ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

НАХОЖДЕНИЕ ОРБИТ ИЗ НАБЛЮДЕНИЙ

ГЛАВА VII

СОПОСТАВЛЕНИЕ ВЫЧИСЛЕННЫХ И НАБЛЮДЕННЫХ ПОЛОЖЕНИЙ СВЕТИЛ

§ 1. Учет параллакса

Зависимость между даваемыми теорией гелиоцентрическими координатами светила (x, y, z) и доступными наблюдению его сферическими координатами α и δ устанавливается уравнениями (§ 7 гл. IV)

$$\left.\begin{aligned} \rho\cos\delta\cos\alpha &= x + X, \\ \rho\cos\delta\sin\alpha &= y + Y, \\ \rho\sin\delta &= z + Z, \end{aligned}\right\} \tag{1.1}$$

где через X, Y, Z обозначены прямоугольные экваториальные координаты Солнца.

Все координаты, входящие в основные уравнения (1.1), должны быть отнесены к одной и той же плоскости экватора и одному и тому же равноденствию. Но, кроме этого, стоящие слева координаты светила и стоящие справа координаты Солнца должны быть отнесены к одному и тому же началу координат. Тут возможны два случая.

При вычислении эфемериды в правых частях уравнений (1.1) берутся геоцентрические координаты Солнца. В этом случае даваемые этими уравнениями координаты α, δ, ρ будут также геоцентрические. Чтобы сравнить их с даваемыми наблюдениями топоцентрическими координатами α^0, δ^0, нужно эти последние привести к центру Земли.

Обозначим через dx, dy, dz геоцентрические прямоугольные экваториальные координаты места наблюдения в момент рассматриваемого нами наблюдения. В таком случае

$$\left.\begin{aligned} \rho\cos\delta\cos\alpha &= \rho^0\cos\delta^0\cos\alpha^0 + dx, \\ \rho\cos\delta\sin\alpha &= \rho^0\cos\delta^0\sin\alpha^0 + dy, \\ \rho\sin\delta &= \rho^0\sin\delta^0 + dz. \end{aligned}\right\} \tag{1.2}$$

Пусть φ' и $\bar{\rho}'$ — геоцентрическая широта и геоцентрическое расстояние (выраженное в астрономической единице) места наблюдения. Через s обозначим местное звездное время.

Тогда

$$dx = \bar{\rho}' \cos\varphi' \cos s; \quad dy = \bar{\rho}' \cos\varphi' \sin s; \quad dz = \bar{\rho}' \sin\varphi'. \tag{1.3}$$

Для всех светил, кроме Луны, $\bar{\rho}'$ столь мало́ по сравнению с ρ и ρ^0, что величины

$$d\alpha = \alpha - \alpha^0; \quad d\delta = \delta - \delta^0; \quad d\rho = \rho - \rho^0$$

можно рассматривать как дифференциалы. Это позволяет заменить равенства (1.2) такими:

$$\begin{aligned}\cos\delta\cos\alpha\, d\rho - \rho\sin\delta\cos\alpha\, d\delta - \rho\cos\delta\sin\alpha\, d\alpha &= dx,\\ \cos\delta\sin\alpha\, d\rho - \rho\sin\delta\sin\alpha\, d\delta + \rho\cos\delta\cos\alpha\, d\alpha &= dy,\\ \sin\delta\, d\rho + \rho\cos\delta\, d\delta &= dz.\end{aligned}$$

Отсюда

$$\left.\begin{aligned}\rho\cos\delta\, d\alpha &= -\sin\alpha\, dx + \cos\alpha\, dy,\\ \rho\, d\delta &= -\sin\delta\cos\alpha\, dx - \sin\delta\sin\alpha\, dy + \cos\delta\, dz,\end{aligned}\right\} \tag{1.4}$$

что после подстановки выражений (1.3) дает

$$\left.\begin{aligned}\rho\cos\delta\, d\alpha &= \bar{\rho}'\cos\varphi'\sin(s-\alpha),\\ \rho\, d\delta &= -\bar{\rho}'\cos\varphi'\cos(s-\alpha)\sin\delta + \bar{\rho}'\sin\varphi'\cos\delta.\end{aligned}\right\} \tag{1.5}$$

