

они произведут физическую непрерывность трех измерений.

Вот, следовательно, пространство трех измерений, порожденное моим первым пальцем. Каждый из моих пальцев породит ему подобное. Останется исследовать, как мы пришли к тому, что рассматриваем их как тождественные визуальному пространству и тождественные геометрическому пространству.

Но прежде чем идти дальше, мы остановимся на одном размышлении; по предыдущему мы узнаем о точках пространства или — более общо — о *конечном* положении нашего тела только при посредстве рядов мускульных ощущений, открывающих нам те движения, которые перевели нас из некоторого начального положения в это конечное положение. Но ясно, что это конечное положение будет зависеть, с одной стороны, от этих движений, а с *другой стороны, от того начального положения*, из которого мы вышли. Эти движения открываются нам нашими мускульными ощущениями; но нам неоткуда узнать о начальном положении; мы ничем не можем отличить его от всех других возможных положений. Вот что ясно доказывает существенную относительность пространства.

§ 4. Тождество различных пространств

Итак, мы пришли к сравнению двух непрерывностей S и S' , которые произведены, например, одна при посредстве моего первого пальца D , другая при посредстве моего второго пальца D' . И та и другая из этих двух непрерывностей имеют три измерения. Каждому элементу непрерывности S или, если угодно, каждой точке первого осязательного пространства соответствует ряд мускульных ощущений Σ , которые заставляют меня переходить из некоторого начального положения в некоторое конечное положение¹⁾. Сверх того, одна и та же точка этого первого пространства будет соответствовать Σ и $\Sigma + \sigma$, если σ

¹⁾ Вместо того чтобы говорить, что мы относим пространство к осям, неизменно связанным с нашим телом, быть может, было бы лучше сказать, сообразно с предыдущим, что мы относим его к осям, неизменно связанным с начальным положением нашего тела.

представляет собой ряд, о котором мы знаем, что он не вызывает движения со стороны пальца D .

Также и каждому элементу непрерывности C' или каждой точке второго тактильного пространства соответствует ряд ощущений Σ' , и одна и та же точка будет соответствовать Σ' и $\Sigma' + \sigma'$, если σ' представляет собой ряд, который не вызывает движения со стороны пальца D' .

Итак, различать ряды σ и σ' нас заставляет то обстоятельство, что первые не изменяют осязательных впечатлений, испытываемых пальцем D , а вторые сохраняют впечатления, которые испытывает палец D' .

И вот что мы констатируем: вначале мой палец D' испытывает ощущение A' ; я делаю движения, которые вызывают мускульные ощущения S ; мой палец D испытывает впечатление A ; я делаю движения, которые вызывают ряд ощущений σ ; мой палец D продолжает испытывать впечатление A , потому что таково характерное свойство рядов σ ; затем я делаю движения, которые вызывают ряд мускульных ощущений S' , *обратный* S в том же смысле, какой мы дали этому слову выше. Тогда я констатирую, что мой палец D' испытывает снова впечатление A' (разумеется, для этого нужно, чтобы S был выбран надлежащим образом).

Это значит, что ряд $S + \sigma + S'$, сохраняющий осязательные впечатления пальца D' , есть один из тех рядов, которые я обозначил через σ' . Обратно, если взять какой-нибудь ряд σ' , то $S' + \sigma' + S$ будет одним из тех рядов, которые мы обозначаем через σ .

Итак, если S надлежаще выбран, то $S + \sigma + S'$ будет рядом σ' и, варьируя σ всеми возможными способами, можно получить все возможные ряды σ' .

Не будучи еще знакомы с геометрией, мы ограничиваемся констатацией этого, но вот как объяснили бы факт те, кто знает геометрию.

Сначала мой палец D' находится в точке M в соприкосновении с предметом a , который сообщает ему впечатление A' ; я делаю движения, соответствующие ряду S , я сказал, что этот ряд должен быть надлежаще выбран; я должен произвести этот выбор так, чтобы эти движения приводили палец D в точку, пер-

воначально занимаемую пальцем D' , т. е. в точку M ; таким образом, этот палец D будет соприкасаться с предметом a , который сообщит ему впечатление A .

Потом я делаю движения, соответствующие ряду σ ; среди этих движений, по предположению, положение пальца D не меняется, следовательно, этот палец остается в соприкосновении с предметом a и продолжает испытывать впечатление A . Наконец, я делаю движения, соответствующие ряду S' . Так как S' обратен S , то эти движения приведут палец D' в точку, которую раньше занимал палец D , т. е. в точку M . Если, как это можно предположить, предмет a не пошевелился, то этот палец D окажется в соприкосновении с этим предметом и снова испытает впечатление A' , что и требовалось доказать.

Посмотрим, что отсюда вытекает. Я рассматриваю ряд мускульных ощущений Σ ; этому ряду будет соответствовать одна точка M первого тактильного пространства. Теперь возьмем два ряда S и S' , взаимно обратные, о которых мы только что говорили. Ряду $S + \Sigma + S'$ будет соответствовать одна точка N второго тактильного пространства, потому что какому-нибудь ряду мускульных ощущений, как мы сказали, соответствует одна точка либо в первом, либо во втором пространстве.

