

Если в единице объема находятся  $n$  атомов, то объемный коэффициент поглощения будет приближенно равен

$$\alpha = n \bar{\alpha} = \frac{c_1 x p_e \chi_T^2}{k T^{11/2}},$$

где  $p_e$  — парциальное давление свободных электронов, равное  $n_e k T$ , а вместо  $\chi_{r+1}$  мы написали просто  $\chi$ , тем самым условившись под  $\chi$  понимать долю атомов, находящихся в стадии ионизации, непосредственно следующей после той стадии, в которой находятся атомы, играющие наибольшую роль в поглощении. Так как

$$n = \frac{\rho}{b \cdot m_H},$$

где  $\rho$  — плотность,  $b$  — атомный вес, а  $m_H$  — масса водородного атома, то

$$\alpha = c_2 \frac{x p_e \rho}{T^{11/2}} \cdot \frac{\chi^2}{b},$$

где  $c_2$  — новая постоянная, равная согласно Чандрасекару в CGS-системе  $5,62 \cdot 10^{19}$ . Для коэффициента поглощения на единицу массы имеем отсюда

$$\kappa = \frac{\alpha}{\rho} = c_2 \frac{x p_e}{T^{11/2}} \frac{\chi^2}{b}.$$

Этой формулой мы будем пользоваться в дальнейшем неоднократно.

## II. ЗВЕЗДНЫЕ ФОТОСФЕРЫ

Основные наши сведения о звездных атмосферах основаны на изучении их спектров, а также на непосредственном изучении атмосферы ближайшей к нам звезды — Солнца. Наблюдения показывают, что спектр огромного большинства звезд не испытывает изменений по крайней мере в течение десятка лет, а вероятно и в течение более продолжительных промежутков времени. Отсюда мы заключаем, что атмосферы этих звезд находятся в некотором установившемся состоянии. Очевидно, однако, что спектр Солнца для далеко расположенного наблюдателя (которому оно представлялось бы точкой) тоже казался бы неизменным, хотя непосредственное наблюдение указывает на большие физические изменения, происходящие в отдельных местах солнечной поверхности. Поэтому вероятно, что гипотеза о стационарном состоянии внешних слоев звезд тоже верна лишь в общем и среднем.

Наблюдения показывают, что солнечная атмосфера состоит из трех слоев, которые непрерывно переходят один в другой. Самый внутренний слой — фотосфера, от которой непосредственно достигает до нас та подавляющая часть излучения звезды, которая испускается в непрерывном спектре. Над фото-

сферой расположен обращающийся слой, вызывающий появление линий поглощения в спектре звезды. Этот слой прозрачен для непрерывного спектра, который беспрепятственно проходит через него, и непрозрачен лишь в отдельных спектральных линиях.

Наконец, над обращающимся слоем расположен более разреженный слой — хромосфера, производящая эмиссионные линии на краю Солнца. Мы можем наблюдать эти линии лучше всего тогда, когда излучение фотосферы не действует на глаз наблюдателя, например во время затмения.

Поскольку средний спектральный тип звезд, составляющих нашу галактику, принадлежит к спектральному типу Солнца, то является очень вероятным, что большинство звезд имеет аналогичную структуру атмосферы.

Задачей теоретической астрофизики является объяснить все наблюдательные данные, касающиеся упомянутых слоев.

Можно надеяться, что в результате изменения параметров, которые войдут в нашу теорию, в физически допустимых пределах, мы сумеем предсказать целый ряд свойств звезд, сильно отличающихся от Солнца по своей структуре. Таким образом теоретическая астрофизика сама указывает на возможность существования целого ряда интересных явлений.

**1. Лучевое равновесие фотосферы.** Фотосфера является тем слоем, от которого непосредственно доходит до нас почти вся энергия непрерывного спектра Солнца. Коэффициент поглощения и в этом слое обладает острыми максимумами, соответствующими спектральным линиям, но, как мы видели, они мало сказываются на значениях коэффициента непрозрачности, и мы можем их не учитывать. Следовательно, коэффициент поглощения можно считать здесь лишь медленно меняющейся функцией длины волны. Характер этой функции зависит от многих обстоятельств: состава атмосферы звезды, степени ионизации и т. д. Поскольку состав звездных атмосфер мало известен, нам остается лишь выбрать произвольно тот или иной закон изменения коэффициента поглощения с длиной волны и затем сравнивать результаты теории с наблюдениями. Естественнее всего допустить, как первую гипотезу, что  $\alpha_\nu$  не зависит от  $\nu$ , т. е.  $\alpha_\nu = \alpha = \text{const}$ . Эта гипотеза называется гипотезой серого тела.

В рассматриваемом случае уравнение переноса (1.12)

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \varepsilon_\nu - \alpha I_\nu,$$

можно проинтегрировать по всем частотам от 0 до бесконечности. Тогда, если обозначить:

$$\int_0^\infty \varepsilon_\nu d\nu = \varepsilon; \quad \int_0^\infty I_\nu d\nu = I, \quad (2.1)$$

мы получим:

$$\frac{dI}{ds} = \varepsilon - \alpha I. \quad (2.2)$$

С другой стороны, во внешних слоях звезд, повидимому, нет источников звездной энергии. Поэтому мы можем написать уравнение, выражающее условие, что каждый элемент объема отдает столько же энергии, сколько он поглощает. Если единственным средством переноса энергии является излучение (что очень близко к действительности при температурах внешних слоев звезд), это уравнение будет иметь вид:

$$4\pi\epsilon = \alpha \int I d\omega, \quad (2.3)$$

где интегрирование с правой стороны распространено на все телесные углы.

Уравнения (2.2) и (2.3) полностью определяют  $\epsilon$  и  $I$ , если  $\alpha$  (не зависящая от  $\nu$ ) задана как функция точки и если заданы предельные условия. В связи с этим придется рассмотреть отдельно два случая: 1) случай, когда слои равной плотности можно считать плоско-параллельными, и 2) случай, когда нельзя пренебречь кривизной слоев. В этом параграфе мы рассмотрим плоско-параллельные слои.