Геоцентрическое расстояние места наблюдения, выраженное в частях экваториального радиуса Земли, обозначим через ρ'. Очевидно,

$$\bar{\rho}' = \rho' \sin p_{\odot}. \tag{1.6}$$

Поэтому, выражая обе части первого из равенств (1.5) в секундах времени, а второго — в секундах дуги, получим

$$\rho p_\alpha = C^s \sec\delta\sin(s-\alpha); \quad \rho p_\delta = S''\cos\delta - C''\sin\delta\cos(s-\alpha), \tag{1.7}$$

где $\left(p_{\odot} = 8{,}''80\right)$

$$C^s = 0{,}^s5867\rho'\cos\varphi'; \quad C'' = 8{,}''80\rho'\cos\varphi'; \quad S'' = 8{,}''80\rho'\sin\varphi',$$

а через p_α и p_δ обозначены разности $\alpha-\alpha^0$ и $\delta-\delta^0$, выраженные соответственно в секундах времени и в секундах дуги.

Конечно, в правых частях равенств (1.7) можно считать $\alpha=\alpha^0$, $\delta=\delta^0$.

Вторую из формул (1.7) можно заменить такой:

$$\rho p_\delta = S\operatorname{cosec}\gamma\sin(\gamma-\delta),$$

где вспомогательный угол γ определяется условиями

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \varphi' \sec (s - \alpha); \quad 0^\circ < \gamma < 180^\circ.$$

Таким образом, чтобы сравнить наблюденное топоцентрическое положение светила (α^0, δ^0) с эфемеридным, нужно, взяв из эфемериды геоцентрическое расстояние ρ, найти по формулам (1.7) параллактические смещения p_α и p_δ; исправленные за параллакс координаты $\alpha^0 + p_\alpha$, $\delta^0 + p_\delta$ дадут геоцентрическое положение светила, уже сопоставимое с эфемеридой.

Величины ρp_α и ρp_δ, носящие название *параллактических множителей*, обычно публикуются вместе с наблюдениями.

Рассмотрим теперь другой случай, когда уравнения (1.1) применяются к нахождению орбиты вновь открытого светила. Так как здесь ρ еще совершенно не известно, то мы не можем от полученных из наблюдений топоцентрических координат перейти к соответствующим геоцентрическим. Таким образом, вместо уравнений (1.1), где (α, δ, ρ) и (X, Y, Z) — геоцентрические координаты, приходится пользоваться уравнениями

$$\begin{aligned} \rho^0 \cos \delta^0 \cos \alpha^0 &= x + X - dx, \\ \rho^0 \cos \delta^0 \sin \alpha^0 &= y + Y - dy, \\ \rho^0 \sin \delta^0 &= z + Z - dz, \end{aligned}$$

получающимися путем подстановки (1.2) в (1.1).

Стоящие справа выражения

$$X^0 = X + \Delta X; \quad Y^0 = Y + \Delta Y; \quad Z^0 = Z + \Delta Z,$$

где

$$\Delta X = -dx; \quad \Delta Y = -dy; \quad \Delta Z = -dz$$

представляют топоцентрические координаты Солнца.

Соотношения (1.3) и (1.6) дают

$$\Delta X = A \cos s; \quad \Delta Y = A \sin s; \quad \Delta Z = -\sin p_\odot \cdot \rho' \sin \varphi', \quad (1.8)$$

где

$$A = -\sin p_\odot \cdot \rho' \cos \varphi'.$$

Итак, в рассматриваемом нами случае от геоцентрических координат Солнца, даваемых ежегодниками, переходят к топоцентрическим путем прибавления поправок (1.8). Это дает возможность пользоваться уравнениями того же вида (1.1), но с топоцентрическими координатами светила в левых частях.

Величины C, S, $\operatorname{tg} \varphi'$, а также A и ΔZ, зависящие только от места наблюдения, даются в астрономических ежегодниках для всех обсерваторий *).

*) Специальные таблицы для вычисления поправки за параллакс дает Расмусен [1951] и В. И. Орельская [1959].