Углу ω здесь можно придавать произвольное значение.

Полезно также иметь в виду, что при $i=0$ имеют место равенства

$$A=\Omega+90^\circ;\ B=\Omega;\ C=\Omega.$$

При малых значениях i они должны приближенно выполняться.

Формулы, выражающие постоянные Гаусса через экваториальные элементы, будут даны в следующем параграфе.

Нетрудно видеть, что a, b, c суть углы, образованные орбитальной осью $S\zeta$ (перпендикулярной к плоскости орбиты) с экваториальными осями координат.

§ 6. Переход от эклиптических элементов орбиты к экваториальным и обратно

Положение орбиты чаще всего определяется эклиптической системой элементов i, Ω, ω. Но в некоторых случаях приходится пользоваться экваториальными элементами i', Ω', ω'. Чтобы найти эти последние, рассмотрим сферический треугольник, образованный экватором, эклиптикой и орбитой светила. Углы этого треугольника равны i, $180^\circ-i'$ и ε, причем стороны, противолежащие двум первым углам, равны соответственно Ω' и Ω; сторону, противолежащую углу ε, обозначим через d. Очевидно, $d=\omega'-\omega$.

Основные формулы сферической тригонометрии дают

$$\left.\begin{aligned}
\sin i' \sin \Omega' &= \sin i \sin \Omega,\\
\sin i' \cos \Omega' &= \cos i \sin \varepsilon + \sin i \cos \varepsilon \cos \Omega,\\
\cos i' &= \cos i \cos \varepsilon - \sin i \sin \varepsilon \cos \Omega,\\
\sin i' \sin d &= \sin \varepsilon \sin \Omega,\\
\sin i' \cos d &= \sin i \cos \varepsilon + \cos i \sin \varepsilon \cos \Omega,\\
\omega' &= \omega + d.
\end{aligned}\right\} \tag{6.1}$$

Можно воспользоваться также формулами Деламбра:

$$\left.\begin{aligned}
\cos\frac{1}{2} i' \sin\frac{1}{2}(\Omega'+d) &= \cos\frac{1}{2}(i-\varepsilon) \sin\frac{1}{2}\Omega,\\
\cos\frac{1}{2} i' \cos\frac{1}{2}(\Omega'+d) &= \cos\frac{1}{2}(i+\varepsilon) \cos\frac{1}{2}\Omega,\\
\sin\frac{1}{2} i' \sin\frac{1}{2}(\Omega'-d) &= \sin\frac{1}{2}(i-\varepsilon) \sin\frac{1}{2}\Omega,\\
\sin\frac{1}{2} i' \cos\frac{1}{2}(\Omega'-d) &= \sin\frac{1}{2}(i+\varepsilon) \cos\frac{1}{2}\Omega,\\
\omega' &= \omega + d.
\end{aligned}\right\} \tag{6.2}$$

Для обратного перехода от экваториальных элементов к эклиптическим служат формулы:

$$\left.\begin{aligned}
\sin i \sin \Omega &= \sin i' \sin \Omega', \\
\sin i \cos \Omega &= -\cos i' \sin \varepsilon + \sin i' \cos \varepsilon \cos \Omega', \\
\cos i &= \cos i' \cos \varepsilon + \sin i' \sin \varepsilon \cos \Omega', \\
\sin i \sin d &= \sin \varepsilon \sin \Omega', \\
\sin i \cos d &= \sin i' \cos \varepsilon - \cos i' \sin \varepsilon \cos \Omega', \\
\omega &= \omega' - d,
\end{aligned}\right\} \quad (6.3)$$

или, аналогично (6.2),

$$\left.\begin{aligned}
\sin \tfrac{1}{2} i \sin \tfrac{1}{2}(\Omega + d) &= \sin \tfrac{1}{2}(i' + \varepsilon) \sin \tfrac{1}{2}\Omega', \\
\sin \tfrac{1}{2} i \cos \tfrac{1}{2}(\Omega + d) &= \sin \tfrac{1}{2}(i' - \varepsilon) \cos \tfrac{1}{2}\Omega', \\
\cos \tfrac{1}{2} i \sin \tfrac{1}{2}(\Omega - d) &= \cos \tfrac{1}{2}(i' + \varepsilon) \sin \tfrac{1}{2}\Omega', \\
\cos \tfrac{1}{2} i \cos \tfrac{1}{2}(\Omega - d) &= \cos \tfrac{1}{2}(i' - \varepsilon) \cos \tfrac{1}{2}\Omega', \\
\omega &= \omega' - d.
\end{aligned}\right\} \quad (6.4)$$

Если пользоваться экваториальными элементами i', Ω', ω', то формулы (5.15), служащие для вычисления постоянных Гаусса, можно заменить такими:

$$\left.\begin{aligned}
\sin a' \sin A' &= \cos \Omega', \\
\sin a' \cos A' &= -\sin \Omega' \cos i', \\
\sin b' \sin B' &= \sin \Omega', \\
\sin b' \cos B' &= \cos \Omega' \cos i', \\
c' = i'&; \quad C' = 0,
\end{aligned}\right\} \quad (6.5)$$

получающимися из них при $\varepsilon = 0$.

Легко видеть при помощи соотношений (6.1), что

$$a' = a; \quad b' = b; \quad c' = c.$$

Таким образом, для вычисления прямоугольных экваториальных координат будем иметь следующие формулы:

$$\left.\begin{aligned}
x &= r \sin a \sin (A' + \omega' + v), \\
y &= r \sin b \sin (B' + \omega' + v), \\
z &= r \sin c \sin (C' + \omega' + v),
\end{aligned}\right\} \quad (6.6)$$

причем очевидно, что

$$A' + \omega' = A + \omega; \quad B' + \omega' = B + \omega; \quad C' + \omega' = C + \omega.$$