скорости света (в пустоте) по отношению к этой системе отсчета, в результате чего получается вектор скорости света по отношению к системе отсчета, связанной с наблюдателем *).

В самом деле, пусть $AO = c$ есть вектор скорости света в «неподвижной» системе отсчета (рис. 13). Вычтя из него вектор $\boldsymbol{v}$, представляющий скорость наблюдателя относительно этой системы, получим вектор AO^*, представляющий скорость света в системе отсчета, связанной с наблюдателем. Треугольник AOO^* дает соотношение (2.5).

§ 3. Учет аберрации

Рассмотрим влияние звездной аберрации на экваториальные координаты светил.

Обозначим через (α, δ) сферические экваториальные координаты истинного направления AO (см. рис. 13) на светило, а через $(\alpha+\Delta\alpha, \delta+\Delta\delta)$ — координаты видимого направления O^*A. Тогда

$$\left.\begin{aligned}(c+\Delta c)\cos(\delta+\Delta\delta)\cos(\alpha+\Delta\alpha) &= c\cos\delta\cos\alpha+\dot{x},\\ (c+\Delta c)\cos(\delta+\Delta\delta)\sin(\alpha+\Delta\alpha) &= c\cos\delta\sin\alpha+\dot{y},\\ (c+\Delta c)\sin(\delta+\Delta\delta) &= c\sin\delta+\dot{z},\end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

где $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ — компоненты скорости наблюдателя по экваториальным осям координат. Отрезок $OA = c$ представляет скорость света в пустоте, а отрезок $O^*A = c+\Delta c$ — скорость света в движущейся системе отсчета, но измеренную при помощи единицы времени, соответствующей неподвижной системе отсчета.

Пренебрегая квадратами поправок $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, Δc, из соотношений (3.1) имеем

$$\begin{Vmatrix}\Delta\alpha\\ \Delta\delta\end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix}-\sec\delta\sin\alpha & +\sec\delta\cos\alpha & 0\\ -\sin\delta\cos\alpha & -\sin\delta\sin\alpha & \cos\delta\end{Vmatrix}\begin{Vmatrix}\dot{x}/c\\ \dot{y}/c\\ \dot{z}/c\end{Vmatrix}. \tag{3.2}$$

Годичная аберрация. Экваториальные гелиоцентрические координаты Земли даются формулами

$$x = -R\cos\odot;\quad y = -R\cos\varepsilon\sin\odot;\quad z = -R\sin\varepsilon\sin\odot, \tag{3.3}$$

---

*) Эта интерпретация приближенной формулы (2.5) формально совпадает с тем объяснением явления аберрации, которое было дано Брадлеем в 1727 г. Конечно, эту интерпретацию можно рассматривать лишь как удобное мнемоническое правило, а объяснение явления аберрации дается, как мы видели, преобразованием Лоренца (2.1).

где R — радиус-вектор Земли, $\odot$ — истинная долгота Солнца, ε — наклон эклиптики к экватору. Очевидно

$$\odot = \Gamma + v,$$

где v и Γ — истинная аномалия и долгота перигея Солнца.

Рассматривая движение Солнца относительно центра инерции системы Земля — Луна как эллиптическое, имеем

$$R = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v},$$

$$\frac{d\odot}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{na^2\sqrt{1-e^2}}{R^2}; \quad \frac{dR}{dt} = \frac{nea\sin v}{\sqrt{1-e^2}},$$

вследствие чего дифференцирование выражений (3.3) дает

$$\dot{x} = na(1-e^2)^{-1/2}(\sin\odot + e\sin\Gamma),$$

$$\dot{y} = -na(1-e^2)^{-1/2}(\cos\odot + e\cos\Gamma)\cos\varepsilon,$$

$$\dot{z} = -na(1-e^2)^{-1/2}(\cos\odot + e\cos\Gamma)\sin\varepsilon,$$

откуда

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}/c &= A(\sin\odot + e\sin\Gamma), \\ \dot{y}/c &= -A(\cos\odot + e\cos\Gamma)\cos\varepsilon, \\ \dot{z}/c &= -A(\cos\odot + e\cos\Gamma)\sin\varepsilon, \end{aligned}\right\} \tag{3.4}$$

где

$$A = \frac{na}{c\sqrt{1-e^2}}.$$

Эта величина носит название постоянной аберрации. С конца XIX в. по 1964 г. в астрономической практике употреблялось значение $A = 20'',47$, принятое Международной конференцией (Conférence Intérnationale des Étoiles Fondamentales. Paris, 1896), впервые унифицировавшей значения астрономических постоянных. На XII Генеральной ассамблее Международного Астрономического Союза в 1964 г. для A было принято значение, равное $20'',4958$.

