^2-2) \times \sqrt{4-x^2}$. 537. $\pm \frac{1}{3} \arccos \frac{3}{x}$; + при $x > 0$, - при $x < 0$.
538. $-\frac{1}{5}x^{-5}(2x^3+1)^{\frac{5}{3}}$, 539. $\frac{1}{3} \ln \frac{|1-\sqrt{1-x^3}|}{1+\sqrt{1-x^3}}$, 540. $\frac{x-3}{2}\sqrt{x^2+2x+3}$, 541. $\frac{x+5}{2}\sqrt{x^2+2x+2} - \frac{7}{2} \ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+2})$, 542. $\frac{3a^2}{2} \arcsin \frac{x-a}{-x+3a}\sqrt{2ax-x^2}$, 544. $x - \operatorname{tg} \frac{x}{2}$, 545. $\frac{1}{k} \left| \operatorname{tg} \frac{kx}{2} \right|$, 546. $\frac{1}{2} \left(\ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| - \frac{\cos x}{\sin^2 x} \right)$, 547. $\frac{1}{5} \ln \left| \frac{1+2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{2-\operatorname{tg} \frac{x}{2}} \right|$, 548. $\frac{1}{12} \operatorname{tg}^4 3x - \frac{1}{6} \operatorname{tg}^2 3x - \frac{1}{3} \ln |\cos 3x|$,
549. $\frac{1}{2}(x + \ln |\sin x + \cos x|)$, 550. $\frac{1}{2} \ln(e^{2t} + 1) - 2 \operatorname{arctg} e^t$,
551. $2 \ln(e^x + 1) - x$, 552. $\frac{1}{2}(\operatorname{tg} x + \ln |\operatorname{tg} x|)$, 553. $\ln(e^x + 1) + \frac{18e^{2x} + 27e^x + 11}{6(e^x + 1)^3}$, 554. $\frac{2}{3a}[\sqrt{(x+a)^3} - \sqrt{x^3}]$, 555. $\frac{x^2}{4} + \frac{\cos 2x}{8} + \frac{x \sin 2x}{4}$,
556. $\frac{x^2-2}{3}\sqrt{x^2+1}$, 557. $\frac{1}{3} \ln[(e^x+2)^4 |e^x-1|^5]$, 558. $\frac{1}{3} \operatorname{arctg}(3 \operatorname{tg} z)$,
559. $\frac{x^2}{2} + x + \ln \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+1}} - \operatorname{arctg} x$, 560. $\sqrt{1-x^2} + \arcsin x$, 561. $6\sqrt[3]{(x+1)^2} \times \left(\frac{5x^2-6x+9}{80} + \frac{\sqrt{x+1}}{7} \right)$, 562. $x \arccos x - \sqrt{1-x^2}$, 563. $4\sqrt{1+\sqrt{r}}$,
564. $\operatorname{cosec} t - \frac{1}{3} \operatorname{cosec}^3 t$, 565. $\frac{x(3-x^2)}{2\sqrt{1-x^2}} - \frac{3}{2} \arcsin x$, 566. $\sqrt{x^2+10x} - 10 \ln |x+5+\sqrt{x^2+10x}|$, 567. $(x^2-x+2)e^x$, 568. $x(\ln^2 x - 4 \ln x + 5)$,
569. $2 \sec x$, 570. $\frac{\sqrt{(x^2-7)^3}}{21x^3}$, 571. $\frac{6x^2+6x+1}{12\sqrt{(4x+1)^3}}$, 572. $(v+1) \operatorname{arctg} \sqrt{v} - \sqrt{v}$, 573. $\frac{1-2x}{4(2x+3)^3}$, 574. $2(x+2)\sqrt{3x^2+3x+4}$, 575. $\ln \frac{|x|}{x+1} - \frac{\ln(1+x)}{x}$, 576. $x^2 + \frac{1}{3}\sqrt{(4-x^2)^3}$, 577. $\frac{1}{25}(4x+3 \ln |4 \cos x + 3 \sin x|)$,
578. $\frac{x}{2}(x + \sqrt{x^2-1}) - \frac{1}{2} \ln |x + \sqrt{x^2-1}|$, 579. $\frac{1}{4}[x\sqrt{1-x^2} + (2x^2-1) \times \arcsin x]$, 580. $\frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$, 581. $-\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, 583. $\frac{\ln 13}{3}$,
584. $\frac{2}{9}$, 585. $\frac{1}{3} \ln \frac{5}{4}$, 586. $\frac{3\pi}{8} + \frac{\ln 2}{2}$, 587. 0, 588. 0, 589. $-\frac{\pi}{2}$, 590. $2e-1$.