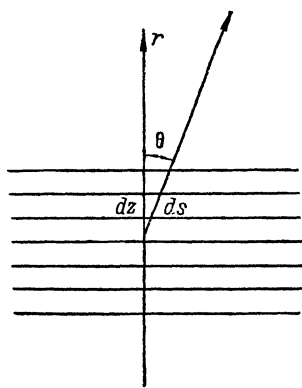


Рис. 3.

(рис. 3),  $\epsilon$  и  $\alpha$  являются функциями только  $r$ , а интенсивность  $I$  зависит от  $r$  и  $\theta$ . Уравнение переноса (2.2) переписется теперь в виде

$$\cos \theta \frac{dI}{dr} = \epsilon - \alpha I,$$

или, деля на  $\alpha$  и обозначая  $\frac{\epsilon}{\alpha} = \frac{1}{4\pi} \int I d\omega = B$ :

$$\cos \theta \frac{dI}{dr} = B - I; \quad (2.4)$$

уравнение лучевого равновесия примет вид:

$$B = \frac{1}{4\pi} \int I d\omega. \quad (2.5)$$

Введем новую величину

$$\int_0^{\infty} \alpha dr = \tau. \quad (2.6)$$

называемую оптической глубиной. Тогда вместо (2.4) будем иметь:

$$\cos \theta \frac{dI}{d\tau} = I - B \quad (2.7)$$

Уравнения (2.7) и (2.5) совместно с предельными условиями приводят к интегральному уравнению для функции  $B$ , явившемуся предметом довольно тщательного обсуждения в литературе. Мы можем приближенно решить эти уравнения с достаточной для нас точностью и не прибегая к интегральным уравнениям. Для этого обозначим среднюю интенсивность излучения, идущего в данной точке наружу, через  $I_1$  и среднюю интенсивность излучения, идущего внутрь звезды, через  $I_2$ . Среднее значение  $\cos \theta$  для наружных направлений равно  $\frac{1}{2}$ , а среднее значение  $\cos \theta$  для внутренних направлений равно  $-\frac{1}{2}$ . Поэтому для средних интенсивностей  $I_1$  и  $I_2$  мы можем вместо (2.7) приближенно написать:

$$\frac{1}{2} \frac{dI_1}{d\tau} = I_1 - B \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dI_2}{d\tau} = B - I_2. \quad (2.9)$$

Уравнение (2.5) приведет тогда к виду:

$$B = \frac{1}{4\pi} (2\pi I_1 + 2\pi I_2) = \frac{1}{2} (I_1 + I_2). \quad (2.10)$$

Вычитая (2.9) из (2.8), находим:

$$\frac{1}{2} \frac{d(I_1 - I_2)}{d\tau} = I_1 + I_2 - 2B.$$

Правая часть этого равенства обращается, согласно (2.10), в нуль. Поэтому

$$\frac{d(I_1 - I_2)}{d\tau} = 0; \quad I_1 - I_2 = F, \quad (2.11)$$

где  $F$  — постоянная. Складывая (2.8) и (2.9), находим

$$\frac{1}{2} \frac{d(I_1 + I_2)}{d\tau} = I_1 - I_2 = F,$$

откуда

$$I_1 + I_2 = 2F\tau + C. \quad (2.12)$$

Постоянные  $F$  и  $C$  определяются из предельных условий.

В нашем приближении мы имеем для потока излучения:

$$H = \int I \cos \theta \, d\omega = \left[ 2\pi I_1 \cdot \frac{1}{2} + 2\pi I_2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \right] = \pi (I_1 - I_2) = \pi F.$$

Поэтому формула (2.11) выражает условие постоянства потока, что является, как мы видели уже раньше (1.20), следствием от-

сутствия источников энергии. Поэтому постоянная  $F$  определяется величиной потока  $H = \pi F$  на границе звезды, т. е. может быть получена в каждом случае из наблюдений. Для получения постоянной  $C$  вычтем из (2.12) уравнение (2.11). Имеем:

$$2I_2 = 2F\tau + C - F.$$

Так как на границе звезды ( $\tau = 0$ ) интенсивность излучения, идущего внутрь, равна 0 (здесь мы отвлекаемся от тесных двойных звезд, для которых это условие не соблюдается), мы находим:

$$C = F.$$

Теперь (2.12) можно переписать в виде

$$I_1 + I_2 = 2F \left( \tau + \frac{1}{2} \right), \quad (2.13)$$

и согласно (2.10):

$$B = F \left( \tau + \frac{1}{2} \right). \quad (2.14)$$

Так как величина  $B$ , согласно (2.3), равна в нашем случае средней интенсивности излучения в данной точке, то для плотности излучения мы имеем:

$$\varrho = \frac{1}{c} \int I d\omega = \frac{4\pi}{c} B. \quad (2.15)$$

Допустим теперь, что отношение коэффициента излучения к коэффициенту поглощения в фотосферических слоях зависит от температуры слоя, так же как и у абсолютно-черного тела. В таком случае говорят, что слои находятся в состоянии локального термодинамического равновесия. Это допущение не будет строгим для внешних слоев фотосферы ( $\tau$  мало), но будет все более точно соблюдаться при углублении в звезду. Мы будем тогда иметь:

$$\frac{\varepsilon}{\alpha} = B = \frac{ca}{4\pi} T^4. \quad (2.16)$$

С другой стороны, для излучения с поверхности абсолютно-черного тела мы имеем:

$$H_r = \frac{ac}{4} T^4.$$

У нас же

$$H_r = \pi F.$$

Поэтому, определяя эффективную температуру звезды как такую температуру, при которой с единицы поверхности абсолютно-черного тела выходит такой же поток энергии, как у рассматриваемой звезды, мы находим следующее равенство для эффективной температуры:

$$F = \frac{ac}{4\pi} T_{\text{eff}}^4. \quad (2.17)$$

Важно иметь в виду, что это уравнение является определением эффективной температуры звезды.

