

## Глава IV

## ПРОСТРАНСТВО И ЕГО ТРИ ИЗМЕРЕНИЯ

## § 1. Группа перемещений

Изложим вкратце полученные результаты. Мы за-  
дались целью исследовать, какой смысл имеют слова:  
пространство имеет три измерения. Прежде всего мы  
спросили себя, что такое физическая непрерывность  
и когда можно сказать, что она имеет  $n$  измерений.  
Если мы рассматриваем различные системы впечат-  
лений и сравниваем их между собой, то мы часто  
убеждаемся, что две из этих систем впечатлений не  
могут быть различены (что обыкновенно выражается  
словами, что они слишком близки одна к другой и  
что наши чувства слишком грубы для того, чтобы мы  
могли различать их), и, сверх того, мы констатируем,  
что две из этих систем иногда могут быть отличены  
одна от другой, хотя они неотличимы от одной и той  
же третьей. Если это так, то говорят, что совокуп-  
ность этих систем впечатлений образует физическую  
непрерывность  $S$ . И каждая из этих систем будет на-  
зываться *элементом* непрерывности  $S$ .

Сколько измерений имеет эта непрерывность?  
Возьмем сначала из  $S$  два элемента  $A$  и  $B$  и предпо-  
ложим, что существует ряд элементов  $\Sigma$ , принадле-  
жащих непрерывности  $S$ , таких, что  $A$  и  $B$  суть два  
крайних члена этого ряда и что каждый член ряда  
неотличим от предыдущего. Если можно будет найти  
такой ряд  $\Sigma$ , то мы скажем, что  $A$  и  $B$  *связаны*  
между собой; а если в  $S$  два каких угодно элемента  
связаны между собой, мы скажем, что  $S$  *односвязна*.

Теперь выберем вполне произвольно на непрерыв-  
ности  $S$  некоторое число элементов. Совокупность  
этих элементов будет называться *купюрой*. Среди  
рядов  $\Sigma$ , которые связывают  $A$  с  $B$ , мы будем раз-  
личать ряды, один элемент которых будет неотличим  
от одного из элементов купюры (мы скажем, что  
это — ряды, которые *пересекают* купюру), и ряды,  
*все* элементы которых будут отличимы от всякого  
элемента купюры. Если все ряды  $\Sigma$ , связывающие  $A$   
с  $B$ , пересекают купюру, то мы скажем, что  $A$  и  $B$   
*отделены* друг от друга купюрой и что купюра *раз-*  
*деляет*  $S$ . Если невозможно найти на  $S$  два элемен-

та, которые были бы отделены друг от друга купюрой, то мы скажем, что купюра *не разделяет*  $S$ .

Если, по установлении этих определений, непрерывность  $S$  может быть разделена купюрами, которые сами не образуют непрерывность, то эта непрерывность  $S$  имеет только одно измерение; в противном случае она имеет несколько измерений. Если для того, чтобы разделить  $S$ , достаточно купюры, образующей непрерывность одного измерения, то  $S$  будет иметь два измерения; если достаточно купюры, образующей непрерывность двух измерений, то  $S$  будет иметь три измерения, и т. д.

Благодаря этим определениям всегда можно будет узнать, сколько измерений имеет любая физическая непрерывность. Остается только найти физическую непрерывность, которая была бы так сказать эквивалентна пространству так, чтобы каждой точке пространства соответствовал элемент этой непрерывности и чтобы точкам пространства, очень близким друг к другу, соответствовали неразличимые элементы. Тогда пространство будет иметь столько измерений, сколько и эта непрерывность.

Переход через эту физическую непрерывность, доступную представлению, неизбежен, потому что мы не можем представить себе пространство, и это по многим основаниям. Пространство есть математическая непрерывность, оно бесконечно, а мы можем представлять себе только физические непрерывности и конечные предметы. Различные элементы пространства, которые мы называем точками, все сходны между собой, а для того чтобы применить наше определение, нам нужно уметь отличать один элемент от другого, по крайней мере если они не слишком близки. Наконец, абсолютное пространство есть бессмыслица, и нам с самого начала приходится относить его к системе осей, неизменно связанных с нашим телом (которое мы должны предполагать всегда приведенным в одно и то же положение).

