вычисляем

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(1 - e); \quad \operatorname{tg} v_1; \quad \operatorname{tg} v_2.$$

Формулы (§ 4, гл. IV)

$$\operatorname{tg} v = \eta' \xi = k^2 U(\varepsilon) U(\zeta) \sigma (1 - \sigma^2)^{-1},$$

$$\zeta = \varepsilon \sigma^2; \quad B = \sigma U(\zeta) + \sigma^3 V(\zeta)$$

дают возможность найти величины

$$B_1 = q^{-3/2}(t_1 - T); \quad B_2 = q^{-3/2}(t_2 - T) \tag{3.15}$$

при помощи немногих, быстро сходящихся приближений.

Отсюда

$$q^{-3/2} = (B_2 - B_1)/(t_2 - t_1), \tag{3.16}$$

$$T = t_1 - q^{3/2} B_1 = t_2 - q^{3/2} B_2. \tag{3.17}$$

Согласие величины (3.16), вытекающей из закона площадей, с величиной

$$q = p/(1 + e),$$

даваемой геометрическими соображениями, служит контролем вычислений и гарантией правильности принятого значения параметра p.

§ 4. Вычисление орбиты по двум гелиоцентрическим положениям и параметру. Второй способ

Задача заключается в нахождении элементов орбиты, если известны положения светила

$$\boldsymbol{r}_1 = \{x_1, y_1, z_1\}; \quad \boldsymbol{r}_2 = \{x_2, y_2, z_2\}$$

в моменты t_1 и t_2 и параметр p.

Решение задачи, изложенное в предыдущем параграфе, чаще всего употребляется в практике нахождения орбит по наблюдениям. Но иногда может оказаться более удобным следующее решение, дающее сразу элементы, определяющие положение плоскости орбиты.

Полагая опять, что $t_1 < t_2$ и что угол $2f = v_2 - v_1 < 90°$, рассмотрим векторное произведение $\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2$, абсолютную величину которого будем обозначать через

$$[r_1 r_2] = r_1 r_2 \sin 2f. \tag{4.1}$$

Компоненты этого произведения по осям координат равны

$$[r_1 r_2] R_x; \quad [r_1 r_2] R_y; \quad [r_1 r_2] R_z,$$

где через R_x, R_y, R_z обозначены, как и раньше, направляющие косинусы орбитальной оси $S\zeta$, перпендикулярной к плоскости орбиты.

Мы видели (§ 5 гл. IV), что

$$R_x = \sin i' \sin \Omega'; \quad R_y = -\sin i' \cos \Omega'; \quad R_z = \cos i'.$$

Поэтому, полагая для краткости

$$x_{12} = y_1 z_2 - y_2 z_1; \quad y_{12} = x_1 z_2 - x_2 z_1; \quad z_{12} = x_1 y_2 - x_2 y_1,$$

получим уравнения

$$\left.\begin{aligned} [r_1 r_2] \sin i' \sin \Omega' &= x_{12}, \\ [r_1 r_2] \sin i' \cos \Omega' &= y_{12}, \\ [r_1 r_2] \cos i' \qquad &= z_{12}, \end{aligned}\right\} \tag{4.2}$$

позволяющие найти элементы i, Ω' и угол $2f$. После этого уравнения (3.7) дадут e и v_1, а соотношения

$$\left.\begin{aligned} r_1 \sin u_1' &= (y_1 \cos \Omega' - x_1 \sin \Omega') \sec i' = z_1 \operatorname{cosec} i', \\ r_1 \cos u_1' &= x_1 \cos \Omega' + y_1 \sin \Omega', \\ \omega' &= u_1' - v_1, \end{aligned}\right\} \tag{4.3}$$

аналогичные равенствам (2.7) и (2.8), позволят найти элемент ω'.

Элементы a и M_0 (или T) находятся по формулам, указанным в предыдущем параграфе.

Если имеется в виду вычисление эфемериды, то по экваториальным элементам i', Ω' и ω' находят постоянные Гаусса. Для этого служат формулы (2.11). Если же нужны эклиптические элементы, для их вычисления можно воспользоваться формулами

$$\left.\begin{aligned} [r_1 r_2] \sin i \sin \Omega &= x_{12}, \\ [r_1 r_2] \sin i \cos \Omega &= y_{12} \cos \varepsilon - z_{12} \sin \varepsilon, \\ [r_1 r_2] \cos i \qquad &= y_{12} \sin \varepsilon + z_{12} \cos \varepsilon, \end{aligned}\right\} \tag{4.4}$$

которые являются следствием соотношений (4.2) и формул поворота осей координат. Эти формулы здесь несколько удобнее, нежели формулы (6.3) гл. IV.

Чтобы найти ω, можно употребить одно из уравнений (§ 6 гл. IV):

$$\left.\begin{aligned} \sin \tfrac{1}{2}(\Omega - d) &= \cos \tfrac{1}{2}(i' + \varepsilon) \sin \tfrac{1}{2} \Omega' \sec \tfrac{1}{2} i, \\ \cos \tfrac{1}{2}(\Omega - d) &= \cos \tfrac{1}{2}(i' - \varepsilon) \cos \tfrac{1}{2} \Omega' \sec \tfrac{1}{2} i, \end{aligned}\right\} \tag{4.5}$$

где $d = \omega' - \omega$. Другое уравнение должно быть учтено при выборе квадранта.