Подставляя (2.16) и (2.17) в (2.14), имеем:

$$T^4 = T_{\text{eff}}^4 \left( \tau + \frac{1}{2} \right). \quad (2.18)$$

Таким образом мы определили изменение температуры с оптической глубиной. Из (2.18) следует при  $\tau = 0$  для температуры внешней границы звезды

$$T_0 = \frac{T_{\text{eff}}}{\sqrt[4]{\frac{1}{2}}}. \quad (2.19)$$

Эта формула была получена еще Шварцшильдом в 1906 г. <sup>1)</sup>

Заметим, что для определения эффективной температуры согласно (2.12) нужно знать  $\pi F = H$ , т. е. поток. Для протяженных объектов (с заметным угловым радиусом) величина выходящего потока может быть определена по поверхностной яркости, получаемой из непосредственных наблюдений. Однако, этот метод применим лишь к Солнцу. Для других тел поток может быть определен косвенным путем, согласно формуле

$$H = \frac{L}{4\pi R^2},$$

где  $L$  — светимость, а  $R$  — радиус звезды. Светимость  $L$  определяется из видимой яркости и расстояния. Что касается до величины  $R$ , то она может быть определена из видимого углового радиуса и расстояния. Но видимый угловой радиус, измеряемый интерферометром, известен только для нескольких холодных сверхгигантов. Кроме того для тех затмевающихся переменных звезд, для которых имеются одновременно спектроскопические и фотометрические орбиты, мы можем прямо найти значение  $R$  и не прибегать к непосредственному измерению диаметра звезд.

Оказывается, однако, что эффективная температура может быть приближенно определена из видимого распределения энергии по спектру звезды. В настоящее время определены эффективные температуры для нескольких сот звезд, на чем мы остановимся подробнее в дальнейшем.

Найденное значение  $B$  мы можем подставить в (2.7) и отсюда найти  $I$  в зависимости от  $\tau$  и  $\theta$ . Нетрудно видеть, что для  $\tau = 0$  мы имеем:

$$I(0, \theta) = \int_0^{\infty} e^{-t \sec \theta} B(t) \sec \theta dt. \quad (2.20)$$

Подставляя сюда (2.14), находим:

$$I(0, \theta) = F \left( \frac{1}{2} + \cos \theta \right); \quad I(0,0) = \frac{3}{2} F,$$

<sup>1)</sup> Göttinger Nachrichten, стр. 41, 1906.

откуда:

$$\frac{I(0, \theta)}{I(0, 0)} = \frac{1 + 2 \cos \theta}{3}, \quad (2.21)$$

т. е. яркость на краю диска ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ) достигает  $1/3$  яркости в центре. Более точные решения наших уравнений дают несколько большую яркость на краю диска (около 40%), т. е. несколько меньшее потемнение <sup>1)</sup>.

Нужно конечно отметить, что формула (2.21) теряет силу при  $\theta$ , очень близких к  $90^\circ$  (вероятно при  $\theta > 89^\circ 30'$ ), по той причине, что для таких углов уже нельзя при вычислении интенсивности выходящего излучения пренебрегать кривизной слоев фотосферы. Однако, когда мы, производим оценки яркости на краю солнечного диска, мы, конечно, не можем ограничиться областью, столь близкой к краю, так как  $\theta = 89^\circ 30'$  соответствует видимому расстоянию от края диска, равному всего тридцатой доле секунды дуги. Нужно лишь надеяться, что при развитии методов быстрой регистрации явлений у нас появится возможность производить соответствующие измерения во время затмений.

Наблюдаемый в действительности закон потемнения к краю солнечного диска хорошо согласуется с формулой (2.21), в особенности же с более точными формулами, которые получаются при более точном решении наших уравнений. Это показывает, что основная гипотеза о том, что фотосфера состоит из серого материала, по крайней мере приближенно верна в том смысле, что в наиболее яркой части солнечного спектра (от  $3000 \text{ \AA}$  до  $20000 \text{ \AA}$ ) коэффициент непрерывного поглощения меняется не очень сильно.

При гипотезе серого тела мы можем вычислить также распределение интенсивности в спектре для каждой точки солнечного диска. Для этого нужно опять применить допущение о локальном термодинамическом равновесии. Иными словами, пусть

$$\epsilon_\nu = a \cdot \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{h\nu}{kT} - 1}.$$

Тогда, например, в центре диска мы будем иметь при  $\theta = 0$  следующую специфическую интенсивность выходящего излучения:

$$I_\nu(0, 0) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau} d\tau}{\frac{h\nu}{kT} - 1} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau} d\tau}{\frac{h\nu}{kT_{\text{eff}}} [0,5 + \tau] - \frac{1}{4}}, \quad (2.22)$$

<sup>1)</sup> E. A. Milne, Monthly Notices 81, стр. 361 и 375, 1921. См. также Чандрасекар, *Астрономический журнал*, 11, 6, 1934.

и вообще

$$I_{\nu}(0, \theta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\tau \sec \theta} \sec \theta d\tau}{e^{\frac{h\nu}{kT_{\text{eff}}}} [0,5 + \tau]^{1/4} - 1}. \quad (2.22')$$

По этим формулам численные значения  $I_{\nu}(0, \theta)$  были вычислены Милном и Линдбладом<sup>1</sup>. Эти значения не очень сильно откло-

$$I = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (2.23)$$

няются от (2.23), т. е. от планковской кривой для  $T = T_{\text{eff}}$ . Общее согласие с наблюдениями для Солнца хорошие. Как формула (2.22), так и наблюдения дают некоторый избыток по сравнению с (2.23) в ультрафиолетовой части.

Сравнительно хорошее согласие теоретических выводов [формула (2.22)] с наблюдениями является следствием того, что излучение Солнца, непосредственно до нас доходящее, выходит из сравнительно небольшого интервала оптических глубин. Больше половины излучения, например, выходит из слоев, в которых  $\tau$  заключено в пределах  $0,2 < \tau < 0,8$ . В этой области температура слоев отклоняется от эффективной температуры не больше, чем на 7% в обе стороны. Поэтому и распределение по частотам достигающего до нас излучения, в условиях отсутствия избирательности в поглощении, очень близко соответствует Планковской кривой при

$$T = T_{\text{eff}}.$$

С другой стороны, совпадение (2.22) с наблюдаемой кривой в случае Солнца указывает опять-таки на законность допущения о сером теле, ибо сильные отклонения от среднего коэффициента поглощения безусловно сказались бы на распределении энергии в спектре.

