§ 7. Вычисление эфемерид малых планет и комет

В предыдущих параграфах были подробно рассмотрены способы нахождения прямоугольных гелиоцентрических координат светил. Зная прямоугольные гелиоцентрические экваториальные координаты x, y, z, по формулам переноса начала легко получить геоцентрические экваториальные координаты. Они будут равны

$$x+X; \qquad y+Y; \qquad z+Z,$$

где через X, Y, Z обозначены геоцентрические прямоугольные экваториальные координаты Солнца.

Обозначим через ρ, α и δ полярные геоцентрические координаты — геоцентрическое расстояние, прямое восхождение и склонение. Тогда

$$\left.\begin{aligned} \rho\cos\delta\cos\alpha &= x+X, \\ \rho\cos\delta\sin\alpha &= y+Y, \\ \rho\sin\delta &= z+Z. \end{aligned}\right\} \tag{7.1}$$

Эти формулы являются основой сопоставления теории с наблюдениями, так как находимые по ним значения α и δ можно сравнивать (после учета некоторых поправок, рассматриваемых в гл. VII) с наблюдаемыми значениями этих величин.

Координаты Солнца X, Y, Z известны из теории движения Земли. При помощи астрономических ежегодников они легко могут быть найдены для любого момента времени.

Формулы (7.1) служат как для вычисления изолированных положений светил, так и для вычисления эфемерид.

Эфемеридой называется таблица геоцентрических положений светила для ряда равноотстоящих моментов, позволяющая достаточно удобно находить его положения для всех промежуточных моментов.

Эфемериды бывают двух родов. Для того чтобы можно было найти и наблюдать малую планету или комету, вычисляется *поисковая эфемерида*. Так как точность до $1'$ здесь вполне достаточна, то вычисление такой эфемериды производится с четырьмя или пятью знаками. Точные эфемериды вычисляются в тех случаях, когда нужно сравнить группу близких между собой наблюдений с теорией. Обычно они вычисляются с точностью до $0^s{,}01$ по прямому восхождению и до $0''{,}1$ по склонению.

Отличие вычисления эфемериды от вычисления изолированных положений светил заключается прежде всего в том, что при вычислении эфемериды почти весь вычислительный процесс удобно и надежно контролируется при помощи разностей. Кроме того, решение уравнения Кеплера существенно облегчается тем, что экстраполирование дает почти точные значения E для дальнейших моментов, как только получены значения этой величины для 2—3 первых моментов.

Вычисление эфемериды начинается с нахождения векторов $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{Q}$, рассмотренного в § 5.

В случае эллиптического движения вычисляем вспомогательные величины $(b=a\sqrt{1-e^2})$:

$$\left.\begin{aligned} A_x&=aP_x; & A_y&=aP_y; & A_z&=aP_z,\\ B_x&=bQ_x; & B_y&=bQ_y; & B_z&=bQ_z, \end{aligned}\right\} \tag{7.2}$$

после чего формулы (7.1) дают

$$\left.\begin{aligned} \rho\cos\delta\cos\alpha&=A_x(\cos E-e)+B_x\sin E+X,\\ \rho\cos\delta\sin\alpha&=A_y(\cos E-e)+B_y\sin E+Y,\\ \rho\sin\delta&=A_z(\cos E-e)+B_z\sin E+Z. \end{aligned}\right\} \tag{7.3}$$

Если вычисления производятся при помощи указанных в § 2 таблиц Иннеса или Штракке, то вместо величин B_x, B_y, B_z употребляются величины

$$B'_x=aQ_x;\quad B'_y=aQ_y;\quad B'_z=aQ_z.$$

В случае параболического движения пользуются вспомогательными величинами

$$\left.\begin{aligned} m_x&=qP_x; & m_y&=qP_y; & m_z&=qP_z,\\ n_x&=2qQ_x; & n_y&=2qQ_y; & n_z&=2qQ_z, \end{aligned}\right\} \tag{7.4}$$

и геоцентрические положения находят по формулам

$$\left.\begin{aligned} \rho\cos\delta\cos\alpha&=m_x(1-\sigma^2)+n_x\sigma+X,\\ \rho\cos\delta\sin\alpha&=m_y(1-\sigma^2)+n_y\sigma+Y,\\ \rho\sin\delta&=m_z(1-\sigma^2)+n_z\sigma+Z. \end{aligned}\right\} \tag{7.5}$$

Наконец, в случае движения по орбите, эксцентриситет которой близок к единице, по формулам § 4 находят ξ, η. Формулы (5.8) дадут x, y, z, после чего вычисление заканчивается по формулам (7.1).