Затем я постарался образовать с помощью наших зрительных ощущений эквивалентную пространству физическую непрерывность; это, без сомнения, легко, и этот пример в особенности пригоден для исследования числа измерений; это исследование дало нам возможность видеть, в какой степени можно го-

ворить, что «визуальное пространство» имеет три измерения. Однако это решение не полно и искусственно — я уже объяснил почему, и не к визуальному, а к моторному пространству надо нам приложить свои усилия.

Потом я напомнил, каково происхождение различия, которое мы делаем между изменениями положения и изменениями состояния.

Среди изменений, происходящих в наших впечатлениях, мы различаем сначала изменения *внутренние* — волевые и сопровождающиеся мускульными ощущениями — и изменения *внешние*, характер которых противоположен.

Мы констатируем возможность того, что внешнее изменение будет *исправляться* внутренним изменением, которое восстанавливает начальные ощущения. Внешние изменения, которые можно исправить посредством внутреннего изменения, называются *изменениями положения*; внешние изменения, которые нельзя исправить таким образом, называются *изменением состояния*. Внутренние изменения, способные исправить внешнее изменение, называются *перемещениями всего тела*; прочие — *изменениями позы*.

Теперь пусть  $\alpha$  и  $\beta$  будут два внешних изменения,  $\alpha'$  и  $\beta'$  — два внутренних изменения. Положим, что  $\alpha$  может быть исправлено или посредством  $\alpha'$  или посредством  $\beta'$  и что  $\alpha'$  может исправить как  $\alpha$ , так и  $\beta$ ; тогда опыт учит нас, что и  $\beta'$  может исправить  $\beta$ . В таком случае мы скажем, что  $\alpha$  и  $\beta$  соответствуют *одному и тому же* перемещению, равно как  $\alpha'$  и  $\beta'$  соответствуют *одному и тому же* перемещению.

Если так, то мы можем вообразить физическую непрерывность, которую мы назовем *непрерывностью* или *группой перемещений* и которую определим следующим образом. Элементами этой непрерывности будут внутренние изменения, способные исправить внешнее изменение. Два из этих внутренних изменений  $\alpha'$  и  $\beta'$  будут рассматриваться как неразличимые: 1) если они по природе таковы, т. е. если они слишком близки друг к другу; 2) если  $\alpha'$  может исправить то же самое внешнее изменение, какое исправляется третьим внутренним изменением, по природе неотличи-

мым от  $\beta'$ . Во втором случае они будут неразличимы, так сказать, в силу соглашения, т. е. если условимся не принимать в расчет тех обстоятельств, которые могли бы создать их различие.

Наша непрерывность теперь вполне определена, потому что мы знаем ее элементы и выяснили себе, при каких условиях они могут рассматриваться как неразличимые. Таким образом, мы имеем все, что необходимо для того, чтобы применить наше определение и определить, сколько измерений имеет эта непрерывность. Мы узнаем, что она имеет *шесть* измерений. Следовательно, непрерывность перемещений не эквивалентна пространству, потому что число измерений здесь другое; она только родственна пространству.

Откуда же мы знаем, что эта непрерывность перемещений имеет шесть измерений? Мы знаем это *из опыта*.

Легко было бы описать опыты, благодаря которым мы могли бы прийти к такому результату. Мы бы увидели, что в этой непрерывности можно брать купюры, которые, разделяя ее, оставались бы непрерывностями; что можно разделять эти купюры другими купюрами второго порядка, которые еще остаются непрерывностями, и что пришлось бы остановиться только после купюр шестого порядка, которые уже не были бы непрерывностями. Согласно нашим определениям это значило бы, что группа перемещений имеет шесть измерений.

Это было бы легко, сказал я, но это было бы довольно длинно; и не оказалось ли бы это несколько поверхностно? Эта группа перемещений, как мы видели, родственна пространству и можно было бы вывести из нее пространство, но она не эквивалентна пространству, потому что она не имеет того же числа измерений; и когда мы покажем, как может образоваться понятие этой непрерывности и как можно вывести отсюда понятие пространства, тогда можно будет всегда спросить себя, почему пространство трех измерений нам гораздо более привычно, чем эта непрерывность шести измерений, и, следовательно, усомниться в том, что именно таким окольным путем образовалось в человеческом уме понятие пространства.