**2. О потемнении к краю диска у затмевающихся переменных.** В настоящее время единственными объектами, для которых можно надеяться получить данные о законе потемнения к краю диска, являются затмевающиеся переменные. Здесь можно указать на следующее: теоретически, как мы видели, закон потемнения к краю диска в полном свете (болометрический) должен быть один и тот же для всех звезд и не должен зависеть от спектрального типа. Однако наши измерения оценивают яркость визуальной или фотографической области спектра. Поэтому для звезд разных спектральных типов могут получаться разные законы потемнения.

Чтобы разобраться в вопросе, обратим внимание на то обстоятельство [это видно непосредственно из формулы (2.22)], что при данной температуре потемнение возрастает с уменьше-

<sup>1</sup>) E. A. Milne, Phil. Trans., A, **223**, 201, 1922, B. Lindblad, Uppsala Univ. Arsskrift 1, 1920.



нием длины волны, и при очень малых длинах волн (для Солнца около  $1000 \text{ \AA}$ ) получается слабое потемнение в длинах волн, больших, чем те, в которых находится максимум яркости спектра, и сильное потемнение (по сравнению с общим) в длинах волн, малых по сравнению с длиной волны максимума яркости. Отсюда следует, что для звезд типов *B* и *O* мы должны иметь потемнение в визуальных лучах, значительно меньшее, чем у Солнца, а в звездах типа *M* (в особенности в фотографических лучах) почти полное потемнение. Наблюдения пока еще слишком неточны и неполны, чтобы можно было проверить правильность этих выводов. Результаты наблюдений для группы исследованных фотоэлектрическим методом звезд даны в таблице I, заимствованной у В. А. Крата <sup>1)</sup>:

Таблица I

Название звезды	Компонент	Спектр	$x'$
U Her	Яркий	$B_3$	0·49
$\alpha$ Cr Bor	Слабый	$A_{0m}$	0·44
YZ Cas	Яркий	$A_3$	0·43
$\delta$ Lib	Яркий	$A_0$	0·54

Хотя полученные из наблюдений результаты в общем согласуются с теорией, они все же не могут дать полного контроля, поскольку относятся к весьма узкому интервалу спектральной последовательности.

**3. Эффект отражения в тесных звездных парах.** В случае тесной звездной пары излучение одной из звезд входит в фотосферу другой и там претерпевает поглощение. Поэтому в этом случае мы не можем применять вышеприведенных рассуждений, где считали интенсивность излучения, входящего в звезду снаружи, равной 0. С точки зрения наблюдателя, находящегося в фотосфере звезды *A*, интенсивность излучения в какой-либо точке этой фотосферы уже не будет непрерывной функцией направления, благодаря тому, что внутри некоторого телесного угла  $\Delta\omega_1$  будет приходить излучение от звезды *B* и, следовательно, на краю диска звезды *B* интенсивность терпит разрыв. Пусть телесный угол  $\Delta\omega_1$  очень мал по сравнению с единицей. Тогда все лучи, идущие от звезды *B*, можно считать параллельными и образующими некоторый угол  $\theta_1$  к нормали. В этом случае очень удобно рассматривать три усредненные интенсивности: 1) среднюю интенсивность  $I_1$  излучения, идущего наружу, 2) среднюю интенсивность  $I_2$  излучения, идущего внутрь, не считая интенсивности излучения, идущего непосредственно от звезды *B*, и 3) средняя интенсивность  $I_3$  излучения, идущего

<sup>1)</sup> Известия Энгельгардтовской обсерватории 19, 127, 1937.

от звезды  $B$  в направлениях  $\Delta\omega_1$  <sup>1)</sup>). Дифференциальные уравнения для  $I_1$  и  $I_2$  пишутся как обычно:

$$\frac{1}{2} \frac{dI_1}{d\tau} = I_1 - B \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dI_2}{d\tau} = B - I_2. \quad (2.9)$$

Что касается до  $I_3$ , то поскольку в него входит только излучение, идущее непосредственно от звезды  $B$ ,

$$\cos \theta_1 \frac{dI_3}{d\tau} = -I_3. \quad (2.24)$$

Уравнение лучевого равновесия будет иметь вид:

$$4\pi B = [2\pi I_1 + 2\pi I_2 + \Delta\omega I_3]. \quad (2.25)$$

Из (2.24) мы имеем:

$$I_3 = (I_3)_0 e^{-\tau \sec \theta_1},$$

и поэтому уравнение (2.25) можно переписать в виде:

$$B = \frac{1}{2} \left[ I_1 + I_2 + \frac{\Delta\omega}{2\pi} (I_3)_0 e^{-\tau \sec \theta_1} \right].$$

Здесь  $(I_3)_0$  — интенсивность излучения звезды  $B$ , падающая на внешнюю границу звезды  $A$ . Обозначим  $\Delta\omega I_3 = \pi S$ ; тогда

$$B = \frac{1}{2} \left[ I_1 + I_2 + \frac{1}{2} S e^{-\tau \sec \theta_1} \right]. \quad (2.26)$$

Вычитая из (2.8) уравнение (2.9), мы получим на основании (2.26):

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d(I_1 - I_2)}{d\tau} = I_1 + I_2 - 2B = -\frac{1}{2} S e^{-\tau \sec \theta_1},$$

откуда

$$I_1 - I_2 = F_0 + \cos \theta_1 S e^{-\tau \sec \theta_1}, \quad (2.27)$$

где  $F_0$  — постоянная интегрирования. Мы видели, что результирующий поток  $H$  равен

$$H = \pi (I_1 - I_2);$$

следовательно, в данном случае

$$H = \pi [F_0 + \cos \theta_1 S e^{-\tau \sec \theta_1}],$$

---

<sup>1)</sup> Это значит, что внутри направлений  $\Delta\omega_1$  мы делим излучение на обыкновенное, т. е. идущее непосредственно от вышележащих слоев той звезды  $A$ , в которой мы находимся, и дополнительное, которое получается от звезды  $B$  непосредственно. В  $I_2$  при усреднении войдет первая часть.  $I_3$  состоит целиком из второй части.