593. $\frac{1}{24}$. 594. $\frac{4-\pi}{2}$. 595. 3. 596. $0,8(2\sqrt[4]{2}-1)$. 597. $\frac{81\pi}{8}$.
 598. $-\frac{17}{6}$. 599. $\ln 2$. 600. $\ln \frac{4}{3}$. 601. $1,5(\ln 4-1)$. 602. $\frac{3(\pi-2)}{2}$
 (подстановка $x=6\sin^2 t$). 603. $\frac{8}{21}$. 605. 36. 606. $\frac{24}{5}\sqrt[3]{2}$. 607. $\frac{3\pi a^2}{8}$.
 608. $3\pi a^2$. 609. $\frac{125}{6}$. 610. $\frac{a^2(e^2-1)}{2e}$. 611. 6,76. 612. 1,5. 613. 0,95.
 614. a^2 . 615. $\frac{4}{3}a^2\pi^3$. 616. $\frac{1}{4}\pi a^2$. 617. $2a^2\left(\frac{5\pi}{8}-1\right)$. 618. $4ab \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$
 (перейти к полярным координатам). 622. $\frac{1}{2}abk^2\pi$, 623. $\frac{2}{3}ab^2$. 624. $\frac{16a}{3}$.
 626. $\frac{4}{3}\pi a^2b$. 627. π^2 . 628. $34\frac{2}{15}\pi$. 629. 12π . 630. $\frac{2048\pi}{35}$. 631. $\frac{128\pi}{3}$. 632. $\frac{\pi a^3}{15}$.
 633. $2\pi^2 a^2b$. 634. $5a^2\pi^2$. 637. $\frac{28}{3}$. 638. $6a$. 639. $\frac{a}{2}(e-e^{-1})$. 640. $\sqrt{6} +$
 $+\ln(\sqrt{2}+\sqrt{3})$. 641. $1 + \frac{1}{2}\ln \frac{3}{2}$. 642. $8a$. 643. $\pi a\sqrt{4\pi^2+1} +$
 $+\frac{a}{2}\ln(2\pi+\sqrt{4\pi^2+1})$. 644. $\frac{4(a^3-b^3)}{ab}$. 645. $10\left(\frac{67}{27}+\sqrt{5}\right)$; $\rho[2 +$
 $+\sqrt{2}+\ln(1+\sqrt{2})]$. 649. $\frac{14\pi}{3}$. 650. $\frac{64}{3}\pi a^2$. 651. $4\pi[\sqrt{2}+\ln(1+\sqrt{2})]$.
 652. $29,6\pi$. 653. $2\pi(4+3\ln 3)$. 654. $4ab\pi^2$. 669. $256T$; $\frac{256}{3}T$; $170\frac{2}{3}T$.
 670. $244,8 \text{ кг}$. 671. $4000\pi \text{ кгм}$. 672. 1134 кгм ; 1430 кгм ; 1661 кгм .
 673. 919 кгм ; 1099 кгм ; 1226 кгм . 674. $750\pi \text{ кгм}$. 675. $\frac{1}{2}\delta^2 c^2 ab =$
 $=23,04 \text{ кгм}$. 676. $0,24 \text{ кгм}$. 677. $a\sqrt{R^3}$; $a\sqrt{R^3}(2\sqrt{2}-1)$, где $a =$
 $=\frac{H\sqrt{2}}{0,9S\sqrt{g}}$. 678. $0,4ah\sqrt{2gh}$. 679. $\frac{k\pi H^4 \operatorname{tg}^2 \alpha}{4}$. 683. $\left(0, -\frac{2a}{\pi}\right)$.
 684. $\left(0, \frac{4a}{3\pi}\right)$. 685. $\left(\frac{4a}{3\pi}, \frac{4b}{3\pi}\right)$. 686. (9; 9). 687. $\left(\frac{2a}{5}, 0\right)$. 688. $\left(\frac{5a}{8}, \frac{15\pi a}{256}\right)$. 691. e . 692. π . 693. -1 . 694. $\frac{2}{3}\sqrt[4]{125}$. 695. -1 . 696. Расходится.
 697. $6\sqrt[3]{2}$. 698. Расходится. 699. 3. 700. 2π . 703. 1) $\ln 2 \approx 0,6931$;
 $0,7188$; $0,6688$; $0,6938$; $0,6932$; 2) $\frac{\pi}{4} \approx 0,7854$; $0,8100$; $0,7600$; $0,7850$;
 $0,7854$. 704. $n_1 > 100$; $n_2 > 4$; $n_3 > 1$. 705. $1,118$; $0,157$. 706. $34,008$.
 710. 0; 5; 0; $\frac{5}{4}$. 713. 1) Вся числовая плоскость; 2) точки, лежащие вну-
 трен эллипса $x^2+2y^2=2$ и на этом эллипсе; 3) вся плоскость xOy , кроме
 прямых $y=\pm x$; 4) $x \geq 0$, $y > 0$ —первый квадрант плоскости xOy ;
 5) $y > x$, $y > 0$, $x \neq 0$ —второй квадрант и точки, лежащие выше биссек-
 трисы первого координатного угла плоскости xOy ; 6) круг $x^2+y^2 \leq 1$.
 716. $\frac{1}{2a}$; 1; не существует. 717. Одна точка разрыва (1; -1); линия раз-
 рыва—прямая $y=2x$, линия разрыва—гипербола $x^2-2y^2=4$. 721. $z_x =$

$$= 45x^2y^2(5x^2y^2 + 1)^2; \quad z'_y = 30x^2y(5x^2y^2 + 1)^2. \quad 722. \quad \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{ax}{r}; \quad \frac{\partial r}{\partial y} = -\frac{by}{r}.$$

$$723. \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{y}{(x + \sqrt{x^2 + y^2})\sqrt{x^2 + y^2}}. \quad 724. \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{|t|}{t\sqrt{t^2 - x^2}};$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{x}{|t|\sqrt{t^2 - x^2}}. \quad 725. \quad 12; 0. \quad 726. \quad 0; 2 \sin 2 \approx 1,82; \quad -\sin(-1) \approx$$

$$\approx 0,84. \quad 732. \quad \frac{y}{x} dx + \ln 2x dy. \quad 733. \quad \sin 2t \cos^2 x dt - \sin^2 t \sin 2x dx.$$

$$734. \quad \frac{yz dx + xz dy - xy dz}{z^2}. \quad 735. \quad e^{am} \left(a \cos \frac{bn}{\rho} dm - \frac{b}{\rho} \sin \frac{bn}{\rho} dn + \right. \\ \left. + \frac{bn}{\rho^2} \sin \frac{bn}{\rho} dp \right). \quad 736. \quad \frac{4}{3}; \frac{1}{3}. \quad 737. \quad 4,24. \quad 738. \quad -0,05. \quad 739. \quad 1,05.$$