Я намерен рассматривать две определенные таким образом точки M и N как соответствующие друг другу. Что дает мне право на это? Для того чтобы это соответствие было допустимо, нужно, чтобы при существовании тождества двух точек M и M' , соответствующих в первом пространстве рядам Σ и Σ' , было также тождество двух соответствующих точек N и N' второго пространства, т. е. тождество двух точек, соответствующих двум рядам $S + \Sigma + S'$ и $S + \Sigma' + S'$. И мы сейчас увидим, что это условие выполнено.

Сделаем сначала одно замечание. Так как S и S' взаимно обратимы, то $S + S' = 0$, следовательно,

$$S + S' + \Sigma = \Sigma + S + S' = \Sigma,$$

или еще

$$\Sigma + S + S' + \Sigma' = \Sigma + \Sigma';$$

но из этого не следует, чтобы $S + \Sigma + S' = \Sigma$; потому что, хотя мы и воспользовались знаком сложения для того, чтобы представить последовательность

наших ощущений, однако ясно, что порядок этой последовательности не безразличен; поэтому мы не можем, как в обыкновенном сложении, менять порядок членов; короче говоря, наши операции ассоциативны, но не коммутативны.

Если так, то для того, чтобы Σ и Σ' соответствовали той же самой точке $M = M'$ первого пространства, необходимо и достаточно, чтобы $\Sigma' = \Sigma + \sigma$; тогда будем иметь

$$S + \Sigma' + S' = S + \Sigma + \sigma + S' = S + \Sigma + S' + S + \sigma + S'.$$

Но мы только что констатировали, что $S + \sigma + S'$ есть один из рядов σ' . Следовательно, получим

$$S + \Sigma' + S' = S + \Sigma + S' + \sigma',$$

а это значит, что ряды $S + \Sigma' + S'$ и $S + \Sigma + S'$ соответствуют одной и той же точке $N = N'$ второго пространства, что и требовалось доказать.

Итак два наших пространства соответствуют друг другу, точка — точке; они могут быть «преобразованы» одно в другое; они изоморфны; как мы пришли к заключению об их тождестве?

Рассмотрим два ряда σ и $S + \sigma + S' = \sigma'$. Я сказал, что часто, но не всегда, ряд σ сохраняет осязательное впечатление A , испытываемое пальцем D ; а также часто (но не всегда) бывает, что ряд σ' сохраняет осязательное впечатление A' , испытываемое пальцем D' . И я констатирую, что *очень часто* (т. е. гораздо чаще, чем то, что я сейчас назвал «часто») бывает, что если ряд σ сохранил впечатление A пальца D , то ряд σ' сохраняет в то же самое время впечатление A' пальца D' ; и обратно — что если первое впечатление изменилось, то изменилось и второе. Это бывает *очень часто*, но не всегда.

Мы объясняем этот экспериментальный факт, говоря, что неизвестный предмет a , который вызывает ощущение A в пальце D , тождествен с неизвестным предметом a' , который вызывает ощущение A' в пальце D' . И в самом деле, когда первый предмет шевелится, о чем нам дает знать исчезновение впечатления A , второй также шевелится, потому что впечатление A' также исчезает. Когда первый предмет остается неподвижным, неподвижным остается и второй предмет. Если эти два предмета тождественны,

то — так как первый находится в точке M первого пространства, второй же в точке N второго пространства, — это значит, что эти две точки тождественны. Вот как мы пришли к представлению о тождестве этих двух пространств; или — лучше — вот, что мы хотим сказать, когда говорим, что они тождественны.

Сказанное только что о тождестве двух тактильных пространств избавляет нас от исследования вопроса о тождестве тактильного пространства и пространства визуального, так как он рассматривался бы тем же самым способом.

§ 5. Пространство и эмпиризм

Можно подумать, что я скоро дойду до заключений, согласных с идеями эмпириков. Действительно, я старался изложить роль опыта и проанализировать те экспериментальные факты, которые оказывают влияние на происхождение пространства трех измерений. Но какова бы ни была важность этих фактов, есть одно обстоятельство, которого нам не следует забывать и на которое, впрочем, я не один раз обращал внимание. Эти экспериментальные факты сбываются часто, но не всегда. Очевидно, это не значит, что пространство часто, но не всегда имеет три измерения.

Я хорошо знаю, что легко отделаться от этого; если факты не подтверждаются, то это легко объяснить тем, что внешние предметы не остались неподвижными. Если опыт удастся, то говорят, что он дает нам сведения о пространстве; если он не удастся, то сваливают вину на внешние предметы, говоря, что они не остались неподвижными; другими словами, если он не удастся, то применяют искусственный прием.

Эти ухищрения законны; я вполне согласен с этим; но раз они есть, то мы знаем, что свойства пространства не суть экспериментальные истины в собственном смысле этого слова. Если бы мы захотели оправдать другие законы, то могли бы также достигнуть этого, пользуясь другими аналогичными ухищрениями. Разве мы не могли бы всегда оправдывать эти ухищрения теми же самыми доводами? В крайнем случае нам могли бы сказать: «ваши ухищрения без сомне-