т. е. поток возрастает при приближении к внешней границе, что вполне естественно, ибо во внешних слоях к потоку энергии, идущему снизу ( $\pi F_0$ ), прибавляется энергия, поглощенная из излучения звезды  $B$ . Складывая (2.8) и (2.9), мы далее находим:

$$\frac{1}{2} \frac{d(I_1 + I_2)}{d\tau} = I_1 - I_2 = F_0 + \cos \theta_1 S e^{-\tau \sec \theta_1},$$

откуда

$$I_1 + I_2 = 2F_0\tau - 2 \cos^2 \theta_1 S e^{-\tau \sec \theta_1} + C. \quad (2.28)$$

Для определения постоянной  $C$  вычтем из (2.28) уравнение (2.27):

$$2I_2 = F_0(2\tau - 1) - S e^{-\tau \sec \theta_1} (\cos \theta_1 + 2 \cos^2 \theta_1) + C;$$

а так как  $I_2(0) = 0$ , находим:

$$C = F_0 + (2 \cos^2 \theta_1 + \cos \theta_1) S.$$

Итак:

$$I_1 + I_2 = 2F_0\tau + F_0 - 2 \cos^2 \theta_1 S e^{-\tau \sec \theta_1} + (2 \cos^2 \theta_1 + \cos \theta_1) S.$$

Тогда, на основании (2.26):

$$B(\tau) = F_0 \left( \tau + \frac{1}{2} \right) - S e^{-\tau \sec \theta_1} \left( \cos^2 \theta_1 - \frac{1}{4} \right) + S \left( \cos^2 \theta_1 + \frac{1}{2} \cos \theta_1 \right). \quad (2.29)$$

Зная  $B(\tau)$ , можно по формуле (2.20) вычислить распределение энергии по диску звезды. Мы имеем:

$$I(0, \theta) = F_0 \left( \frac{1}{2} + \cos \theta \right) + S \cos \theta_1 \left( \cos \theta_1 + \frac{1}{2} \right) - \left( \cos^2 \theta_1 - \frac{1}{4} \right) \frac{\sec \theta S}{\sec \theta_1 + \sec \theta}$$

или, так как  $I(0, \theta) = F_0 \left( \frac{1}{2} + \cos \theta \right)$  есть закон распределения интенсивности в случае, когда нет звезды  $B$ , для дополнительной интенсивности  $\Delta I(0, \theta)$  мы имеем:

$$\begin{aligned} \Delta I(0, \theta) &= S \left[ \cos \theta_1 \left( \cos \theta_1 + \frac{1}{2} \right) - \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta + \cos \theta_1} \left( \cos^2 \theta_1 - \frac{1}{4} \right) \right] = \\ &= S \left( \cos \theta_1 + \frac{1}{2} \right) \left[ 1 - \frac{\cos \theta_1 - \frac{1}{2}}{\cos \theta + \cos \theta_1} \right] \cos \theta_1 = \\ &= S \cos \theta_1 \left( \cos \theta_1 + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{\cos \theta + \frac{1}{2}}{\cos \theta + \cos \theta_1}. \end{aligned}$$

Интегрируя это выражение по всему диску, мы можем найти полное количество света, отражаемого звездой  $A$ . При этом нужно иметь в виду, что для различных точек диска  $\theta_1$  будет различно. Мы рассмотрим здесь подробно только частный случай, ибо общий случай отличается лишь некоторым усложнением геометрических рассуждений. Именно, мы допустим, что звезда  $B$  находится между Землей и звездой  $A$ , т. е. мы наблюдаем „полную фазу“. В этом случае, как видно из рис. 4, углы  $\theta$  и  $\theta_1$  приблизительно равны и поэтому

$$\Delta I(0, \theta) = \frac{1}{2} S \left( \cos \theta + \frac{1}{2} \right)^2;$$

$$\frac{\Delta I(0, \theta)}{\Delta I(0, 0)} = \left( \frac{1 + 2 \cos \theta}{3} \right)^2,$$

т. е. в отраженном свете потемнение к краю будет значительно больше, чем в собственном.

Для того чтобы найти отношение всего отраженного света ко всему обычному свету при полной фазе, мы прежде всего должны найти  $S$ . Так как  $\pi S$  есть количество энергии, падающей от звезды  $B$  на единицу поверхности перпендикулярно к лучам на расстоянии  $a$  ( $a$  есть расстояние между  $A$  и  $B$ ), то

$$\pi S = \frac{L_B}{4\pi a^2},$$

где  $L_B$  — светимость звезды  $B$ .

Количество энергии, отраженной от площадки  $d\sigma$  диска звезды  $A$  в направлении на Землю, внутри телесного угла  $d\Omega$  будет, согласно определению интенсивности, равно

$$\frac{L_B}{4\pi a^2} \cdot \frac{1}{2\pi} \left( \cos \theta + \frac{1}{2} \right)^2 \cos \theta d\Omega d\sigma.$$

Интегрируя по всему диску звезды  $A$ , получим:

$$d\Omega \frac{L_B}{4\pi a^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \cos \theta + \frac{1}{2} \right)^2 \cos \theta \sin \theta d\theta = \frac{17}{24} L_B \frac{r_B^2}{4\pi a^2} d\Omega.$$

С другой стороны, количество собственного излучения, посылаемого звездой  $A$  внутри телесного угла  $d\Omega$ , равно

$$\frac{L_A}{4\pi} d\Omega.$$

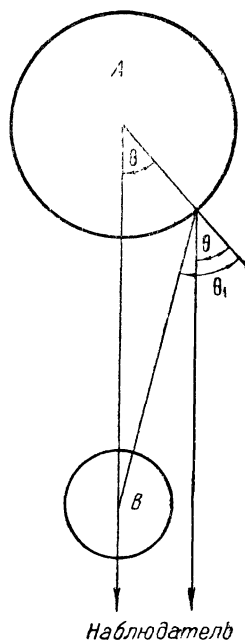


Рис. 4.

