§ 4. Пример вычисления круговой орбиты

Для открытой в Симеизской обсерватории планеты 1931 TP были получены следующие наблюдения:

1931	Всем. вр.	α (1931,0)	δ (1931,0)
Октябрь 11	$23^h32^m,6$	27° 01′ 01″	+10° 13′ 46″
Ноябрь 10	19 08,3	20 15 00	+ 7 31 56

Подготовительные вычисления ведем в два столбца, соответственно каждому моменту наблюдения:

	t_1	t_2	
Октябрь	11,9810	41,7974	$t_2 - t_1 = 29^d,8164$
α	27°,034	20°,250	$\frac{1}{2} k (t_2 - t_1) =$
δ	+10°,229	+7°,532	$= 14°,6935$
$\cos\alpha$	+0,890 74	+0,938 19	
$\sin\alpha$	+0,454 52	+0,346 12	
$\cos\delta$	+0,984 11	+0,991 37	
λ	+0,876 59	+0,930 09	
μ	+0,447 30	+0,343 13	
ν	+0,177 58	+0,131 08	
$\sum\lambda^2$	1,000 02	0,999 99	
X	−0,950 91	−0,669 90	
Y	−0,278 04	−0,668 86	
Z	−0,120 60	−0,290 12	
R^2	0,996 08	0,980 31	
C	+0,979 34	+0,890 60	
S^2	0,036 97	0,187 14	

После этого переходим к решению уравнения (3.8) относительно a^2. Вычисления располагаем следующим образом:

a^2	6,0	7,0	5,085	5,182 04
$a^2 - S_1^2$	5,963 03	6,963 03	5,048 03	5,145 07
$\sqrt{\ }$	2,441 93	2,638 76	2,246 78	2,268 27
$a^2 - S_2^2$	5,812 86	6,812 86	4,897 86	4,994 90
$\sqrt{\ }$	2,410 99	2,610 15	2,213 11	2,234 93
ρ_1	1,462 59	1,659 42	1,267 44	1,288 93
ρ_2	1,520 39	1,719 55	1,322 51	1,344 33
x_1	+2,233 00	+2,405 54	+2,061 94	+2,080 77
y_1	+0,932 26	+1,020 30	+0,844 97	+0,854 58
z_1	+0,380 33	+0,415 28	+0,345 67	+0,349 49
x_2	+2,084 00	+2,269 24	+1,899 95	+1,920 25
y_2	+1,190 55	+1,258 89	+1,122 65	+1,130 14
z_2	+0,489 41	+0,515 52	+0,463 47	+0,466 33

$\sum x_1x_2$	+5,949 61	+6,957 28	5,026 40	5,124 37
	0,495 801	0,496 948	0,494 238	0,494 436
$\sin^2 f_g$	0,004 199	0,003 052	0,005 762	0,005 564
$\sin f_g$	0,064 800	0,055 245	0,075 908	0,074 592
f_g	3°,715	3°,167	4°,353	4°,278
$a^{-'2}$	0,260 85	0,232 37	0,295 31	0,291 155
f_d	3°,833	3°,414	4°,339	4°,278
$f(a^2)$	—0°,118	—0°,247	+0°,014	0,000

После того как вычислены первые два столбца для взятых наудачу значений a^2, следующее значение $a^2=6{,}0+x$ находим при помощи пропорции

$$\frac{x}{1{,}0}=\frac{-0{,}118}{-0{,}247+0{,}118},$$

дающей $a^2=5{,}085$. После третьей пробы, вычисленной с этим значением, полагаем $a^2=5{,}085+x$ и находим x из пропорции

$$\frac{x}{0{,}915}=\frac{0{,}014}{0{,}132}.$$

Это дает $a^2=5{,}18204$. Четвертый столбец показывает, что это значение a^2 является окончательным, следовательно, $a=2{,}27641$, а потому

$$n=k''a^{-3/2}=1033'',08,$$

что находится в полном согласии с величиной

$$n=\frac{2f}{t_2-t_1}=0°{,}28696=1033'',06.$$

Вычисление остальных элементов располагаем следующим образом:

