и решать относительно c, u и v. Особенно важно идти этим путем в тех случаях, когда наблюдения из-за наличия в них ошибок плохо удовлетворяют закону площадей.

Встречается на практике и такой случай, когда μ и c найдены из предварительной дискуссии наблюдений с большей точностью, чем могут дать уравнения (6.9). В этом случае из уравнений (6.9) находят u, v и $u+v$, а получающуюся между этими величинами невязку распределяют поровну.

Опыт показывает, что метод Ковальского (или другие геометрические методы) следует предпочесть в тех случаях, когда наблюдения покрывают достаточно равномерно всю (или почти всю) орбиту. Но если между дугами орбиты, хорошо покрытыми наблюдениями, имеются значительные разрывы, то построение видимой орбиты может содержать слишком много произвола. В таких случаях метод Тиле — Иннеса является более надежным.

В заключение укажем работы Аренда [1941] и Домманже [1959], в которых рассматриваются математические вопросы, связанные с методом Тиле — Иннеса.

§ 7. Особые случаи вычисления орбиты двойной звезды

При нахождении орбиты двойной звезды иногда приходится прибегать к специальным приемам, учитывающим особенности рассматриваемого конкретного случая.

Если видимая орбита очень вытянута (что всегда имеет место, если i близко к 90°), вычисление элементов должно по возможности базироваться только на расстояниях. В предельном случае, при $i=90°$ позиционные углы (принимающие скачкообразно только два значения, отличающиеся на 180°) непосредственно дают элементы Ω и i, но не могут быть использованы для нахождения остальных элементов. Наоборот, если видимая орбита широко открыта, то расстояния имеют, вообще говоря, меньшее значение, нежели позиционные углы.

В течение долгого времени наибольшее внимание привлекали пары с быстрым орбитальным движением. Эти пары принадлежат, за редкими исключениями, к числу весьма тесных, наблюдения которых обременены особенно большими относительными ошибками. Применение к таким парам обычных методов приводит к надежным результатам лишь в тех случаях, когда наблюдения охватывают не менее половины орбиты. Вследствие этого вычисление орбит для звезд, у которых спутник описал только небольшую дугу, и имеющих периоды во много сотен лет, до недавнего времени не привлекало внимания. Между тем вычисление орбит в этих случаях, иначе говоря, вычисление орбит по наблюдениям, покрывающим небольшую дугу, весьма желательно хотя бы ради статистических исследований, столь важных для звездной астрономии и космогонии.

С другой стороны, вычисление этих орбит не является делом безнадежным, так как небольшая величина наблюденной дуги компенсируется во многих случаях значительно большей точностью наблюдений, поскольку рассматриваемые пары не являются очень тесными. Конечно, нельзя ожидать, чтобы при небольшой наблюденной дуге получились вполне точные элементы. Поэтому наибольший интерес имеют такие методы, которые в самом процессе получения элементов дают представление об их точности. Методы, недавно предложенные Экенбергом [1945] и Рабе [1951] удовлетворяют этому условию.

Ограничимся изложением метода Экенберга. Лежащие в основе его идеи могут быть использованы и в других, аналогичных случаях.

Сущность этого метода заключается в вычислении ряда эфемерид для различных систем элементов и в сравнении этих эфемерид с наблюдениями. Выбирается та система элементов, которая дает наилучшее согласие.

Чтобы сделать применение этой идеи достаточно удобным, Экенберг вычислил таблицы, дающие редуцированный позиционный угол

$$\theta_0=\theta-\Omega,$$

определяемый формулой

$$\operatorname{tg}\theta_0=\operatorname{tg}(v+\omega)\cos i \tag{7.1}$$

в функции четырех аргументов:

$$e=0{,}0(0{,}1)0{,}7;\quad i=0°(15°)75°;\quad \omega=0°(15°)90°;\quad M=0°(10°)360°.$$

При помощи имеющихся наблюдений нужно получить, если это возможно, значение P, хотя бы грубо приближенное. Если наблюдения оказываются для этого недостаточными, берут несколько правдоподобных значений P и сравнивают даваемые ими результаты.

С выбранным значением P и произвольно взятым T' вычисляют

$$M'=n(t-T');\quad n=360°/P \tag{7.2}$$

для моментов наблюдений. Это дает возможность построить диаграмму (M', θ), откладывая M' по оси абсцисс, а θ — по оси ординат. На этой диаграмме нет надобности проводить интерполирующую кривую — нужно только изобразить оси координат и все наблюдения.

После этого при помощи указанных выше таблиц строятся пучки эфемеридных кривых. Взяв фиксированные значения e и i, откладываем, для нескольких значений ω, по оси абсцисс M, а по оси ординат — взятые из таблиц значения θ_0. Таким образом, для каждого ω получим особую кривую.

На такой пучок кривых накладываем диаграмму (M', θ), начерченную на прозрачной бумаге. Наложение надо сделать так, чтобы оси были строго параллельны.

Так как

$$M=n(t-T)$$

то M и M' отличаются между собой на постоянную величину. Ординаты θ и θ_0 тоже отличаются только на постоянную величину. Поэтому, передвигая диаграмму (M', θ) по диаграмме (M, θ_0) так, чтобы оси координат оставались параллельными, мы должны получить наложение точек θ на эфемеридную кривую, если значения e, i и ω выбраны правильно. Измерив расстояние между осями абсцисс, получим Ω. Расстояние между осями ординат даст $n(T-T')$, а следовательно, и T. Путем последовательных проб находится та эфемеридная кривая, которая наилучшим образом представляет наблюденные позиционные углы. Вместе с тем будут найдены все элементы, кроме большой полуоси. Вычисление большой полуоси выполняется способом, указанным в § 5.

Заметим, что в случае обратного движения (когда $i>90°$) нужно входить в таблицы с аргументом $180°-i$, а формулу (7.2) заменить такой:

$$M'=-n(t-T').$$

Формула (7.1) показывает, как надо пользоваться таблицами для построения кривых, если $\omega>90°$.

Если бы оказалось целесообразным искать элементы с большей точностью, чем дают эфемеридные кривые, построенные по таблицам Экенберга, то можно вычислить положение спутника для нескольких систем элементов, близких к найденным, и найти сумму квадратов отклонений от наблюдений для каждой такой системы. Систему элементов, для которой сумма квадратов отклонений окажется наименьшей, можно считать наилучшей.

Изложенный метод базируется целиком на позиционных углах. Это делает его мало пригодным в тех случаях, когда видимая орбита представляет собой сильно вытянутый эллипс. Достоинством метода является представляемая им возможность оценить степень надежности полученных элементов.

§ 8. Исправление орбит двойных звезд

Если орбита двойной звезды не дает вполне удовлетворительного представления наблюдений, то ее подвергают полному или частичному исправлению. Применяемые для этого методы дифференциального исправления имеют различную форму, в за-