Сравнивая эти два выражения, находим, что отношение отраженного света к собственному свету звезды  $A$  в полной фазе будет

$$s = \frac{17}{24} \frac{r_B^2}{a^2} \frac{L_B}{L_A}.$$

Величину  $s$  можно найти, зная орбиту затмевающейся переменной. Для ряда затмевающихся переменных эта величина таким образом была определена теоретически и из наблюдений. Согласие данных получается удовлетворительным, однако точность наблюдений недостаточна для детального сравнения.

**4. Протяженные фотосферы.** Весьма важным свойством фотосферы Солнца и других звезд-карликов, а также обыкновенных гигантов, является то обстоятельство, что фотосфера их, т. е. тот слой, внутри которого оптическая глубина возрастает от ничтожно малых значений до нескольких единиц (скажем, например, до двух), имеет линейную толщину, ничтожную по сравнению с радиусом самой звезды. Этот факт был использован нами в предыдущих параграфах для того, чтобы рассмотрение сферических слоев заменить рассмотрением плоско-параллельных. Он связан с тем, что плотность в самых внешних, изотермических слоях Солнца падает чрезвычайно быстро. Между тем, как мы увидим далее, в звездах типа Вольфа-Райе, а также  $R$  Cygni, не должно быть такого резкого падения плотности на внешней границе звезды. В частности, в этих случаях можно ожидать, что плотность падает приблизительно обратно пропорционально квадрату расстояния до центра звезды. Следовательно, ни о какой резкой границе звезды не может быть и речи. Попытаемся в этом случае выяснить условия в фотосферических слоях.

В случае, когда учитывается кривизна слоев, уравнение переноса

$$\frac{dI}{ds} = \alpha(B - I)$$

может быть переписано (с помощью полярных координат) в виде

$$\cos \theta \frac{\partial I}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial I}{\partial \theta} = \alpha(B - I). \quad (2.30)$$

Интегрируя (2.30) по всем телесным углам и имея в виду опять условие лучевого равновесия  $B = \frac{1}{4\pi} \int Id\omega$ , мы получаем следующий результат:

$$\frac{dH}{dr} + \frac{2}{r} H = 0,$$

откуда

$$H = \frac{a_0^2}{r^2}, \quad (2.31)$$

т. е. поток обратно пропорционален квадрату расстояния от центра, что физически совершенно очевидно. Умножая (2.30) на  $\cos\theta$  и опять интегрируя, мы найдем:

$$\frac{dL}{dr} + \frac{1}{r} J - \frac{3}{r} L = -\alpha H, \quad (2.32)$$

где

$$L = \int I \cos^2 \theta d\omega \quad \text{и} \quad J = \int I d\omega.$$

Введем приближение Эддингтона, согласно которому  $L = \frac{1}{3} J$ . Тогда (2.32) дает

$$\frac{dJ}{dr} = -3\alpha H$$

или по условию лучевого равновесия ( $B = \frac{1}{4\pi} \int I d\omega = \frac{1}{4\pi} J$ ):

$$\frac{dB}{dr} = -\frac{3\alpha}{4\pi} H. \quad (2.33)$$

Фактически звезда у нас простирается от центра до бесконечности. На бесконечности  $H=0$ . Но на внешней границе, согласно Эддингтону, мы можем принять  $B = \frac{1}{4\pi} J = \frac{2}{4\pi} H = 0$ . Поэтому из (2.33) следует

$$B = \frac{3}{4\pi} \int_0^{\tau} H d\tau, \quad (2.34)$$

где попрежнему

$$\tau = \int_r^{\infty} \alpha dr. \quad (2.35)$$

Будем считать, что плотность обратно пропорциональна некоторой степени  $n$  расстояния (в случаях звезд Вольфа-Райе  $n=2$ ):

$$\rho = \frac{\rho_0}{r^n}. \quad (2.36)$$

С другой стороны, для коэффициента поглощения на единицу массы мы можем принять следующую зависимость от температуры и плотности:

$$\kappa = \frac{\beta' \rho}{T^4} = \frac{\beta \rho}{B},$$

где  $\beta$  и  $\beta'$  — постоянные.

Поэтому (2.33) может быть переписана в виде

$$\frac{dB}{dr} = -\frac{3\alpha}{4\pi} H = -\frac{3\kappa \rho}{4\pi} H = -\frac{3\beta \rho^2}{4\pi B} H,$$

или, вводя (2.31) и (2.36):

$$B \frac{dB}{dr} = -\frac{3\beta \rho_0^2 a_0^2}{4\pi} \frac{1}{r^{2n+2}},$$

откуда, применяя полученные выше предельные условия для  $B$ , находим:

$$B = \varrho_0 \sqrt{\frac{3\beta a_0^2}{2\pi(2n+1)}} r^{-\left(n + \frac{1}{2}\right)}. \quad (2.37)$$

С другой стороны,

$$d\tau = -\kappa_0 dr = -\varrho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}} \frac{dr}{r^{n-\frac{1}{2}}},$$

откуда

$$\tau = \varrho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}} \frac{1}{n-\frac{3}{2}} r^{-\left(n-\frac{3}{2}\right)}. \quad (2.38)$$

Сопоставляя (2.37) и (2.38), мы находим следующую зависимость между  $B$  и  $\tau$ :

$$B = C\tau^{\frac{n+\frac{1}{2}}{n-\frac{3}{2}}}; \quad C = \varrho_0 \sqrt{\frac{3\beta a}{2\pi(2n+1)}} \left\{ \frac{n-\frac{3}{2}}{\varrho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}}} \right\}^{\frac{2}{2n-3}} \quad (2.39)$$

или, так как  $B = \frac{ca}{4\pi} T^4$ ,

$$T = T_1 \tau^{\frac{2n+1}{4(2n-3)}}, \quad (2.40)$$

где  $T_1$ —температура слоя, в котором  $\tau=1$ . Уравнение (2.39) показывает, что  $T$  возрастает в данном случае с оптической глубиной на много быстрее, чем в случае плоско-параллельных слоев, когда  $T^4$  представляет собой линейную функцию  $\tau$ .

