щественно в доказательстве Кантора), найдется целое число, которое будет однозначно определено законом соответствия и определением точки P; 4) закон соответствия должен быть предикативным, т. е. если он приводит в соответствие точку P и целое число, то это соответствие тому же целому числу не должно нарушиться, когда введут новые точки пространства. Вот что доказал Кантор, и это остается всегда справедливым; ясно, насколько сложен смысл, скрытый в кратком предложении: число точек пространства больше, чем число целых чисел.

Что же мы должны отсюда заключить? Всякая теорема математики должна быть доступна проверке. Когда я высказываю эту теорему, я утверждаю, что все проверки, которые я испробую, приведут к желаемому результату, и даже если одна из этих проверок требует труда, превосходящего человеческие силы, я утверждаю, что если много поколений сочтут нужным заняться этой проверкой, то и в этом случае она удастся. Теорема не имеет другого смысла; это остается верным и тогда, когда в ее формулировке говорится о бесконечных числах; но так как проверки могут быть проведены только для конечных чисел, то отсюда следует, что всякая теорема, относящаяся к бесконечным числам или вообще к тому, что называется бесконечным множеством, или трансфинитным количественным, или трансфинитным порядковым и т. д., не может быть чем-либо иным, как сокращенным способом формулирования предложений, относящихся к конечным числам. Если дело обстоит иначе, то эта теорема недоказуема, а если она недоказуема, то она не будет иметь смысла.

Следовательно, нельзя найти очевидные аксиомы, относящиеся к бесконечным числам; всякое свойство бесконечных чисел есть лишь перевод какого-либо свойства конечных чисел; именно это последнее может быть очевидным, тогда как первое необходимо доказать, сравнивая его с последним и показывая, что перевод точен.

7. Заключение

Противоречия, к которым пришли некоторые логики, происходят из-за того, что они не смогли избежать известных порочных кругов. Это случалось с ними, когда они рассматривали конечные совокупности, но еще более часто это случалось, когда они имели претензию рассматривать бесконечные совокупности. В первом случае они могли легко избежать той ловушки, в которую попали; или, точнее, они сами поставили ловушку, развлекались, попадая в нее, и даже были вынуждены тщательно следить за тем, чтобы не попасть мимо ловушки; одним словом, в этом случае противоречия являются только забавами. Совершенно другого рода те противоречия, которые вызваны понятием бесконечности; часто случается, что в них попадают совершенно нечаянно, и даже когда бывают предупреждены об их существовании, и тогда еще не бывают вполне спокойными.

Попытки выйти из этих затруднений интересны больше по заглавию, но они не вполне удовлетворительны.

Цермело пожелал построить безгрешную систему аксиом; но эти аксиомы не могут быть рассматриваемы как произвольные предписания, так как необходимо было доказать, что эти положения непротиворечивы, и так как, когда начинаешь с совершенно чистой доски, не остается ничего, на чем можно было бы основывать подобное доказательство. Необходимо поэтому, чтобы аксиомы были очевидны сами по себе. Но каков тот механизм, с помощью которого их строили? Взяли аксиомы, справедливые для конечных совокупностей; распространить их все на бесконечные совокупности нельзя было, и это распространение было сделано только для определенного их числа, выбранного более или менее произвольно. Впрочем, по-моему, как я уже говорил выше, ни одно предложение, относящееся к бесконечным совокупностям, не может быть очевидным интуитивно.

Рассел лучше понял природу того затруднения, которое нужно побороть, но, однако, полностью он с ним не справился, так как его иерархия типов предполагает уже готовую теорию порядковых чисел.

Что же касается меня, то я предполагаю держаться следующих правил:

1) представлять себе только такие объекты, которые могут быть определены конечным числом слов;

2) никогда не упускать из виду, что все предложения, относящиеся к бесконечности, должны быть пе-

реводом, сокращенным выражением предложений, относящихся к конечному;

3) избегать непредикативных классификаций и определений.

Все исследования, о которых мы говорили, имеют общий характер. Предлагается преподавать математику ученику, который еще не знает разницы между бесконечным и конечным; ему не торопятся преподать, в чем заключается эта разница, начинают с того, что показывают ему все то, что можно знать относительно бесконечности, не занимаясь этой разницей; затем в ограниченном районе того поля, которое ему дали обозреть, открывают ему маленький уголок, где прячутся конечные числа.

Мне это кажется психологически неверным; естественно, человеческий ум идет не так, и даже если бы пришлось отклониться от этого без особо неприятных противоречий, то тем не менее это был бы метод, противоречащий всякой здравой психологии.

Рассел, без сомнения, мне скажет, что он занимается не психологией, а логикой и эпистемологией; я же вынужден буду ответить, что нет логики и эпистемологии, независимых от психологии; и это признание, вероятно, прекратит спор, так как выявит непоправимое расхождение взглядов.

Глава V

МАТЕМАТИКА И ЛОГИКА

Несколько лет тому назад я имел случай предложить некоторые идеи, относящиеся к логике бесконечного, к применению бесконечности в математике, к тому употреблению, которое сделали ей вслед за Кантором; я объяснил, почему я не считаю законным некоторые способы рассуждений, которыми считали себя вправе пользоваться различные выдающиеся математики[1]). Естественно, я вызвал против себя строгие реплики; эти математики не считают, что они ошиблись, и они считают, что имели право делать то, что делали. Полемика затянулась, но не потому, что без конца приводились новые аргументы, а потому, что

[1]) См. главу IV этой работы. — *Примеч. ред.*