

§ 13. Подготовка и выверка условных уравнений

Прежде чем переходить к решению условных уравнений по способу наименьших квадратов, выполняют некоторые подготовительные операции.

Если имеются основания считать, что нормальные места (или наблюдения), послужившие для составления условных уравнений, имеют различную точность, то каждое условное уравнение умножают на квадратный корень из его веса.

Назначение весов представляет довольно ответственную операцию, требующую учета многих обстоятельств. Здесь можно ограничиться лишь немногими общими указаниями, так как только изучение конкретных случаев вычисления окончательных орбит может дать более детальное представление об этом вопросе.

В XIX столетии обычно поступали чисто формально — вес нормального места, а следовательно, и получаемых из него условных уравнений принимался пропорциональным числу наблюдений, послуживших для составления этого нормального места. Но точность нормального места может зависеть не только от числа наблюдений, но и от других причин, например, от вида кометы, иногда очень быстро меняющегося. Кроме того, в случае неравномерного распределения наблюдений такой способ назначения весов может дать слишком большие преимущества одним частям орбиты перед другими и тем исказить окончательный результат. Учитывая все это, теперь веса назначают в более слабой зависимости от числа наблюдений. Например, всем нормальным местам, основанным на 1—4 наблюдениях, дают вес равный единице; нормальным местам, основанным на пяти и большем числе наблюдений, — вес, равный двум, или равный $2,25 = (1,5)^2$. Нередко все нормальные места берутся с одинаковым весом. Тогда умножение на квадратный корень из веса отпадает совсем.

Следующая операция заключается в приведении условных уравнений к так называемой численной однородности, т. е. к такому виду, когда все коэффициенты условных уравнений и их свободные члены не превышают по абсолютной величине единицы. Это может быть сделано следующим образом.

Обозначим через B наибольшую из абсолютных величин свободных членов условных уравнений, а через D_k — наибольшую абсолютную величину коэффициентов при неизвестной dE_k (после того как условные уравнения были уже умножены на квадратные корни из весов). Разделим столбец коэффициентов при dE_k на D_k , а все свободные члены на B . Это даст нам

уравнения, определяющие новые неизвестные

$$x_k = B^{-1} D_k dE_k \quad (k = 1, \dots, 6) \quad (13.1)$$

в таком виде:

$$\sum d_{ik} x_k = l_i, \quad (13.2)$$

где

$$|d_{ik}| \leq 1; \quad |l_i| \leq 1.$$

Численная однородность позволяет вести дальнейшие вычисления (составление нормальных уравнений) с фиксированным числом десятичных знаков.

После того как система (13.2) будет решена, формулы (13.1) дадут значения первоначальных неизвестных dE_k .

Вместо точных значений D_k и B достаточно взять грубо приближенные значения этих величин, например, ближайšie к ним степени 10.

Рассмотрим теперь вопрос о контроле работы по составлению условных уравнений, чему должно быть уделено особое внимание, так как сделанные тут ошибки легко могут остаться незамеченными.

Большое внимание должно быть также уделено сравнению наблюдений с эфемеридой и вычислению всех вводимых здесь поправок и составлению нормальных мест, чтобы обеспечить безошибочность величин (12.1). Вычисление коэффициентов условных уравнений контролируется полностью обычно лишь по окончании всей работы, когда решение нормальных уравнений дало поправки dE_k . Этот контроль заключается в следующем.

Подставив в левые части условных уравнений найденные значения поправок dE_k , получим вместо стоящих в правых частях величин (12.1) некоторые другие величины $\cos \delta \cdot d\alpha^*$, $d\delta^*$, отличающиеся от (12.1) на остающиеся невязки соответствующих уравнений. С другой стороны, те же самые величины $\cos \delta \cdot d\alpha^*$, $d\delta^*$ можно найти, вычислив положение светила для момента каждого нормального места при помощи исправленных элементов $E_1 + dE_1, \dots, E_6 + dE_6$. Совпадение значений $\cos \delta \cdot d\alpha^*$ и $d\delta^*$, вычисленных этими двумя различными путями, служит контролем правильности коэффициентов условных уравнений.

Иногда для проверки коэффициентов условных уравнений на более раннем этапе работы ту же самую операцию проделывают, дав dE_1, \dots, dE_6 некоторые произвольные значения.

Заметим, что совпадение значений $\cos \delta d\alpha^*$, $d\delta^*$, вычисленных при помощи условных уравнений и непосредственно — при помощи окончательных значений элементов, служит еще доказательством законности применения дифференциальных формул, т. е. законности отбрасывания членов второго порядка.