$$741. \quad e^{z-2y}(\cos x - 6x^2). \quad 742. \quad \frac{e^t}{e^x + e^t}; \quad \frac{e^t + 3t^2 e^x}{e^x + e^t}. \quad 743. \quad \frac{u}{vy}(3x + 2v \ln v); \quad -\frac{2xu}{vy^2}(y +$$

$$+ v \ln v). \quad 744. \quad \frac{1}{x^2 + 1}. \quad 747. \quad -\sqrt{\frac{y}{x}}. \quad 748. \quad -\frac{v}{u}. \quad 749. \quad -9. \quad 750. \quad -1.$$

$$751. \quad -1; \quad -\frac{y}{x+z}. \quad 752. \quad -\operatorname{tg} v; \quad -\operatorname{tg} t. \quad 757. \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{2}{2y-3}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{4x}{(2y-3)^2};$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{8x^2}{(2y-3)^3}; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = e^x \ln y - \frac{\sin x}{x^2}; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{e^x}{y} + \frac{\cos y}{x}; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{e^x}{y^2} -$$

$$-\sin y \ln x. \quad 758. \quad \frac{2}{(x+y)^3}. \quad 759. \quad -2xu - x^2y \cos(xy). \quad 760. \quad (1 + x^2y^2z^2 \ln^2 2 +$$

$$+ 3xyz \ln 2) 2^{xyz} \ln 2. \quad 768. \quad x - 2y + 3z = 6; \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{3}. \quad 769. \quad 3x -$$

$$-y - z = 4. \quad 770. \quad \frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} - \frac{zz_0}{c^2} = 1. \quad 771. \quad 12x - 3y + 2z = \pm 13. \quad 772. \quad z = 0;$$

$$x + y - z = 2. \quad 775. \quad z_{\min} = z(1; 4) = -21. \quad 776. \quad v_{\max} = v(4; 4) = 15. \quad 777. \quad \text{Нет экстремума.}$$

$$778. \quad z_{\min} = z(\sqrt{3}, -3) = -6\sqrt{3}; \quad z_{\max} = z(-\sqrt{3}, -3) = 6\sqrt{3}. \quad 779. \quad \varphi_{\min} = \varphi(0; -2) = -\frac{2}{e}. \quad 780. \quad q_{\max} = q(6; 4) = 5 \ln 2.$$

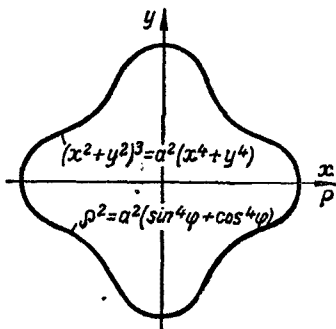
781. В единственной критической точке $M_0(1; -1)$ определитель $\Delta = 0$. Исследование знака $z(M) - z(M_0)$ показывает, что M_0 есть точка минимума, где $z = 2$. 782. В единственной критической точке $P_0(2; 0)$ функция не дифференцируема. Исследование знака $u(P) - u(P_0)$ показывает, что P_0 есть точка максимума, где $u = 1$. 785. $\varphi_{\text{нб}} = \varphi(4; 0) = \varphi(0; 4) = 91$; $\varphi_{\text{нм}} = \varphi(3; 3) = 0$. 786. $r_{\text{нб}} = r(1; 1) = r(-1; -1) = 3$, $r_{\text{нм}} = r(1; -1) = r(-1; 1) = -3$. 787. $v_{\text{нб}} = v\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) = \frac{64}{27}$. 788. $u_{\text{нм}} = u\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) = -3$. 789. Вершины B и C . 790. Равносторонний треугольник.

791. $\left(\frac{a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$. 792. Куб с ребром $\frac{l}{12}$. 793. Искомый ящик имеет квадратное основание и высоту, равную половине ребра основания. 797. 26; -11,2; $\frac{e-1}{2}$; $\frac{506}{15}$. 798. 9; $\frac{a^3}{2}$. 799. $\frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{2}$; $\ln 2$. 800. $\frac{4}{5} a^x$; $\frac{1}{2}$;

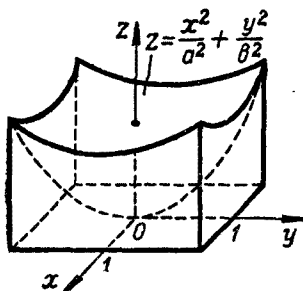
$-\frac{1}{504}$. 801. 3. 802. $\int_2^4 dx \int_2^x f(x, y) dy$. 803. $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{y-1} u dx$.

$$804. \int_0^1 dy \int_0^y q dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} q dx. \quad 805. \int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_1^2 z dy + \int_1^2 dx \int_x^2 z dy.$$

$$806. \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} dy + \int_1^4 dx \int_{-\sqrt{x}}^1 dy. \quad 807. \int_0^1 \left(\int_0^{1-\sqrt{1-y^2}} dx + \int_{1+\sqrt{1-y^2}}^2 dx \right) dy +$$



Черт. 223

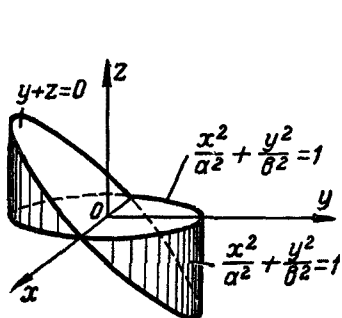


Черт. 224

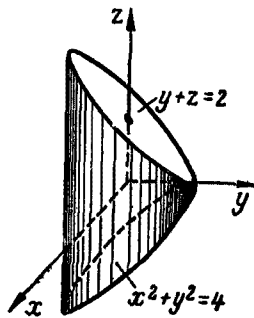
$$+ \int_1^2 dy \int_0^2 dx. \quad 810. \frac{14}{3} \pi a^3; \frac{4}{3} \pi^4 a^3; 0. \quad 811. \frac{4}{3} a^3; -\frac{4}{3} a^3. \quad 812. 0; \pi(1 - e^{-a^2}).$$

$$814. 5. \quad 815. \frac{15}{2} - 4 \ln 4. \quad 816. \frac{(e-1)^2}{2}. \quad 817. \frac{\pi a^2}{2}. \quad 818. \frac{7}{120}. \quad 819. 3\pi. \quad 820. \frac{\pi a^2}{4}.$$

$$821. \frac{5\pi}{8}. \quad 822. \frac{3}{4} \pi a^2 \text{ (черт. 223)}. \quad 824. 2\pi a^3. \quad 825. \frac{4}{9}. \quad 826. \frac{4(a^2 + b^2)}{3a^2 b^2}$$