Формулы (3.2) и (3.4) дают разности

$$\Delta\alpha = \alpha_{\text{app}} - \alpha, \quad \Delta\delta = \delta_{\text{app}} - \delta,$$

служащие для перехода от истинных координат (α, δ) к видимым $(\alpha_{\text{app}}, \delta_{\text{app}})$ и обратно.

Таким образом, имеем

$$\left.\begin{aligned}\alpha_{app} &= \alpha - 20{,}''496(\sin\alpha\sin\odot + \cos\alpha\cos\odot\cos\varepsilon)\sec\delta - \\ &\quad - 0{,}''343(\sin\alpha\sin\Gamma + \cos\alpha\cos\Gamma\cos\varepsilon)\sec\delta, \\ \delta_{app} &= \delta + 20{,}''496\,[(\sin\alpha\sin\delta\cos\varepsilon - \cos\delta\sin\varepsilon)\cos\odot - \\ &\quad - \cos\alpha\sin\delta\sin\odot] + \\ &\quad + 0{,}''343\,[(\sin\alpha\sin\delta\cos\varepsilon - \cos\delta\sin\varepsilon)\cos\Gamma - \\ &\quad - \cos\alpha\sin\delta\sin\Gamma].\end{aligned}\right\} \quad (3.5)$$

Входящая в эти формулы долгота перигея Солнца дается табличкой

$$t = 1800{,}0 \qquad 1900{,}0 \qquad 2000{,}0$$
$$\Gamma = 279°30' \qquad 281°13' \qquad 282°56',$$

которая показывает, что члены формулы (3.5), зависящие от Г, практически постоянны. Это позволило считать эти члены включенными в средние места звезд. При переходе от среднего места звезды к видимому и обратно их поэтому не учитывают. Таким образом, для звезд учет годичной аберрации производится всегда либо по формулам

$$\alpha_{app} - \alpha = cC + dD; \quad \delta_{app} - \delta = c'C + d'D, \qquad (3.6)$$

где

$$c = \sec\delta\cos\alpha; \qquad c' = \operatorname{tg}\varepsilon\cos\delta - \sin\alpha\sin\delta,$$
$$d = \sec\delta\sin\alpha; \qquad d' = \cos\alpha\sin\delta,$$

либо по формулам

$$\left.\begin{aligned}\alpha_{app} - \alpha &= h\sin(H + \alpha)\sec\delta; \\ \delta_{app} - \delta &= h\cos(H + \alpha)\sin\delta + i\cos\delta.\end{aligned}\right\} \qquad (3.7)$$

Величины C, D, h, H, i даются астрономическими ежегодниками. До 1960 г. они вычислялись по формулам

$$\left.\begin{aligned}&C = -20{,}''47\cos\varepsilon\cos\odot; && D = -20{,}''47\sin\odot, \\ &h\sin H = C; && i = -20{,}''47\sin\varepsilon\cos\odot, \\ &h\cos H = D,\end{aligned}\right\} \quad (3.8)$$

которые непосредственно вытекают из сравнения выражений (3.6) и (3.7) с формулами (3.5) ($A = 20'',47$). Начиная с 1960 г., при вычислении этих величин для компонент $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ скорости движения Земли берутся не приближенные значения (3.4), основанные на теории эллиптического движения, а точные значения, вытекающие из теории возмущенного движения Земли.

Кроме того, координаты Земли x, y, z относят не к центру Солнца, а к центру инерции солнечной системы. Однако из полученной таким образом полной поправки за аберрацию вычитаются члены, зависящие от долготы перигея Солнца, как уже включенные в средние положения звезд.