Если вычисления выполняются при помощи логарифмов, то гелиоцентрические координаты вычисляют обычно при помощи постоянных Гаусса, как это было показано в § 5.

Барицентрическая эфемерида. В формулах (7.1) обычно берутся геоцентрические координаты Солнца X_g, Y_g, Z_g, что дает геоцентрические координаты светила α_g, δ_g, ρ_g.

Так как центр Земли обращается вокруг центра инерции системы Земля — Луна в 27 суток, то при шаге эфемериды, превышающем 4—5 суток, ход разностей X_g, Y_g, Z_g, а следовательно, и α_g, δ_g, не отличается должной плавностью (если эфемерида вычисляется с большой точностью), даже в том случае, когда гелиоцентрические координаты светила x, y, z меняются очень плавно. Чтобы облегчить интерполирование и сделать его более точным, приходится уменьшать шаг.

В подобных случаях вместо геоцентрической эфемериды иногда употребляют барицентрическую, т. е. такую, в которой за начало координат принят центр инерции системы Земля — Луна.

Чтобы получить барицентрические координаты α_b, δ_b, ρ_b, нужно в формулы (7.1) подставить барицентрические координаты Солнца X_b, Y_b, Z_b. Для вычисления этих последних служат следующие легко выводимые соотношения:

$$\left.\begin{aligned} X_b = X_g - dX; \quad Y_b = Y_g - dY; \quad Z_b &= Z_g - dZ, \\ dX &= B \operatorname{cosec} \pi_☾ \cos\delta_☾ \cos\alpha_☾, \\ dY &= B \operatorname{cosec} \pi_☾ \cos\delta_☾ \sin\alpha_☾, \\ dZ &= B \operatorname{cosec} \pi_☾ \sin\delta_☾, \end{aligned}\right\} \quad (7.6)$$

$B = \frac{\mu}{1+\mu} \sin 8'',80 = 5,179 \cdot 10^{-7}$; $\lg B = 3,7143_{-10}$, где через $\alpha_☾$, $\delta_☾$, $\pi_☾$ обозначены прямое восхождение, склонение и параллакс Луны, а через μ — отношение масс Луны и Земли.

При вычислении B было принято:

$$\mu = 1/81,375 \text{ [E. Rabe, 1949]}.$$

При сравнении барицентрической эфемериды с наблюдениями надо либо от полученных из наблюдений (после учета параллакса) геоцентрических α_g, δ_g перейти к барицентрическим α_b, δ_b, либо полученные из эфемериды барицентрические координаты обратить в геоцентрические. Для этого служат следующие формулы, получаемые из (7.1) дифференцированием:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_g = \alpha_b + d\alpha; \quad \delta_g = \delta_b + d\delta; \quad \rho_g &= \rho_b + d\rho, \\ \rho \cos\delta \operatorname{arc} 1'' \cdot d\alpha &= -\sin\alpha\, dX + \cos\alpha\, dY, \\ \rho \operatorname{arc} 1'' \cdot d\delta &= -\sin\delta\cos\alpha\, dX - \sin\delta\sin\alpha\, dY + \cos\delta\, dZ, \\ d\rho &= \cos\delta\cos\alpha\, dX + \cos\delta\sin\alpha\, dY + \sin\delta\, dZ. \end{aligned}\right\} \quad (7.7)$$

Величины dX, dY, dZ даются формулами (7.6).

§ 8. Поисковые эфемериды

За немногими исключениями, малую планету целесообразно наблюдать лишь около времени оппозиции. Поэтому эфемериды, предназначенные для поисков и наблюдений малых планет, обычно охватывают 50-дневный интервал, середина которого