Иногда может встретиться надобность перевести прямоугольные экваториальные координаты Солнца с одной эпохи на другую. Для этого служат формулы:

$$\left\| \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} X_x & Y_x & Z_x \\ X_y & Y_y & Z_y \\ X_z & Y_z & Z_z \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} X^0 \\ Y^0 \\ Z^0 \end{matrix} \right\|. \tag{5.3}$$

Если через X, Y, Z и X^0, Y^0, Z^0 обозначить координаты, отнесенные к экватору и равноденствию эпохи $1950{,}0+T$ и соответственно 1950,0, то элементы матрицы преобразования равны:

$$\left.\begin{aligned} X_x &= 1{,}0000\,0000 - 0{,}0002\,9696T^2 \\ &\quad - 0{,}0000\,0014T^3, \\ Y_x = -X_y &= -0{,}0223\,4941T - 0{,}0000\,0676T^2 \\ &\quad + 0{,}0000\,0221T^3, \\ Z_x = -X_z &= -0{,}0097\,1691T + 0{,}0000\,0206T^2 \\ &\quad + 0{,}0000\,0098T^3, \\ Y_y &= 1{,}0000\,0000 - 0{,}0002\,4975T^2 \\ &\quad - 0{,}0000\,0015T^3, \\ Z_y = Y_z &= -0{,}0001\,0858T^2, \\ Z_z &= 1{,}0000\,0000 - 0{,}0000\,4721T^2 \\ &\quad + 0{,}0000\,0002T^3, \end{aligned}\right\} \tag{5.4}$$

где T — интервал времени, выраженный в столетиях.

§ 6. Влияние прецессии на элементы орбиты

Рассмотрим прежде всего изменения, производимые прецессией в векторных элементах.

Аналогично (5.3), для перехода от векторных элементов $\boldsymbol{P}^0$, $\boldsymbol{Q}^0$, $\boldsymbol{R}^0$ эпохи 1950,0 к векторным элементам $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{R}$ эпохи $1950{,}0+T$ и обратно служат формулы

$$\left\| \begin{matrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} X_x & Y_x & Z_x \\ X_y & Y_y & Z_y \\ X_z & Y_z & Z_z \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} P_x^0 & Q_x^0 & R_x^0 \\ P_y^0 & Q_y^0 & R_y^0 \\ P_z^0 & Q_z^0 & R_z^0 \end{matrix} \right\|, \tag{6.1}$$

$$\left\| \begin{matrix} P_x^0 & Q_x^0 & R_x^0 \\ P_y^0 & Q_y^0 & R_y^0 \\ P_z^0 & Q_z^0 & R_z^0 \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} X_x & X_y & X_z \\ Y_x & Y_y & Y_z \\ Z_x & Z_y & Z_z \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{matrix} \right\|. \tag{6.2}$$

Коэффициенты $X_x, \ldots, Z_z$ могут быть вычислены по формулам (5.4). Их можно также найти в различных сборниках вспомогательных таблиц.

Переходя к учету влияния прецессии на угловые элементы, начнем с решения самой общей задачи о преобразовании таких элементов.

Пусть N_0 (рис. 15) есть восходящий узел орбиты $N_0N\Pi$ на основной плоскости γ_0A_0, в которой γ_0 служит началом счета долгот. Если перигелий находится в точке П, то элементы орбиты в этой системе отсчета будут

$$\gamma_0N_0=\Omega_0,\quad \angle A_0N_0\Pi=i_0,\quad N_0\Pi=\omega_0. \tag{6.3}$$

Элементы той же орбиты, но отнесенные к основной плоскости γA, в которой долготы отсчитываются от точки γ, обозначим через

$$\gamma N=\Omega,\quad \angle AN\Pi=i,\quad N\Pi=\omega. \tag{6.4}$$

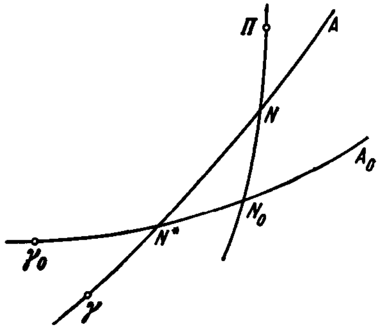

Рис. 15.

Положение иовой системы отсчета относительно прежней определяется величинами

$$\gamma_0N^*=\Omega_0^*,\quad \gamma N^*=\Omega^*,\ \angle A_0N^*A=i^*.$$

Применив к треугольнику N^*N_0N, образованному тремя узлами, формулы Деламбра, получим

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{1}{2}(\Omega-\Omega^*+d)\sin\frac{1}{2}i^*&=\sin\frac{1}{2}(\Omega_0-\Omega_0^*)\sin\frac{1}{2}(i_0+i^*),\\
\cos\frac{1}{2}(\Omega-\Omega^*+d)\sin\frac{1}{2}i^*&=\cos\frac{1}{2}(\Omega_0-\Omega_0^*)\sin\frac{1}{2}(i_0-i^*),\\
\sin\frac{1}{2}(\Omega-\Omega^*-d)\cos\frac{1}{2}i^*&=\sin\frac{1}{2}(\Omega_0-\Omega_0^*)\cos\frac{1}{2}(i_0+i^*),\\
\cos\frac{1}{2}(\Omega-\Omega^*-d)\cos\frac{1}{2}i^*&=\cos\frac{1}{2}(\Omega_0-\Omega_0^*)\cos\frac{1}{2}(i_0-i^*),
\end{aligned}\right\} \tag{6.5}$$

