ГЛАВА VIII

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОРБИТ ПЛАНЕТ И КОМЕТ ПО ТРЕМ НАБЛЮДЕНИЯМ

§ 1. Введение

Нахождение орбиты вновь открытого светила, со всей необходимой точностью, есть длительный процесс, распадающийся на ряд этапов. Первым из этих этапов является вычисление орбиты при помощи возможно малого числа наблюдений, разделенных небольшими интервалами времени. Такая орбита необходима для вычисления эфемериды, обеспечивающей возможность продолжать наблюдения, а также как основа всей дальнейшей работы. Но она не может быть достаточно точной, так как ее искажают неизбежные ошибки наблюдений, причем влияние этих ошибок тем больше, чем меньше интервалы времени между наблюдениями и чем меньше использовано наблюдений. Поэтому найденная из наименьшего числа наблюдений предварительная орбита подвергается затем постепенному улучшению при помощи использования дальнейших наблюдений.

Каждое наблюдение светила, дающее для определенного момента t_h прямое восхождение α_h и склонение δ_h, позволяет написать (§ 7, гл. IV) три уравнения,

$$\rho_h\lambda_h = x_h + X_h; \quad \rho_h\mu_h = y_h + Y_h; \quad \rho_h\nu_h = z_h + Z_h, \qquad (1.1)$$

где

$$\lambda_h = \cos\delta_h \cos\alpha_h; \quad \mu_h = \cos\delta_h \sin\alpha_h; \quad \nu_h = \sin\delta_h. \qquad (1.2)$$

Так как геоцентрические *) координаты Солнца X_h, Y_h, Z_h для момента t_h нам известны, то неизвестными в этих уравнениях являются геоцентрическое расстояние ρ_h и шесть элементов орбиты, через которые выражаются гелиоцентрические координаты x_h, y_h, z_h.

*) При нахождении орбиты вновь открытого светила в уравнениях (1.1) берутся топоцентрические значения α_h, δ_h и, сообразно с этим, топоцентрические координаты Солнца (§ 1, гл. VII). В этом случае расстояния ρ_h являются топоцентрическими, но ради удобства мы будем в дальнейшем называть их всегда геоцентрическими. Это не может привести к недоразумениям.

В случае трех наблюдений, соответствующих значениям индекса $h=0$, 1, 2, система (1.1) будет состоять из девяти уравнений с девятью неизвестными:

$$\rho_0,\ \rho_1,\ \rho_2;\ a,\ e,\ M_0,\ \Omega,\ i,\ \omega.$$

Таким образом, для нахождения орбиты необходимо иметь по крайней мере три наблюдения. Изучение решения указанной системы девяти уравнений покажет, что в общем случае эта система разрешима, так что три наблюдения не только необходимы, но и достаточны. Лишь в некоторых исключительных случаях для получения орбиты нужно иметь не три, а четыре наблюдения.

Гелиоцентрические координаты светила являются весьма сложными функциями элементов орбиты. Поэтому еще Эйлер, впервые поставивший и значительно продвинувший вопрос о решении рассматриваемой системы уравнений, разделил эту задачу на две:

1) нахождение геоцентрических расстояний ρ_0, ρ_1, ρ_2;

2) вычисление элементов орбиты при помощи уже известных геоцентрических расстояний.

Вторую из этих задач мы можем считать уже решенной. В самом деле, зная геоцентрические расстояния, мы можем найти при помощи соотношений (1.1) гелиоцентрические положения для моментов наблюдений. Но уже двух таких положений достаточно (§ 3—9, гл. V) для нахождения элементов орбиты. Остается, таким образом, решить первую задачу.

Чтобы облегчить нахождение геоцентрических расстояний, целесообразно определять орбиту не обычными элементами a, e, ..., ω, а положением и скоростью светила в момент t_0, т. е. величинами x_0, y_0, z_0; x_0', y_0', z_0'. Через эти величины гелиоцентрические координаты выражаются рядами, расположенными по степеням интервала времени (§ 12, гл. III).

Для небольших интервалов времени между наблюдениями эти ряды быстро сходятся и позволяют дать достаточно простые приближенные выражения для гелиоцентрических координат.

Таким образом, открывается путь для нахождения геоцентрических расстояний последовательными приближениями.

§ 2. Соотношения между координатами трех гелиоцентрических положений светила

Сохраняя обозначения предыдущего параграфа, условимся нулевым индексом отмечать величины, относящиеся к среднему наблюдению, т. е. будем считать, что

$$t_1 < t_0 < t_2.$$