экватора в моменты $t$ и $t_0$, то

$$\theta=\theta_0+0^\circ{,}00557 \sin\alpha \sec\delta(t-t_0),$$

где промежуток времени $t-t_0$ должен быть выражен в годах.

Большое собственное движение по прямому восхождению тоже может оказать заметное влияние на позиционный угол. Вместо точного вычисления соответствующей поправки обычно довольствуются применением формулы

$$\theta=\theta_0+\mu_\alpha^0 \sin\delta(t-t_0),$$

где $\mu_\alpha^0$ есть собственное движение двойной звезды по прямому восхождению, выраженное в градусах *).

Движение двойной звезды по лучу зрения, изменяющее ее параллакс, делает не вполне сравнимыми расстояния компонент, измеренные в различные эпохи.

Пусть $\rho$ и $\rho_0$ будут расстояниями, фактически измеренными в моменты $t$ и $t_0$. Пусть, далее, $\rho'$ есть расстояние между компонентами в момент $t$, но соответствующее величине параллакса в момент $t_0$. Значение $\rho'$, уже вполне сравнимое с $\rho_0$, дается формулой

$$(\rho'-\rho)/\rho=+0{,}00000102\,p''V(t-t_0),$$

где $p''$ — параллакс, а $V$ *км/сек* — лучевая скорость двойной звезды; $(t-t_0)$ лет — соответствующий промежуток времени.

## § 3. Элементы орбиты. Вычисление эфемериды

Орбита двойной звезды определяется семью элементами. Кроме шести постоянных, вводимых интегрированием уравнений движения задачи двух тел, здесь приходится находить из наблюдений еще и сумму масс компонент, входящую в уравнения движения (§ 1 гл. III).

Удобнее, однако, за седьмой элемент взять не сумму масс $m_0+m_1$, а период обращения $P$. Эти две величины связаны между собой соотношением (1.1), содержащим параллакс двойной звезды.

Вместо $P$ (выражаемого всегда в сидерических годах) часто употребляется среднее годовое движение спутника, выраженное в градусах:

$$n=360^\circ/P. \tag{3.1}$$

*) Для точного вычисления этой поправки нужно полное значение орбиты, включая и знак наклона. Эти вопросы подробно рассмотрены Флетчером [1931] и Виет-Кнудсеном [1953].

В процессе вычисления орбиты применяется также среднее годовое движение, выраженное в радианах. Оно вычисляется по формуле

$$\mu = 2\pi/P. \tag{3.2}$$

Мы ограничиваемся случаем, когда движение спутника происходит по эллипсу. Для некоторых двойных звезд пройденную до настоящего времени дугу орбиты можно представить, со всею желаемой точностью, параболическим или гиперболическим движением [Виет-Кнудсен, 1953].

За внутренние элементы орбиты мы примем большую полуось $a$ (выраженную в секундах дуги), эксцентриситет $e$ и время прохождения через периастр $T$. Остальные три элемента $\Omega$, $i$ и $\omega$, фиксирующие положение орбиты в пространстве, определяются следующим образом.

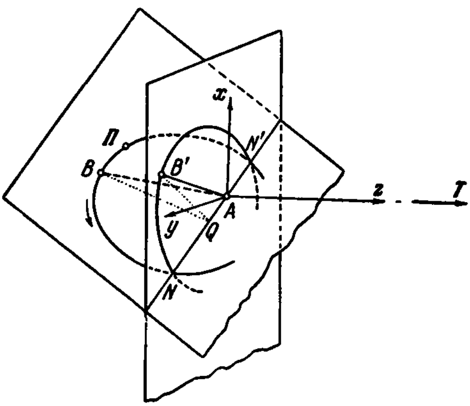


Рис. 17.

Пусть (рис. 17) спутник $B$ движется вокруг главной звезды $A$ по орбите $N'BN$ в направлении, указанном стрелкой. Пусть, далее, $AT$ есть направление луча зрения, соединяющего звезду $A$ с Землей. Проведем через точку $A$ плоскость, перпендикулярную к прямой $AT$. На эту плоскость (касательную к небесной сфере) спроектируем истинную орбиту $N'BN$; это даст видимую орбиту $N'B'N$. Наблюдаемое положение спутника определяется расстоянием $AB' = \rho$ и позиционным углом $xAB' = \theta$, отсчитываемым против часовой стрелки (если смотреть из $T$) от проекции $Ax$ направленной к северу дуги круга склонения.

Прямая $NN'$, соединяющая точки $N$ и $N'$, в которых пересекаются истинная и видимая орбиты, называется линией узлов. Та из точек $N$ и $N'$, позиционный угол которой не превышает 180°, называется **узлом**, а позиционный угол этой точки называется **позиционным углом узла** и обозначается через $\Omega$.

