

применения дифференциального метода исправления орбит. Специальные методы предварительного исправления орбит, например, метод вариации геоцентрических расстояний, являются мало подходящими для больших вычислительных машин.

Для дифференциального исправления орбит малых планет и комет было предложено много различных методов, отличающихся между собой как выбором исправляемых элементов, так и способом вычисления коэффициентов условных уравнений. Но из этих методов в настоящее время применяются лишь весьма немногие. Изложением их мы и ограничимся.

Вычисление коэффициентов условных уравнений и решение этих уравнений по способу наименьших квадратов не представляют никаких принципиальных трудностей и не нуждаются в иллюстрировании примерами. Иначе дело обстоит с другими частями работы. Подготовка наблюдений, критический анализ расхождений между положениями светила, даваемыми подлежащей исправлению орбитой, и наблюдениями, распределение весов в случае неравноточных наблюдений, анализ полученных поправок элементов — все это требует известной опытности. Большую пользу здесь может принести изучение тех многочисленных и разнообразных примеров исправления орбит, которые в изобилии имеются в астрономических журналах и трудах обсерваторий.

§ 2. Подготовка наблюдений. Нормальные места

Первым этапом работы по улучшению орбиты является сравнение вычисленной при помощи этой орбиты эфемериды со всеми используемыми наблюдениями. Здесь со всей тщательностью должны быть учтены поправки за параллакс, aberrацию, прецессию и нутацию, рассмотренные в гл. VII.

Если вычисления ведутся с большой точностью, то моменты наблюдений, публикуемые всегда во всемирном времени, следует предварительно редуцировать на эфемеридное время. Не следует забывать, что эфемериды вычисляются для моментов, выраженных в эфемеридном времени.

Наблюденные положения светила иногда могут быть улучшены. При опубликовании наблюдений обычно указывается, к каким звездам сравнения отнесено положение светила и из какого каталога взяты положения этих звезд. Если есть возможность получить для звезд сравнения более точные положения (из других каталогов, или учитывая собственные движения, или путем специальных наблюдений), то тем самым можно уточнить наблюденные координаты светила.

После того как для всех наблюдений получены разности $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ между наблюденными и вычисленными значениями коор-

динат, можно судить о качестве наблюдений. Резкий скачок в этих разностях по отношению к соседним наблюдениям указывает на сомнительное или прямо ошибочное наблюдение. В таких случаях приходится решать, должно ли это наблюдение быть отброшено, или его следует ввести в вычисления с уменьшенным весом.

Если имеется ряд изолированных наблюдений, разделенных значительными промежутками времени, так что трудно решить, является ли изменение $\Delta\alpha$ (или $\Delta\delta$) следствием ошибки наблюдения или же производится естественным изменением этой величины с течением времени, то можно составить приведенные разности первого порядка

$$(\Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_1)/(t_2 - t_1); \quad (\Delta\alpha_3 - \Delta\alpha_2)/(t_2 - t_1); \dots,$$

где через $\Delta\alpha_i$ обозначена разность, соответствующая моменту t_i . При безошибочных наблюдениях эти приведенные разности (изменяющиеся с течением времени значительно медленнее, нежели первоначальные разности $\Delta\alpha_i$) не должны обнаруживать скачков.

Составление разностей $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ между наблюденными и вычисленными значениями координат позволяет не только удалить подозрительные наблюдения и выбрать более благонадежные, но и составить так называемые нормальные места.

Предположим, что разность $\Delta\alpha$ между действительным прямым восхождением светила и вычисленным является аналитической функцией времени t , и потому может быть разложена в степенной ряд

$$\Delta\alpha = a + b(t - t_0) + c(t - t_0)^2 + \dots \quad (2.1)$$

Пусть наблюдения для ряда близких моментов t_1, t_2, \dots, t_n дали нам значения этой разности $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \dots, \Delta\alpha_n$. Если эти величины не обнаруживают систематического хода или если их систематическое изменение может считаться пропорциональным времени (в чем можно убедиться, составив приведенные разности), то, отбрасывая члены второго и высших порядков, мы можем положить

$$\Delta\alpha_i = a + b(t_i - t_0) \quad (i=1, 2, \dots, n).$$

Складывая почленно эти равенства, получим

$$\Delta\alpha_1 + \dots + \Delta\alpha_n = na + b(t_1 + \dots + t_n - nt_0).$$

За момент t_0 , который до сих пор оставался произвольным, возьмем

$$t_0 = \frac{1}{n}(t_1 + \dots + t_n).$$

Это даст

$$a = \frac{1}{n}(\Delta\alpha_1 + \dots + \Delta\alpha_n).$$

Но a есть не что иное, как разность между действительным и вычисленным прямым восхождением для момента t_0 . Поэтому, вычислив для момента t_0 прямое восхождение при помощи исходной системы элементов и придав к нему a , получим то прямое восхождение, которое должны были бы давать для этого момента наблюдения. Все сказанное одинаково применимо и к склонениям. Таким образом, приходим к следующему правилу:

Если n наблюдений, произведенных в моменты t_i ($i=1, \dots, n$), дают разности $\Delta\alpha_i, \Delta\delta_i$, не обнаруживающие систематического хода или же имеющие ход, пропорциональный времени, то эти n наблюдений можно заменить одним фиктивным наблюдением (нормальным местом). Для этого вычисляем для момента

$$t_0 = \frac{1}{n}(t_1 + \dots + t_n)$$

прямое восхождение и склонение светила и прибавляем к ним поправки

$$\frac{1}{n} \sum_1^n \Delta\alpha_i; \quad \frac{1}{n} \sum_1^n \Delta\delta_i.$$

Как известно из теории ошибок, мы можем рассчитывать, что случайная ошибка полученного этим путем фиктивного наблюдения в \sqrt{n} раз меньше случайной ошибки каждого из n взятых наблюдений.

Иногда может оказаться целесообразным учитывать в формуле (2.1) и третий член. Составление нормального места становится несколько сложнее, но зато открывается возможность объединения большего числа наблюдений в одно нормальное место.

Можно также производить сглаживание $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$, входящих в нормальное место, графически. Неудобством графического способа является некоторый неизбежный здесь произвол.

§ 3. Метод вариации геоцентрических расстояний

Одним из наиболее употребительных методов улучшения элементов орбиты при помощи небольшого числа наблюдений является метод вариации геоцентрических расстояний, заключающийся в следующем.