Черт. 225



Черт. 226

$$\text{(черт. 224)}. \quad 827. \frac{4}{3} ab^2 \text{ (черт. 225)}. \quad 828. \frac{4}{3} \pi a^3 (2\sqrt{2}-1). \quad 829. 16\pi$$

$$\text{(черт. 226)}. \quad 830. \frac{32}{9}. \quad 837. \frac{1}{2} k\pi R^4. \quad 838. \frac{k a^3 \sqrt{2}}{3}. \quad 839. k\rho(4-\pi).$$

$$840. \frac{k ab}{3} (a^2 + b^2). \quad 841. \frac{ab^3}{3}; \frac{ab}{3} (a^2 + b^2); \frac{ab}{12} (a^2 + b^2). \quad 842. \frac{ab}{12} (a^2 + b^2);$$

$\frac{ab^3}{12}$. 843. $\frac{5}{4} \pi R^4$; $\frac{3}{2} \pi R^4$. 844. $\frac{a(3a^2+b^2)}{5(a^2+b^2)}$; $\frac{b(a^2+3b^2)}{5(a^2+b^2)}$, если катеты a и b лежат на осях координат Ox и Oy . 845. $\left(\frac{8a}{15}, \frac{8b}{15}\right)$. 846. $\left(0; 0, \frac{3a}{8}\right)$.
 847. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$. 848. $\left(\frac{3(a+b)(2R^2-a^2-b^2)}{4(3R^2-a^2-b^2-ab)}; 0; 0\right)$, 852. $\frac{abc}{3} \times$
 $\times (a^2+b^2+c^2)$; $\frac{a^2h}{6}$; $\frac{1}{12}$; 30. 853. 11. 854. $\frac{4\pi}{3}$. 855. $\frac{4}{9}$. 856. 3.
 861. $\frac{\pi a^3}{3} (6\sqrt{3}-5)$. 862. 16. 863. $\frac{32}{3} \pi (G_{xy}$ —круг $x^2+y^2 \leq 4$). 864. $\frac{2R^3(3\pi-4)}{9}$
 (черт. 195). 865. $\frac{\pi abc}{24} (5\sqrt{2}-4)$. 866. $\frac{3}{2} a^4$. 867. $\frac{k \pi h r^4}{2}$; $\frac{m(r^2+h^2)}{3}$.
 868. $\frac{k \pi R^4}{12} (G_{xy}$ —круг $x^2+y^2 \leq \frac{3}{4} R^2)$. 869. $(0, 0, c)$; $\left(\frac{3}{8} a, \frac{3}{8} b, \frac{3}{8} c\right)$;
 $\left(0, 0, \frac{2}{5} R\right)$. 870. $14k$. 871. $\frac{2(2-\sqrt{2})}{5} \pi \delta R^5$. 876. $\frac{1}{3}$; $\frac{31}{30}$; $-\frac{8}{15}$.
 877. 2. 878. $\ln \frac{7+3\sqrt{5}}{2}$. 879. 1,5; 1. 880. 0. 881. $-0,5$. 882. 2. 883. 0.
 890. $\frac{13}{3}$. 891. $\frac{1}{2} \ln(e^2+e^{-2}) \approx 1,01$. 892. 6π ; $\frac{3}{8} \pi a^2$. 893. $\frac{4}{3}$; $\frac{8}{15}$.
 894. $\frac{4}{9} k (63-5\sqrt{5})$; k . 895. $(0, 0, \pi\pi)$. 896. $\left(\frac{5a}{8}, \frac{15\pi a}{256}\right)$. 897. $\pm 8a^2m$.
 898. $\frac{m}{2} (r_B^2-r_A^2)$. 900. $x^3y+x-y+C$. 901. $\sin x \cos y + \cos 2y + C$. 902. $xy +$
 $+\sin(xy) + C$. 903. $ye^{xy} - 3x + C$. 904. $\arctg \frac{y}{x} + C$. 905. $\ln|x+y| - \frac{y}{x+y} +$
 $+C$. 910. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. 911. 0. 912. $\frac{55+9\sqrt{3}}{65}$. 913. $\frac{29\sqrt{2}}{8} \pi$. 914. $\frac{\pi a^4}{2}$.
 915. 0. 916. -3 . 917. $\frac{4}{3} \pi R^3$. 919. 3 ; $\frac{32}{5}$. 924. $3\pi R^2$. 925. $4R^2$ (черт. 225). 926. $8R^2$ (черт.
 99). 927. 42π . 928. $2\pi a^2(3-\sqrt{3})$. 929. $2\pi k \arctg \frac{H}{R}$. 930. $\frac{3}{4}$. 931. $\left(0, 0, \frac{3R}{8}\right)$.
 932. $\left(0, 0, \frac{2b}{3}\right)$. 938. $2\bar{i} + 2\bar{j}$; $2\bar{j} - 4\bar{i}$; $2\bar{j}$; $-\frac{1}{2}\bar{i}$. 939. $\frac{4x-3y}{5(x^2+y^2)^2}$.
 940. $2(\cos \beta - 2 \cos \alpha - \cos \gamma)$; $-\frac{4}{3}$. 941. $\bar{i}\{1; 0; -1\}$. 942. $2\sqrt{3}$. 944. $(0; 0)$;
 $(-1; -1)$. 947. $4\pi R^2 H$; -4π ; $24a^3$. 948. $\frac{3}{16} \pi$; $\frac{9}{10} \pi H^5$. 949. 29; $2xz(z^2+3y^2)$.
 954. $\pm \frac{\pi a^6}{8}$; 3. 955. $2(y+z)\bar{i}$; 0. 963. Да. 964. Нет. 965. Да. 966. Да.
 967. Сходится. 968. Расходится. 969. Сходится. 970. Сходится. 971. Сходится. 972. Расходится. 973. Сходится. 974. Сходится. 975. Расходится. 976. Сходится. 977. Сходится. 978. Расходится. 979. Сходится. 980. Расходится. 981. Расходится. 982. Сходится. 983. Расходится. 984. Сходится. 985. Сходится. 986. Сходится. 989. Сходится абсолютно. 990. Сходится не абсолютно. 991. Расходится. 992. Сходится абсолютно. 993. Сходится не абсолютно. 994. Сходится не абсолютно (сравнить с гармоническим рядом). 995. Сходится абсолютно, 996. При $|a| > 1$ сходится абсолютно; при $|a| = 1$ сходится не абсолютно; при $|a| < 1$ расходится. 997. 0,96. 998. 0,04.