$\frac{1}{2}\sec f$	0,501 40	$\frac{1}{2}\operatorname{cosec} f$	6,7028
x_2+x_1	+4,0010	x_2-x_1	—0,160 52
y_2+y_1	+1,9847	y_2-y_1	+0,275 56
z_2+z_1	+0,8158	z_2-z_1	+0,116 84
A_x	+2,0061	B_x	—1,0759
A_y	+0,9951	B_y	+1,8470
A_z	+0,4090	B_z	+0,7832

Контроль:

$$\sum A_xB_x=-0{,}0001;\qquad \sum A_x^2=5{,}1819;\qquad \sum B_x^2=5{,}1824.$$

Переходим к представлению исходных наблюдений, что дает полный контроль всей проделанной работы (остаются непроконтролированными лишь координаты Солнца). Для вычисления угла v служит формула

$$v = 0^\circ{,}28696\,(t - t_0), \quad t_0 = 26^d{,}8892$$

t	$11^d{,}9810$	$41^d{,}7974$
$t - t_0$	$-14{,}9082$	$+14{,}9082$
v	$-4^\circ{,}278$	$+4^\circ{,}278$
$\cos v$	$+0{,}99721$	$+$
$\sin v$	$-0{,}07460$	$+$
$\rho\cos\delta\cos\alpha$	$+1{,}1299$	$+1{,}2503$
$\rho\cos\delta\sin\alpha$	$+0{,}5765$	$+0{,}4612$
$\rho\sin\delta$	$+0{,}2288$	$+0{,}1762$
$\operatorname{tg}\alpha$	$+0{,}5102$	$+0{,}3689$
$\rho\cos\delta$	1,2685	1,3327
$\operatorname{tg}\delta$	$+0{,}1804$	$+0{,}1322$
α	$27^\circ{,}032$	20,250
δ	$+10{,}227$	$+7{,}532$
$\Delta\alpha\ (o - c)$	$+0{,}002$	0,000
$\Delta\delta\ (o - c)$	$+0{,}002$	0,000

Поскольку вычисление A, B и представление наблюдений выполнено только с четырьмя знаками, согласие между вычисленными и исходными значениями координат следует считать полным.

Остается вычислить элементы Ω и i, представляющие интерес с точки зрения возможности отождествления вновь открытой планеты с одной из ранее наблюдавшихся. Элемент $\omega = u_0$ здесь не представляет интереса, так как для вычисления эфемериды служат величины $A_x, \ldots, B_z$. Поэтому формулы (3.10) можно заменить следующими:

$$a^2 \sin i \sin\Omega = A_y B_z - A_z B_y,$$
$$a^2 \sin i \cos\Omega = (A_x B_z - A_z B_x)\cos\varepsilon + (A_y B_x - A_x B_y)\sin\varepsilon.$$

Таким образом, имеем

$a^2\sin i\sin\Omega$	$+0{,}0239$	$\cos\varepsilon$	0,9174
$a^2\sin i\cos\Omega$	$-0{,}0553$	$\sin\varepsilon$	0,3979
$\operatorname{tg}\Omega$	$-0{,}432$	$A_xB_z - A_zB_x$	$+2{,}0112$
$a^2\sin i$	0,0508	$A_yB_x - A_xB_y$	$-4{,}7759$
$\sin i$	0,0098		
Ω	$156^\circ{,}64$		
i	$0^\circ{,}56$		

Примечание. Радиус орбиты мы нашли, решая уравнение (3.8) относительно a^2. Это дало $a = 2{,}2764$. Если это уравнение решать относительно a, то получается $a = 2{,}2774$. Таким образом, вычисление с четырьмя десятичными знаками было бы здесь вполне достаточным.