где

$$d=\omega_0-\omega.$$

Эти уравнения полностью решают задачу перехода от элементов (6.3) к элементам (6.4). Их можно заменить такими:

$$\left.\begin{aligned}
\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\Omega-\Omega^*+d)&=\frac{\sin\frac{1}{2}(i_0+i^*)}{\sin\frac{1}{2}(i_0-i^*)}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\Omega_0-\Omega_0^*),\\
\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\Omega-\Omega^*-d)&=\frac{\cos\frac{1}{2}(i_0+i^*)}{\cos\frac{1}{2}(i_0-i^*)}\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\Omega_0-\Omega_0^*),\\
\operatorname{tg}\frac{1}{2}(i-i_0)&=-\frac{\cos\frac{1}{2}(\Omega_0-\Omega_0^*+\Omega-\Omega^*)}{\cos\frac{1}{2}(\Omega_0-\Omega_0^*-\Omega+\Omega^*)}\operatorname{tg}\frac{i^*}{2}.
\end{aligned}\right\}\qquad(6.6)$$

Предположим теперь, что через (6.3) и (6.4) обозначены элементы, отнесенные соответственно к эклиптике и равноденствию эпохи 1900,0 и эпохи 1900,0+t. В таком случае,

$$\Omega_0^*=\Pi;\quad \Omega^*=\Pi+\int_0^t p\,dt;\quad i^*=(\pi)=\int_0^t \pi\,dt,\qquad(6.7)$$

где

$$\Pi=173^\circ57',06+0',5477t=173^\circ,9510+0^\circ,009128t$$

есть долгота восходящего узла эклиптики эпохи 1900,0+t на эклиптике эпохи 1900,0, а через

$$p=50'',2564+0'',000222t,\quad \pi=0'',4711-0'',000\,007t$$

обозначены соответственно годичная общая прецессия и годичная скорость вращения эклиптики в момент 1900,0+t. Интервал времени t выражен здесь в тропических годах.

Если интервал времени не превышает нескольких лет, то для нахождения прецессионных изменений элементов вместо точных формул (6.5) или (6.6) можно употребить гораздо более простые дифференциальные формулы. Чтобы получить эти формулы, обозначим через $\Omega+d\Omega$, $i+di$, $\omega+d\omega$, $\Omega^*+d\Omega^*$, $(\pi)+d(\pi)$ значения, соответствующие моменту $t+dt$, и применим к треугольнику N_0NN^* дифференциальные формулы сферической тригонометрии. Это дает

$$d\omega=-\cos i\,(d\Omega-d\Omega^*)-\sin i\sin(\Omega-\Omega^*)\,d(\pi),$$

$$d\Omega-d\Omega^*=-\cos i\,d\omega,\quad di=-\cos(\Omega-\Omega^*)\,d(\pi).$$

Если из двух первых соотношений найти $d\Omega - d\Omega^*$ и $d\omega$, то получим, учитывая (6.7),

$$\frac{d\Omega}{dt} = p + \operatorname{ctg} i \sin(\Omega - \Omega^*)\pi,$$

$$\frac{di}{dt} = -\cos(\Omega - \Omega^*)\pi,$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\operatorname{cosec} i \sin(\Omega - \Omega^*)\pi.$$

Интегрирование этих равенств в интервале от t_1 до t_2 дает

$$\left.\begin{aligned} \Omega_2 &= \Omega_1 + [p_m + \operatorname{ctg} i_m \sin(\Omega_m - \Pi_m)\pi_m](t_2 - t_1), \\ i_2 &= i_1 - \cos(\Omega_m - \Pi_m)\pi_m(t_2 - t_1), \\ \omega_2 &= \omega_1 - \operatorname{cosec} i_m \sin(\Omega_m - \Pi_m)\pi_m(t_2 - t_1), \end{aligned}\right\} \quad (6.8)$$

где индексами 1, 2, m обозначены величины, соответствующие моментам t_1, t_2, $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$, считаемым от 1900,0 и выраженным в тропических годах.

В первом приближении в правых частях формул (6.8) можно взять $\Omega_m = \Omega_1$, $i_m = i_1$, $\omega_m = \omega_1$, а затем повторить вычисление, принимая $\Omega_m = \frac{1}{2}(\Omega_1 + \Omega_2)$ и т. д.

Для вычисления влияния прецессии на экваториальные элементы Ω', i', ω' служат следующие легко выводимые формулы:

$$\left.\begin{aligned} \Omega'_2 &= \Omega'_1 + (m_m - n_m \operatorname{ctg} i'_m \cos\Omega'_m)(t_2 - t_1), \\ i'_2 &= i'_1 - n_m \sin\Omega'_m(t_2 - t_1), \\ \omega'_2 &= \omega'_1 + n_m \operatorname{cosec} i'_m \cos\Omega'_m(t_2 - t_1), \end{aligned}\right\} \quad (6.9)$$

где через

$$m = 46''{,}0850 + 0''{,}0002788t; \quad n = 20''{,}0468 - 0''{,}000\,0856t$$

обозначены годичные прецессии по прямому восхождению и склонению.