1001. $-1 \leq x < 1$. 1002. $-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$. 1003. Сходится только при $x=0$. 1004. $3 \leq x \leq 5$. 1005. $-\infty < x < +\infty$. 1006. $|x| < 4$. 1007. $(-\infty, -1)$; $(1, +\infty)$. 1008. $[0, 1; 10)$. 1009. $(k - \frac{1}{4})\pi \leq x \leq (k + \frac{1}{4})\pi$, $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 1010. $-\infty < x < +\infty$ (использовать интегральный признак). 1014. $1 + \frac{x^2}{2} + \frac{5x^4}{24} + \dots$; $2x - \frac{3x^2}{2} + \frac{11x^3}{6} + \dots$ 1015. $-1 + (x-2) - (x-2)^2 + \dots$; $x-1 + \frac{5}{2}(x-1)^2 + \frac{11}{6}(x-1)^3 + \dots$ 1016. $1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n \ln^n 10}{n!}$, $-\infty < x < +\infty$; $-\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$, $-1 \leq x < 1$; $(\frac{x}{11} - \frac{x^3}{31} + \frac{x^5}{51} - \dots) \sin 1 + (1 - \frac{x^2}{21} + \frac{x^4}{41} - \dots) \cos 1$, $-\infty < x < +\infty$. 1017. $e^{-2} \left[1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+2)^n}{n!} \right]$, $-\infty < x < +\infty$; $2 \left[1 + \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-3)}{n! 2^{2n}} (x-4)^n \right]$, $0 < x < 8$;
 $\frac{\sqrt{2}}{2} \left[1 - \frac{x - \frac{\pi}{2}}{112} - \frac{(x - \frac{\pi}{2})^2}{21 \cdot 2^2} + \dots \pm \frac{(x - \frac{\pi}{2})^n}{n! 2^n} + \dots \right]$, $-\infty < x < +\infty$.
1024. 1) $x + \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^{2n} x^{2n+1}}{(2n)!}$, $-\infty < x < +\infty$; 2) $2 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$, $|x| < 1$;
3) $x + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n+1}}{(2n-1)(2n+1)}$, $|x| \leq 1$; 4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{2^n}$, $|x| < 2$; 5) $x + x^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{30} + \dots + \frac{\sqrt{2^n} \sin \frac{n\pi}{4}}{n!} x^n + \dots$, $-\infty < x < +\infty$; 6) $4 + \sum_{n=1}^{+\infty} (2+2^n) \frac{x^n}{n!}$, $-\infty < x < +\infty$. 1025. 0,9554; 0,3894; 0,1973; 3,1072.
1026. 1) $C + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n+3}}{(2n-1)(2n+3)}$, $|x| \leq 1$; 2) $C + \ln |t| + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{t^n}{n! n}$, $|t| > 0$;
3) $C + x + \frac{x^5}{2 \cdot 5} - \frac{3x^9}{8 \cdot 9} + \dots$, $|x| < 1$; 4) $C + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n}}{(2n)! 2^n}$, $-\infty < x < +\infty$;
5) $C + \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n^2}$, $|x| \leq 1$. 1027. 0,500; 0,201; 0,946;
0,072; 0,047. 1030. Сходится абсолютно. 1031. Расходится.
1032. Сходится не абсолютно. 1033. Сходится абсолютно. 1034. 1.
1035. 0. 1036. 2. 1037. 1. 1038. $+\infty$. 1039. 1. 1043. $2 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin nx}{n}$.