Рассмотрим луч, проходящий на расстоянии  $a$  от центра звезды. Интегрируя (2.30), мы находим, что интенсивность этого луча при выходе из пределов звезды будет равна

$$I(\lambda, a) = \int_a^\infty e^{-\int \frac{\kappa_0 dr}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}}} \frac{B(\lambda, T) \kappa_0 dr}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}} + \\ + \int_a^\infty e^{-\left[ \int_a^\infty \frac{\kappa_0 dr}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}} + \int_a^r \frac{\kappa_0 dr}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}} \right]} \frac{B(\lambda, T) \kappa_0 dr}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}}, \quad (2.41)$$

так как косинус угла, образованного этим лучом с нормалью к слою радиуса  $r$ , будет равен

$$\cos \theta = \sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^2}; \quad (2.42)$$

из (2.38) мы имеем:

$$\kappa \varrho = -\frac{d\tau}{dr} = \varrho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}} \frac{1}{r^{n-\frac{1}{2}}}.$$

Поэтому

$$\frac{\kappa \varrho}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2}} = \varrho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}} \frac{1}{r^{n-\frac{3}{2}} \sqrt{r^2 - a^2}} = \frac{D}{r^{n-\frac{3}{2}} \sqrt{r^2 - a^2}},$$

где  $D$  — некоторая постоянная. Следовательно, если вместо  $r$  введем при данном  $a$  новую переменную  $\theta$ , связанную с ним соотношением (2.42), мы будем иметь:

$$\kappa \varrho dr = \frac{D}{a^{n-\frac{3}{2}}} \operatorname{cosec}^{\frac{5}{2}-n} \theta d\theta,$$

и (2.41) можно будет переписать в упрощенном виде:

$$I(\lambda, a) = \frac{D}{a^{n-\frac{3}{2}}} \int_0^\pi \operatorname{cosec}^{\frac{5}{2}-n} \theta e^{-\frac{D}{a^{n-\frac{3}{2}}} \psi(\theta)} B(\lambda, T) d\theta, \quad (2.43)$$

где  $\psi(\theta)$  есть трансцендентная функция, определяемая равенством:

$$\psi(\theta) = \int_0^\theta \sin^{n-\frac{5}{2}} \theta d\theta. \quad (2.44)$$

Для полной интенсивности излучения всей звезды в данной длине волны  $\lambda$  мы должны вычислить интеграл по диску звезды:

$$I(\lambda) = 2\pi \int_0^\infty I(\lambda, a) a da,$$

т. е. двойной интеграл:

$$I(\lambda) = 2\pi D \int_0^\infty \int_0^\pi \operatorname{cosec}^{\frac{5}{2}-n} \theta e^{-\frac{D}{a^{n-\frac{3}{2}}} \psi(\theta)} B(\lambda, T) a^{\frac{dad\theta}{n-\frac{5}{2}}} . \quad (2.45)$$

Теперь введем вместо  $a$  оптическую глубину  $\tau$ . Мы имеем:

$$\tau = \varrho_0 \sqrt{\frac{2\pi(2n+1)\beta}{3a_0^2}} \frac{1}{n-\frac{3}{2}} a^{-(n-\frac{3}{2})} \operatorname{cosec}^{-(n-\frac{3}{2})} \theta. \quad (2.46)$$

Введя эту переменную вместо  $a$ , а  $\theta$  оставляя неизменным, мы находим, преобразуя по обычным правилам двойной



интеграл:

$$I(\lambda) = \frac{2\pi D}{n - \frac{3}{2}} \gamma^{-\frac{n - \frac{7}{2}}{n - \frac{3}{2}}} \int_0^{\infty} B(\lambda, T) \tau^{-\frac{2}{n - \frac{3}{2}}} d\tau \times \\ \times \int_0^{\pi} e^{-\frac{D}{a^{n - \frac{3}{2}}} \psi(\theta)} \sin \theta d\theta. \quad (2.47)$$

В частном случае, когда  $n=2$ , мы имеем:

$$I(\lambda) = 32\pi a_0^4 \left(\frac{10\pi\beta}{3a_0^2}\right)^2 \int_0^{\infty} \frac{d\tau}{\tau^4} B(\lambda, \tau) \int_0^{\pi} e^{-\tau V^{\overline{\operatorname{cosec} \theta}} \psi(\theta)} \sin \theta d\theta,$$

где

$$\psi(\theta) = \frac{1}{2} \int_0^{\theta} V^{\overline{\operatorname{cosec} x}} dx. \quad (2.48)$$

Этот случай мы имеем тогда, когда материя вытекает из звезды с постоянной скоростью во всех направлениях и следовательно плотность обратно пропорциональна квадрату расстояния.

Подставим теперь  $B(\lambda, T) = C\lambda^{-5} [e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1]^{-1}$ , а также заметим, что согласно (2.38), при  $n=2$ ,  $4a_0^3 \frac{10\pi\beta}{3a_0^2} = R_1$ , где  $R_1$  есть радиус слоя, оптическая глубина которого равна 1. В результате мы имеем:

$$I(\lambda) = \pi R_1^2 C \lambda^{-5} E(\lambda, T), \quad (2.49)$$

где

$$E(\lambda, T) = \int_0^{\infty} [e^{\frac{c_2}{\lambda T_1 \tau^{5/4}}} - 1]^{-1} \Phi(\tau) d\tau \quad (2.50)$$

и

$$\Phi(\tau) = 2 \int_0^{\pi} e^{-\tau V^{\overline{\operatorname{cosec} \theta}} \psi(\theta)} \sin \theta d\theta. \quad (2.51)$$

Функции  $\psi(\theta)$  и  $\Phi(\tau)$  табулированы в таблицах 2.