Угол между плоскостями орбит истинной и видимой называется наклоном орбиты и обозначается через $i$. Условимся считать

$$0^\circ \leqslant i < 90^\circ$$

в случае прямого движения (когда $\theta$ возрастает с возрастанием $t$), и

$$90^\circ < i \leqslant 180^\circ$$

в случае обратного движения*).

Последним элементом, окончательно фиксирующим положение орбиты, является угол $NA\Pi$, дающий угловое расстояние периастра П от узла. Этот угол, отсчитываемый в направлении движения спутника от 0° до 360°, обозначается через $\omega$ и называется расстоянием периастра от узла или аргументом периастра.

Обозначим через $r$ радиус-вектор $AB$, а через $v$ — истинную аномалию, т. е. угол между лучами $A\Pi$ и $AB$, считаемый в направлении движения спутника. Если из точки $B$ опустить перпендикуляр $BQ$ на линию узлов, то прямая $B'Q$ будет также перпендикулярна к этой линии. Отсюда следует, что

$$AQ = AB\cos QAB = +r\cos(\omega + v),$$
$$AQ = AB'\cos QAB' = \rho\cos(\Omega - \theta),$$

а также

$$BQ = AB\sin QAB = -r\sin(\omega + v),$$
$$B'Q = AB'\sin QAB' = \rho\sin(\Omega - \theta) = BQ\cos i.$$

Поэтому

$$\left.\begin{aligned} \rho\sin(\theta - \Omega) &= r\sin(\omega + v)\cos i, \\ \rho\cos(\theta - \Omega) &= r\cos(\omega + v). \end{aligned}\right\} \tag{3.3}$$

Зная элементы орбиты $P$, $a$, $e$, $T$, $\Omega$, $i$, $\omega$, можно вычислить видимые координаты спутника для момента $t$ следующим образом: сначала по формулам

$$\left.\begin{aligned} n = 360^\circ/P; \qquad & M = n(t - T), \\ M = E - e\sin E; \qquad & r = a(1 - e\cos E), \\ \operatorname{tg}\frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,\operatorname{tg}\frac{E}{2} & \end{aligned}\right\} \tag{3.4}$$

находят $r$ и $v$, после чего соотношения (3.3) дают $\rho$ и $\theta$.

---

*) Наряду с таким способом отсчитывать угол $i$, вошедшим в употребление сравнительно недавно (1926), встречается и прежний способ: угол $i$ берется в интервале (0°, +90°), если в узле спутник удаляется от наблюдателя, и в интервале (—90°, 0°), если он в этой точке движется к наблюдателю. При таком условии среднее годовое движение $n$ приходится считать положительным в случае прямого движения спутника и отрицательным, в случае обратного движения.

Так как знак определенного этим условием наклона может быть найден только при помощи измерения лучевой скорости, то определенное таким образом значение $i$, вычисленное из одних позиционных наблюдений, сопровождается двойным знаком $\pm$.

Промежуток времени $t-T$ должен быть выражен в годах. На практике этот промежуток, так же как и период $P$, выражают в юлианских годах, а не в сидерических.

При наличии вспомогательных таблиц, дающих $v$ по аргументам $M$ и $e$ (§ 2 гл. IV), можно обойтись без вычисления $E$. Если таблицы не дают радиус-вектор, то его можно вычислить по формуле

$$r=\frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v}.$$

*Векторные элементы*

Вместо полярных орбитальных координат $r$ и $v$ часто употребляют соответствующие им прямоугольные орбитальные координаты.

Редуцированные прямоугольные координаты, определяемые для эллиптического движения равенствами

$$X=\frac{r}{a}\cos v=\cos E-e;\quad Y=\frac{r}{a}\sin v=\sqrt{1-e^2}\sin E, \tag{3.5}$$

а для параболического равенствами

$$X=\frac{r}{q}\cos v;\quad Y=\frac{r}{q}\sin v,$$

можно брать с нужной для двойных звезд точностью из таблиц Иннеса [1927] и таблиц Финзена [1936].

Эти координаты связаны с видимыми прямоугольными координатами

$$x=\rho\cos\theta,\quad y=\rho\sin\theta \tag{3.6}$$

равенствами вида

$$x=AX+FY;\quad y=BX+GY. \tag{3.7}$$

Чтобы найти входящие сюда коэффициенты, достаточно написать соотношения (3.3) при помощи равенств (3.5) и (3.6), в такой форме:

$$y\cos\Omega-x\sin\Omega=aX\sin\omega\cos i+aY\cos\omega\cos i,$$

$$y\sin\Omega+x\cos\Omega=aX\cos\omega-aY\sin\omega.$$

Приведя эти равенства к виду (3.7), получим

$$\left.\begin{aligned}A&=a(\cos\omega\cos\Omega-\sin\omega\sin\Omega\cos i),\\B&=a(\cos\omega\sin\Omega+\sin\omega\cos\Omega\cos i),\\F&=a(-\sin\omega\cos\Omega-\cos\omega\sin\Omega\cos i),\\G&=a(-\sin\omega\sin\Omega+\cos\omega\cos\Omega\cos i).\end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

Легко видеть, какой геометрический смысл имеют векторы $\{A, B\}$ и $\{F, G\}$. Нужно только заметить, что точка видимой орбиты, имеющая координаты

$$A(1-e), \quad B(1-e),$$

является проекцией периастра, а точка с координатами

$$F(1-e^2), \quad G(1-e^2)$$

— проекцией той точки истинной орбиты, для которой $v=90°$.