Таким образом, начиная с 1960 г. редукционные величины, даваемые астрономическими ежегодниками, вычисляются по формулам

$$\left.\begin{aligned} C &= +1189{,}''80\dot{y} + 0{,}''343\cos\varepsilon\cos\Gamma,\\ D &= -1189{,}80\dot{x} + 0{,}343\sin\varepsilon,\\ i &= +1189{,}80\dot{z} + 0{,}343\sin\varepsilon\cos\Gamma,\\ h\sin H = C;&\quad h\cos H = D;\quad i = C\,\mathrm{tg}\,\varepsilon, \end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

в которых $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ получаются при помощи численного дифференцирования точных координат Земли относительно центра инерции солнечной системы*). С 1964 г. числовые коэффициенты в формулах (3.9) принимаются равными $\pm 1191'',303$ и $+0'',343$, что соответствует новому значению постоянной аберрации $20'',4958$.

При введении поправок за годичную аберрацию в наблюдения планет, комет и спутников, члены, зависящие от долготы перигея Солнца, должны быть учтены.

Поэтому к разностям между видимыми и истинными координатами, найденным по формулам (3.7), должны быть еще прибавлены поправки

$$\Delta\alpha = h_0\sin(H_0+\alpha)\sec\delta;\quad \Delta\delta = h_0\cos(H_0+\alpha)\sin\delta + i_0\cos\delta, \tag{3.10}$$

где h_0, H_0, i_0 даются табличкой:

t	h_0	H_0	i_0
1800,0	0'',342	351°,3	—0'',022
1900,0	0,342	349,7	—0,026
2000,0	0,342	348,1	—0,030

*) Величины C и D, вычисленные по формулам (3.9), имеются в готовом виде для 1952—1959 гг. [Эккерт, Джоис и Кларк, 1954].

Чтобы судить о точности формул (3.8), употреблявшихся до 1960 г., можно отметить, что аберрация для центра Земли может отличаться от аберрации для центра инерции системы Земля—Луна на величины, доходящие до 0'',0085. С другой стороны, аберрации, вычисленные относительно центра Солнца и относительно центра инерции солнечной системы, могут отличаться на 0'',01.

Конечно, поправки (3.10) вводятся лишь при обработке достаточно точных наблюдений.

Суточная аберрация. Экваториальные геоцентрические координаты точки земной поверхности даются формулами

$$x = \rho' \cos\varphi' \cos s; \quad y = \rho' \cos\varphi' \sin s; \quad z = \rho' \sin\varphi', \qquad (3.11)$$

где ρ' и φ' — геоцентрическое расстояние и геоцентрическая широта, а s — местное звездное время.

Так как средние сутки равны 1,002 737 909 звездных суток, то угловая скорость вращения Земли равна

$$\dot{s} = 1296\,000'' \times 1{,}002\,737\,909.$$

Поэтому дифференцирование выражений (3.11) по времени и подстановка полученных производных $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ в формулы (3.2) дают

$$\alpha_{app} = \alpha + 0{,}''320 \cos\varphi' \cos(s - \alpha) \sec\delta,$$

$$\delta_{app} = \delta + 0{,}''320 \cos\varphi' \sin(s - \alpha) \sin\delta.$$

Эти формулы позволяют перейти от координат α_{app}, δ_{app}, отсчитываемых в системе, связанной с местом наблюдения, к координатам α, δ, соответствующим системе отсчета, связанной с центром Земли. В публикуемых координатах светил суточная аберрация уже учтена.

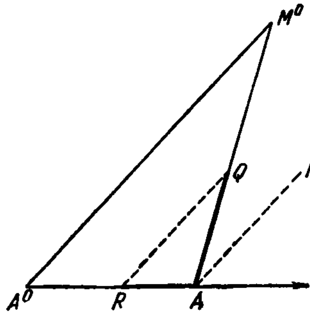

Рис. 14.

Планетная аберрация. Пусть в момент t^0 светило находилось в точке M^0, а наблюдатель (связанный с центром Земли) в точке A^0 (рис. 14). Свет, вышедший из M^0 в момент t^0, дойдет до наблюдателя в момент

$$t = t^0 + L\rho,$$

когда наблюдатель будет находиться уже в точке A. Через ρ обозначено расстояние AM^0, а через L — время, в течение которого свет проходит расстояние, равное одной астрономической единице.

Промежуток времени $L\rho$, употребляемый светом на прохождение расстояния AM^0, называется **аберрационным временем** или **световым временем**.