1044. $1 - \frac{\cos x}{2} + 2 \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n \cos nx}{n^2 - 1}$. 1045. $\frac{3}{4} - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \times$
 $\times \cos \frac{(2n-1)\pi x}{3} - \frac{3}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n\pi x}{3}$; $\frac{\pi^2}{8}$ (при $x=0$). 1046. $\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \times$
 $\times \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(2n+1)\pi x}{(2n+1)^2}$. 1047. $\frac{36}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n \sin nx}{25 - 36n^2}$. 1048. $\frac{e^4 - 1}{2e^2} \left[\frac{1}{2} + \right.$
 $\left. + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{14 + n^2 \pi^2} \left(2 \cos \frac{n\pi x}{2} - n\pi \sin \frac{n\pi x}{2} \right) \right]$. 1049. $\frac{\pi^2}{6} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos 2nx}{n^2}$.
 1050. $\frac{4}{\pi} \left[\frac{1}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\cos 2nx}{4n^2 - 1} \right]$; $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$ (при $x=0$). 1051. $\frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \right.$
 $\left. + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n} \cos nx \right)$; $\frac{\pi-1}{2}$ (при $x=0$); $-\frac{1}{2}$ (при $x=\pi$). 1052. $\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2n-1} \times$
 $\times \sin \frac{(2n-1)\pi x}{1}$. 1053. $\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(2n-1)\pi x}{(2n-1)^2}$; $\frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \times$
 $\times \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2}$. 1055. $\frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\sin \alpha x \sin \pi \alpha}{1 - \alpha^2} d\alpha$. 1056. $\frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\alpha \sin \pi \alpha \cos \alpha x}{1 - \alpha^2} d\alpha$;
 $\frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\alpha(1 + \cos \pi \alpha) \sin \alpha x}{\alpha^2 - 1} d\alpha$, $x \neq \pi$. 1057. $\frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{(1 - \cos \alpha) \cos \alpha x}{\alpha^2} d\alpha$. 1058.
 $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(e^{i\pi \alpha} + 1) d\alpha}{(1 - \alpha^2) e^{i\pi \alpha}}$. 1068. $x - y + \ln |xy| = C$. 1069. $(x-1)^2 + y^2 = C^2$.
 1070. $\cos \beta = C \cos \alpha$. 1071. $(e^y + 1)e^x = C$. 1072. $\operatorname{tg} y = C(e^x - 1)^3$. 1073.
 $x(y^2 + C) = x^2 - 1$. 1074. $x + y = 0$. 1075. $2e^{y^2} = e^x + 1$. 1076. $x^{-2} + y^{-2} =$
 $= 2 \left(1 + \ln \left| \frac{x}{y} \right| \right)$. 1078. $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \ln C \sqrt{x^2 + y^2} = 0$. 1079. $x = (y-x) \times$
 $\times \ln C(y-x)$. 1080. $\sqrt{x} + \sqrt{y} \ln Cy = 0$. 1081. $e^{-\frac{y}{x}} + \ln Cx = 0$. 1082.
 $3y^3 = 8(x^2 - y^2)$. 1083. $\sin \frac{y}{x} + \ln |x| = 0$. 1085. $y = (x+C)e^x$. 1086. $y(x^2 + 1)^2 =$
 $= x^3 + 3x + C$. 1087. $2x \cos y = C - \cos 2y$. 1088. $y = \left(x - 2 + Ce^{-\frac{x}{2}} \right)^3$.
 1089. $y = -e^{-x} \ln |1-x|$. 1090. $xy^2 = (\ln |\cos y| + y \operatorname{tg} y)^2$. 1092. $x^3 y^2 + 7x = C$.
 1093. $xe^y + ye^x + 3x - 2y = C$. 1094. $x \sin(x+y) = C$. 1095. $x^2 + y + e^{xy} = 2$.
 1096. $x(1+y) + \frac{\sin^2 x}{y} = C$. 1098. $y = \frac{e^{2x}}{8} + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$. 1099. $y = C_1 x +$
 $+ C_2 - x \sin x - 2 \cos x$. 1100. $y = C_1 \ln |x| - \frac{x^2}{4} + C_2$. 1101. $y = C_2 -$