Пользуясь этими таблицами, можно вычислить  $\lambda^{-5} E(\lambda, T_1)$ , т. е. относительное распределение яркости в спектре при каждом данном  $T_1$ . Оказывается, например, что при каждом  $T_1$  мы получаем кривую, настолько отличающуюся от планковского закона, что если попытаемся определить по интенсивностям в двух длинах волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  температуру, предполагая, что распределение подчиняется закону Планка (т. е. если мы попытаемся определить так называемую „цветовую“ температуру), то мы будем получать самые различные температуры в зависимости

Таблица 2

 $\psi(\theta)$ 

$\theta^\circ$	$\theta_R$	$\psi(\theta)$	$\theta^\circ$	$\theta_R$	$\psi(\theta)$
0°	0,000	0,000	90°	1,571	1,311
8°36	0,150	0,387	105°	1,833	1,443
15°	0,262	0,512	120°	2,094	1,579
30°	0,524	0,727	135°	2,356	1,726
45°	0,785	0,896	150°	2,618	1,895
60°	1,047	1,044	165°	2,880	2,110
75°	1,309	1,180	180°	3,142	2,623

 $\Phi(\tau)$ 

$\tau$	$\Phi(\tau)$	$\tau$	$\Phi(\tau)$	$\tau$	$\Phi(\tau)$
0,0	4,00	1,8	$3,54 \cdot 10^{-1}$	9,0	$9,84 \cdot 10^{-5}$
0,2	2,92	2,0	2,77	10,0	3,42
0,4	2,22	2,5	1,52	12,0	$3,98 \cdot 10^{-6}$
0,6	1,67	3,0	$8,34 \cdot 10^{-2}$	14,0	$4,87 \cdot 10^{-7}$
0,8	1,28	4,0	2,76	16,0	$5,67 \cdot 10^{-8}$
1,0	$9,76 \cdot 10^{-1}$	5,0	$8,28 \cdot 10^{-3}$	18,0	$7,26 \cdot 10^{-9}$
1,2	7,51	6,0	2,68	20,0	$8,24 \cdot 10^{-10}$
1,4	5,82	7,0	$9,06 \cdot 10^{-4}$		
1,6	4,50	8,0	2,94		

от того, какие две длины волны мы выбрали. Например, если положим  $T_1 = 5560^\circ$ , то мы получаем таблицу 3 значений температур по разным парам длин волн,

Таблица 3

$\lambda_1 = 500 \text{ \AA}$	
$\lambda_2 = 1000 \text{ ,,}$	$T(\lambda_1, \lambda_2) = 21300^\circ$
$\lambda_3 = 4000 \text{ ,,}$	$T(\lambda_2, \lambda_3) = 15100^\circ$
$\lambda_4 = 5000 \text{ ,,}$	$T(\lambda_3, \lambda_4) = 7500^\circ$
$\lambda_5 = 5875 \text{ ,,}$	
$\lambda_6 = 6563 \text{ ,,}$	$T(\lambda_5, \lambda_6) = 7050^\circ$
$\lambda_7 = 8000 \text{ ,,}$	$T(\lambda_6, \lambda_7) = 6000^\circ$

где мы имеем температуры того же порядка, которые получаются из наблюдений звезды Р Сугни при сравнении соответ-

ствующих участков спектров <sup>1)</sup>. Поэтому можно считать, что если фотосфера звезды Р Сугни устроена по закону  $n=2$ , то для нее  $T_1$  будет, вероятно, как раз порядка  $5600^\circ$ . Впоследствии будет показано, что спектроскопические данные определенно указывают на истечение материи из этой звезды. Поэтому весьма вероятно, что полученное совпадение результатов не является случайным.

### III. ОБРАЩАЮЩИЙ СЛОЙ И ОБРАЗОВАНИЕ ЛИНИЙ ПОГЛОЩЕНИЯ

Непрерывный спектр, идущий из фотосферических слоев, проходит через обращающий слой, который вызывает появление линий поглощения. Интенсивность этих линий и само наличие

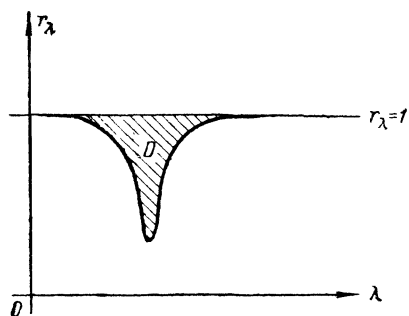


Рис. 5.

их зависят от присутствия тех или других элементов в атмосфере, а также от степени ионизации и возбуждений. Внутри линий интенсивность спектра очень быстро меняется с длиной волны, обычно достигая минимума в ее середине и возрастая в обе стороны от центра. Это возрастание продолжается до тех пор, пока линия не переходит постепенно в непрерывный спектр. Из-за отсутствия резкой границы там, где линия переходит в не-

прерывный спектр, нельзя говорить о ширине линий без более точного определения этого понятия. В дальнейшем под эквивалентной шириной  $D$  линии (рис. 5) мы будем понимать ширину такого участка непрерывного спектра вблизи линии, энергия которого равна всей энергии, поглощенной в линии. Таким образом эквивалентная ширина характеризует полное поглощение (или, как принято в литературе, — „полную интенсивность“) данной линии. Более подробно линия характеризуется заданием интенсивности в каждой частоте внутри линии. Образуем частное

$$\frac{\text{интенсивность в данной частоте внутри линии}}{\text{интенсивность непрерывного спектра около линии}} = r_\lambda.$$

В этом частном числитель быстро меняется внутри линии. Если задано  $r_\lambda$ , то говорят, что задан профиль данной линии. Очевидно, что:

$$D = \int (1 - r_\lambda) d\lambda. \quad (3.1)$$

<sup>1)</sup> Области около  $500 \text{ \AA}$  и  $1000 \text{ \AA}$  недоступны непосредственному наблюдению. Но мы можем производить косвенное сравнение яркости этих участков спектра с яркостью видимой части спектра в случае звезд типа Р Сугни на основании теории Занстра. (См. главу о звездах Вольфа-Райе).