Величины $A$, $B$, $F$, $G$, с успехом заменяющие при вычислении эфемериды элементы $a$, $\Omega$, $i$, $\omega$, могут рассматриваться как векторные элементы орбиты. Их теперь часто публикуют вместе с обычными элементами (или вместо них) под именем постоянных Тиле — Иннеса (см. § 6).

Картинная плоскость $Axy$ (см. рис. 17), к которой относят элементы $\Omega$, $i$ и $\omega$, имеет для системы двойной звезды совершенно случайный характер, что лишает эти элементы того интереса, который они имеют для тел солнечной системы. С другой стороны, двумерная характеристика видимой орбиты, даваемая векторными элементами, не менее наглядна, чем трехмерная характеристика, даваемая элементами $a$, $\Omega$, $i$, $\omega$.

Для перехода от векторных элементов к обычным могут служить следующие, легко выводимые из (3.8), формулы:

$$\left.\begin{aligned} B+F &= 2a\sin^2\frac{i}{2}\sin(\Omega-\omega), \\ A-G &= 2a\sin^2\frac{i}{2}\cos(\Omega-\omega), \\ B-F &= 2a\cos^2\frac{i}{2}\sin(\Omega+\omega), \\ A+G &= 2a\cos^2\frac{i}{2}\cos(\Omega+\omega). \end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

Нетрудно также видеть, что

$$AG-BF=a^2\cos i, \tag{3.10}$$

$$A^2+B^2+F^2+G^2=a^2(1+\cos^2 i). \tag{3.11}$$

Полагая

$$A^2+B^2+F^2+G^2=2R; \quad AG-BF=S,$$

из двух последних соотношений получим

$$a^2=R+\sqrt{(R+S)(R-S)}. \tag{3.12}$$

В дальнейшем нам понадобится еще выражение удвоенной секторной скорости видимого движения. Если эту величину обозначить через $c$, то

$$c=C\cos i,$$

где $C$ — удвоенная секторная скорость движения по истинной орбите. Так как

$$C = 2\pi ab/P = \mu a^2 \sqrt{1-e}\,,$$

то из формулы (3.10) следует, что

$$c = \mu(AG - BF)\sqrt{1-e^2}. \tag{3.13}$$

## § 4. Видимая орбита

Видимая орбита есть ортогональная проекция истинной орбиты на плоскость, перпендикулярную к лучу зрения. Так как ортогональная проекция конического сечения есть также коническое сечение, то видимая орбита всегда является коническим сечением. В том случае, когда истинная орбита есть эллипс, видимая орбита будет также эллипсом.

Время обращения по видимой орбите, очевидно, равно времени обращения по истинной орбите. Поэтому сопоставление моментов времени, для которых позиционный угол принимает одинаковые значения, дает возможность найти $P$. Такой способ применим, однако, только для двойных звезд с небольшим периодом обращения.

Проекция каждого диаметра истинной орбиты есть диаметр видимой орбиты. Поэтому центр видимой орбиты есть проекция центра истинной орбиты. Таким образом, соединив центр видимой орбиты с главной звездой, получим проекцию большой оси истинной орбиты, а следовательно, и проекцию периастра. Сравнение позиционного угла проекции периастра с данными наблюдений позволяет найти момент $T$ прохождения через периастр.

Эксцентриситет $e$ истинной орбиты есть отношение расстояния между центром и фокусом к большой полуоси. Так как отношение этих отрезков равно отношению их проекций, то $e$ равно отношению расстояния главной звезды от центра видимой орбиты к половине диаметра, проходящего через главную звезду.

На других предложениях, устанавливающих связь между видимой орбитой и истинной и используемых в графических методах нахождения элементов, останавливаться не будем.

Так как закон площадей имеет место для проекции движения на любую плоскость, то видимое движение спутника подчиняется закону

$$\rho^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{const} = c. \tag{4.1}$$

Изучение движения двойной звезды обычно начинается с построения видимой орбиты. В методах нахождения орбит, носящих общее название *геометрических*, все элементы, кроме $P$ и $T$, получаются при помощи видимой орбиты. Но и при