Взяв для скорости света значение

$$C = 299\,792{,}5 \pm 0{,}4 \ км/сек$$

и значение астрономической единицы длины, равное $149\,600 \times \times 10^3$ *км*, будем иметь

$$L = 0^d{,}00577560 = 499{,}012 \ сек.$$

Если же взять скорость света 299 974,6 *км/сек*, соответствующую принятому до 1964 г. значению постоянной аберрации ($A=20'',47$) и параллакса Солнца ($8'',80$), то получим (международный эллипсоид 1912 г.)

$$L = 498^s,383 = 0^d,005\,76832,$$

или (эллипсоид Красовского 1941 г.)

$$L = 498^s,382 = 0^d,005\,76831.$$

Движение наблюдателя за аберрационное время, приводящее его из точки A^0 в точку A, будем считать прямолинейным и равномерным. При этом допущении в треугольнике AA^0M^0 будем иметь

$$AM^0 = c(t - t^0), \qquad AA^0 = v(t - t^0),$$

где v — скорость движения Земли, производящая явление годической аберрации.

В неподвижной системе отсчета (т. е. связанной с Солнцем) наблюдатель, находящийся в точке A, регистрировал бы «истинное» направление на светило AM^0. Но так как наблюдатель движется, то он будет регистрировать светило в «видимом» направлении AN. Для получения этого видимого направления нужно, как было показано (§ 2), направление скорости света в неподвижной системе отсчета, даваемое вектором $\overrightarrow{QA}$, сложить с вектором $\overrightarrow{AR}$, равным и противоположным скорости наблюдателя.

Так как $QA = c$, $AR = v$, то видимое направление AN, параллельное RQ, будет параллельно прямой A^0M^0, представляющей истинное направление на светило в момент t^0. Этим доказывается справедливость первого правила Гаусса:

I. Видимое направление на светило в момент t совпадает с истинным направлением в момент $t^0 = t - L\rho$.

Если видимое направление AN исправить за звездную аберрацию (с учетом членов, зависящих от долготы перигея Солнца), то получим направление AM^0. Отсюда вытекает второе правило Гаусса:

II. Истинное направление на светило в момент t дает направление прямой, соединяющей положение Земли в момент t с положением светила в момент $t^0 = t - L\rho$.

При сравнении эфемериды с наблюдениями применяется первое правило. Так как в настоящее время обычно публикуются средние координаты светила, отнесенные к началу года, то к этим средним координатам придается звездная аберрация, вычисленная по формулам (3.7) и (3.10). Полученные таким образом видимые координаты для момента t сравниваются с координатами, взятыми из эфемериды для момента $t^0 = t - L\rho$.

При вычислении орбиты вновь открытого светила аберрацию удобнее учитывать при помощи второго правила. Заметим, что предположение о равномерности и прямолинейности движения наблюдателя нужно только для доказательства первого правила. Поэтому первое правило является лишь приближенным, тогда как второе является вполне точным. Например, для Нептуна, для которого аберрационное время превышает иногда 4,2 часа, применение первого правила может давать ошибки, доходящие до 0″,03.

§ 4. Постоянная аберрации

В предыдущем параграфе было показано, что для вычисления годичной аберрации, помимо элементов земной орбиты, нужно знать еще постоянную аберрации

$$A = \frac{na}{c\sqrt{1-e^2}}.$$

Чтобы применить эту формулу для вычисления A, возьмем за единицу длины километр, а за единицу времени средние сутки. Тогда

$$A = \frac{na_{km}}{86400c\sqrt{1-e^2}},$$

где a_{km} — большая полуось земной орбиты, выраженная в километрах, c — скорость света в *км/сек*, а n — среднее суточное движение Земли в секундах дуги.

Так как

$$a_{km} = \rho_0 \frac{206\,264'',8}{p_\odot},$$

где ρ_0 — экваториальный радиус земного эллипсоида в километрах, то получаем следующее соотношение:

$$Acp_\odot = C,$$

где

$$C = \frac{206\,264'',8 n\rho_0}{86\,400\sqrt{1-e^2}}.$$

Для 1900,0 имеем (по Ньюкому):

$$n = 3548'',192\,8323; \qquad e = 0,016\,751\,04.$$

Поэтому, прияяв $\rho_0 = 6378,388$ (эллипсоид Хейфорда, принятый в 1924 г. Международным геодезическим и геофизическим