$-\cos(x + C_1)$. 1102. $ay = b + C_1 \sin(x \sqrt{a} + C_2)$. 1103. $y = C_1 \sec C_1(x + C_2)$.
 1104. $4y = x^4 + 4x + 8$. 1105. $225(y-1)^2 = 8(x-1)^3(3x+2)^2$. 1106. $y^3 - y = 3x$.
 1109. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$. 1110. $y = C_1 + C_2 e^x + C_3 e^{3x}$. 1111. $y = C_1 +$
 $+ e^{-3x}(C_2 \cos 4x + C_3 \sin 4x)$. 1112. $S = C_1 + C_2 t + C_3 e^{-5t}$. 1113. $y = e^x \times$
 $\times (C_1 + C_2 x + C_3 x^2)$. 1114. $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{3x} + C_3 \cos x + C_4 \sin x$. 1115. $y =$
 $= C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 \cos 5x + C_4 \sin 5x$. 1116. $x = C_1 e^{-t} + e^{2t}(C_3 + C_3 t)$.
 1117. $y = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$. 1118. $y = e^{-x}(\cos x + 2 \sin x)$. 1119. $\rho = ae^{-a\varphi}(1 + a\varphi)$.
 1123. $y = e^x + C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$. 1124. $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x - 3x^2 - 3x - 4,5$.
 1125. $y = e^{-3x}(C_1 + C_2 x) - 0,6 \cos x + 0,8 \sin x$. 1126. $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x +$
 $+ C_3 e^{2x} + \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + \frac{11}{8}$. 1127. $x = C_1 e^{-t} \sqrt{V^2} + C_2 e^t \sqrt{V^2} + (2-t)e^{-t}$. 1128. $y =$
 $= C_1 + C_2 e^{2x} - x^2 - 3x$. 1129. $y = 3 \sin 2x - 7 \cos 3x - 2 \sin 3x$. 1130. $y = e^{3x} -$
 $- 1 - \frac{1}{9} x^3 - \frac{11}{18} x^2 - \frac{11}{27} x$. 1131. $x = C_1 + C_2 t + (t + C_3) e^{-t} + t^3 - 3t^2$. 1132.
 $S = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 e^{-4t} + \frac{1}{128}(\cos 4x - \sin 4x)$. 1133. $y = e^x(C_1 + C_2 x + \frac{x^3}{6})$.
 1134. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x} + 1 + e^x - x e^{2x}$. 1135. $y = e^{2x} \left(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + \right.$
 $\left. + \frac{x}{6} \sin 3x \right)$. 1136. $y = (C_1 + C_2 x - x^2) \cos x + (C_3 + C_4 x) \sin x$. 1137. $y_1 = 2e^x -$
 $- x e^{2x}$. 1138. $y_1 = e^x(2 \sin x - x \cos x)$. 1139. $y_1 = -\frac{\cos x}{3e^{3x}} \left(2 + \frac{\cos^2 x}{3} \right)$.
 1140. $y_1 = \frac{\sin x}{20} - \frac{\sin 3x}{28}$. 1141. $y_1 = e^x [1 + x e^x - (1 + e^x) \ln(1 + e^x)]$. 1142. $y_1 =$
 $= \frac{\sin x}{12} + \frac{\sin 3x}{60}$. 1143. $y^2 + 2x^2 \ln Cx = 0$. 1144. $x = C e^{-\sin y} - 2(1 - \sin y)$.
 1145. $x + y = \ln |(x+1)(y+1)|$. 1146. $\sin \frac{y}{x} + \ln |x| = C$. 1147. $x^3 y^2 + 7x = C$.
 1148. $y = 2 \sin^2 x$. 1149. $x \sin y = C$. 1150. $2x^3 y^3 = 3x^2 + C$. 1151. $2(x+y) = \pi$.
 1152. $xy = 1$. 1153. $x + y e^{-x} = C$. 1154. $y = e^x(C_1 + C_2 x + 2x^2) +$
 $+ \frac{e^{-x}}{25}(3 \sin x + 4 \cos x)$. 1155. $y = 1,5 + e^x(x^2 - 3x + 3,5)$. 1156. $2x + \operatorname{ctg} y = 1$.
 1157. $y = C_1 x^2 + C_2 x + C_3 + \ln |\sin x|$. 1158. $y = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + C_3 e^{2x} - 0,5 \sin x$.
 1159. $y = C_1 e^{-x} + e^x(2x^3 - 4x^2 + C_2 x + C_3) + 3(x+1)$. 1160. $y = C_1 \cos x +$
 $+ C_2 \sin x + x \sin x + \cos x \ln |\cos x|$. 1161. $y = e^{-ax} \left(C_1 + C_2 x + \frac{4}{15} \sqrt{x^5} \right)$.
 1171. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = C$. Дифференциальное уравнение задачи $3 + y =$
 $= \frac{1}{y}(2-x)$. 1172. $xy = 12; y dx + x dy = 0$. 1173. $\frac{dx}{dt} = kx; x = ce^{kt};$ при $t=0$
 $x=a$ и $c=a$; при $t=1600$ $x = \frac{a}{2}; k = -\frac{\ln 2}{1600}; x = a \cdot 2^{-\frac{t}{1600}}$; при
 $t=100$ $\frac{x}{a} = 2^{-\frac{1}{16}} \approx 0,958$. По истечении 100 лет распадается только $4,2\%$
 радия. 1174. $\frac{dT}{dt} = k(T-20); T = 20 + ce^{kt};$ при $t=0$ $T=100$; при $t=10$ $T=60$;
 $T=20 + 80 \cdot 2^{-0,1t}$; при $T=30$ $t=30$ (мин.) 1175. $1,8 \text{ кг}; dx = -\frac{2x dt}{60+t};$
 $x = \frac{18000}{(60+t)^2}$. 1176. Сфера, образованная вращением окружности $\rho=c$ вокруг
 диаметра, или поверхность, образованная вращением лемнискаты

$\rho^2 = a \sin(2\varphi + c)$ вокруг ее оси, если источник света помещен в полюсе.

1177. $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = c \pm \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$. Расстояние от начала координат до касательной

$Y - y = y'(X - x)$ равно $d_1 = \frac{|y - xy'|}{\sqrt{1 + (y')^2}}$, а до нормали равно $d_2 =$

$\frac{|x + yy'|}{\sqrt{1 + (y')^2}}$; $d_1 = d_2$; $x + yy' = \pm (y - xy')$. 1178. $S \approx 1313$ м; $m \frac{dv}{dt} = -kv$;

$\ln v = -k_1 t + c_1$; при $t = 0$ $v = 18$ км/час = 300 м/мин; при $t = 5$ $v = 100$;

$v = 300 \cdot 3^{-\frac{t}{5}}$; $s = -\frac{1500}{\ln 3} \cdot 3^{-\frac{t}{5}} + c_2$; при $t = 0$ $s = 0$, $c_2 = \frac{1500}{\ln 3}$. 1179. $m \frac{dv}{dt} =$

$= -mg - kv^2$. $t = \frac{1}{\sqrt{ag}} \left(\operatorname{arctg} v_0 \sqrt{\frac{a}{g}} - \operatorname{arctg} v \sqrt{\frac{a}{g}} \right)$, $a = \frac{k}{m}$; при $v = 0$

$t_1 = \frac{1}{\sqrt{ag}} \operatorname{arctg} v_0 \sqrt{\frac{a}{g}}$; $S = \frac{1}{2a} \ln \frac{g + av_0^2}{g + av^2}$; при $v = 0$ $h = \frac{1}{2a} \times$

$\times \ln \frac{g + av_0^2}{g}$. При падении $\frac{dv}{dt} = g - av^2$, $s = \frac{1}{2a} \ln \frac{g}{g - av^2}$; при $s = h$ $v_2 =$

$= v_0 \sqrt{\frac{g}{g + av_0^2}}$; $t = \frac{1}{2\sqrt{ag}} \ln \frac{\sqrt{g} + v \sqrt{a}}{\sqrt{g} - v \sqrt{a}}$; при $v = v_2$ $t_2 =$

$= \frac{1}{\sqrt{ag}} \ln \frac{v_0 \sqrt{a} + \sqrt{g + av_0^2}}{\sqrt{g}}$; $v_2 < v_0$, $t_2 > t_1$. 1180. $\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{g}{6}$ s; при $t = 0$ $v = 0$,

$s = 1$, $\ln(s + \sqrt{s^2 - 1}) = t \sqrt{\frac{g}{6}}$; при $s = 6$ $t \approx 1,94$ сек. 1181. $\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{g}{18}(2s - 19)$;

при $t = 0$ $v = 0$, $s = 10$; $v = \frac{\sqrt{g}}{6} \sqrt{(2s - 19)^2 - 1}$, $t = \frac{3}{\sqrt{g}} \ln [2s - 19 +$

$+ \sqrt{(2s - 19)^2 - 1}]$; при $s = 18$ $v \approx 8,9$ м/сек, $t \approx 3,4$ сек. 1182. $m \frac{dv}{dt} =$

$= -kmg - av^2$; при $v = v_0$ $s = 0$, $s = \frac{m}{2a} \ln \frac{kmg + av_0^2}{kmg + av^2}$; при $v = 0$ $s_1 =$

$= \frac{m}{2a} \ln \left(1 + \frac{av_0^2}{kmg} \right)$. 1183. $m \frac{d^2s}{dt^2} = k^2 \left(a - \frac{ds}{dt} \right)^2 - \lambda^2 mg$; $v = a - \frac{B}{k} \times$

$\times \frac{A - B + (A + B) e^{2Dt}}{B - A + (A + B) e^{2Dt}}$, $S = at - \frac{m}{k^2} \ln \frac{(A + B) e^{Dt} - (A - B) e^{-Dt}}{2B}$, где $A = ak$,

$B = \lambda \sqrt{mg}$, $D = k\lambda \sqrt{\frac{g}{m}}$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} v = a - \frac{B}{k}$. 1184. $\frac{d^2s}{dt^2} = -g \sin \theta$, $s =$

длина дуги, отсчитываемая от положения равновесия, или $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0$

(для окружности $S = \theta l$); при $t = 0$ $\frac{d\theta}{dt} = 0$, $\theta = \theta_0$, $\theta = \theta_0 \cos \left(t \sqrt{\frac{g}{l}} \right)$;

период колебания $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. 1185. $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k}{m} \frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{l} \theta = 0$; $\theta = \theta_0 e^{-\frac{kt}{2m}} \times$

$\times (\cos at + b \sin at)$, $a = \sqrt{\frac{g}{l} - \frac{k^2}{4m^2}}$, $b = \frac{k}{2am}$; $T = \frac{2\pi}{a}$. 1196. $y = 1 + x +$

$$+\frac{3}{2}x^2+\dots; y=1+x+\frac{x^2}{2}+\dots \quad 1197. \quad y=1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\dots; y=x+\frac{x^3}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^5}{5!}+\dots \quad 1198. \quad y=1+x+\frac{x^4}{12}+\frac{x^5}{20}+\frac{x^8}{672}+\dots; y=3-\frac{3x^3}{2}+\frac{x^4}{4}-$$

$$-\frac{3x^6}{80}+\frac{x^8}{2688}-\dots \quad 1199. \quad y=x+\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}{(3n+1)!} x^{3n+1}; \quad -\infty < x < +\infty;$$

$$y=\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-2}}{(2n-1)!}, \quad -\infty < x < +\infty. \quad 1203. \quad y=C_1 e^{-3x}+C_2 e^x, \quad z=$$

$$=\frac{1}{3} C_1 e^{-3x}-C_2 e^x. \quad 1204. \quad u=C_1(1+2t)-2C_2-2\cos t-3\sin t, \quad v=C_3-C_1 t+$$

$$+2\sin t. \quad 1205. \quad u=C_1 e^{2x}+C_2 e^{-x}+C_3 e^{-2x}, \quad v=C_1 e^{2x}+C_2 e^{-x}-C_3 e^{-2x}, \quad w=$$

$$=2C_1 e^{2x}-C_2 e^{-x}. \quad 1206. \quad x=(C_1+C_2-C_1 t)e^{-2t}, \quad y=(C_1 t-C_2)e^{-2t}; \quad x=e^{-2t};$$

$$y=-e^{-2t}. \quad 1207. \quad u=C_1 e^{-4x}+C_2 e^{4x}+0,3\sin 2x, \quad v=C_1 e^{-4x}-C_2 e^{4x}+0,1\cos 2x;$$

$$u=0,3\sin 2x, \quad v=0,1\cos 2x. \quad 1210. \quad u(x, t)=\sum_{n=0}^{+\infty} a_n \cos \frac{(2n+1) \alpha \pi t}{2l} \sin \frac{(2n+1) \pi x}{2l},$$

$$a_n=\frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{(2n+1) \pi x}{2l} dx. \quad 1211. \quad u(x, t)=\int_0^{+\infty} a e^{-\lambda^2 a^2 t} \sin \lambda x d\lambda, \quad a(\lambda)=$$

$$=\frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \varphi(z) \sin \lambda z dz. \quad 1212. \quad u(x, y)=\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\alpha_n e^{\frac{n\pi y}{a}} + \beta_n e^{-\frac{n\pi y}{a}} \right) \sin \frac{n\pi x}{a};$$

$$\alpha_n=A \left(l_2 - l_1 e^{-\frac{n\pi b}{a}} \right), \quad \beta_n=A \left(l_1 e^{\frac{n\pi b}{a}} - l_2 \right); \quad A=\frac{2}{a \left(e^{\frac{n\pi b}{a}} - e^{-\frac{n\pi b}{a}} \right)}, \quad l_1=$$

$$=\int_0^a \varphi_1(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx, \quad l_2=\int_0^a \varphi_2(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx.$$