

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОРБИТ В ИХ ИСТОРИЧЕСКОМ РАЗВИТИИ

§ 1. Проблема кометных орбит. Метод Ньютона *)

С задачей вычисления орбиты небесного тела в нашем теперешнем понимании астрономы впервые встретились лишь в XVI в., когда было окончательно доказано, что кометы являются небесными телами, и возник, таким образом, вопрос о нахождении их орбит.

То, что кометы не могут быть атмосферными явлениями, как учил Аристотель, было открыто Иоганном Мюллером (Региомонтаном). Его измерения и вычисления показали, что расстояние до кометы 1472 года было во много раз больше, чем до Луны: суточный параллакс кометы оказался неощутимым, тогда как для Луны он равен $57'$. Еще более убедительно отсутствие суточного параллакса было установлено Тихо Браге у кометы, наблюдавшейся в 1577 г.

Нахождение орбит Луны и планет, выполнявшееся Птоломеем, Коперником и Кеплером, происходило в совершенно других условиях. Здесь имелась возможность выбирать из огромного количества наблюдений наиболее подходящие для вычисления каждого элемента в отдельности, или даже производить специальные наблюдения. Среднее суточное движение — элемент орбиты, особенно важный для нахождения всех других — тут можно было найти сразу с очень большой точностью из сопоставления наблюдений, разделенных многовековыми промежутками времени. Совсем иначе дело обстояло в случае комет, где приходилось довольствоваться наблюдениями, охватывавшими лишь небольшую часть орбиты.

Первая попытка найти орбиту кометы была сделана Тихо Браге. Он пытался представить движение кометы 1577 года сначала геоцентрической круговой орбитой (проходимой с перемен-

*) Обстоятельное изложение истории определения орбит комет можно найти в статье Дубяго [1943]. (Прим. ред.)

ной скоростью), а затем гелиоцентрической круговой орбитой. Не добившись успеха, Тихо Браге высказал предположение, что «комета наша совершает не тот вполне круговой относительно Солнца путь, о котором речь шла до сих пор, а несколько продолговатый, наподобие фигуры, которую обычно зовут яйцевидной».

Несколько более удачной была попытка Кеплера. Отвергнув возможность движения комет по эллипсам, поскольку они не возвращаются периодически, Кеплер пытался представить их гелиоцентрическое движение прямолинейными траекториями, проходимыми с переменной скоростью. Эта попытка имела некоторый успех, что объясняется небольшой кривизной параболической орбиты вдали от перигелия. Опираясь на такие представления, Кеплер дал способ нахождения кометных орбит и применил его к кометам, наблюдавшимся в 1607 и 1618 годах. Гевелий нашел этим способом орбиты еще десяти комет. Им же было высказано предположение, что кометы могут двигаться по параболам и гиперболам. Однако он не дошел до мысли поместить Солнце в фокусе этих конических сечений. В 1681 г. Дёрфель, говоря о комете 1680 года, привлекшей всеобщее внимание, «не является ли линия движения этой (и других) комет такой параболой, фокус которой надо поместить в центре Солнца».

Открытие закона тяготения положило конец эпохе такого рода эмпирических поисков и позволило установить точные законы движения комет. Нахождение их орбит стало чисто математической задачей вычисления элементов орбиты при помощи достаточного числа наблюдений.

В том наиболее обычном случае, когда кометную орбиту можно считать параболической, число неизвестных элементов равно пяти. Вследствие этого три наблюдения, необходимые для решения задачи, содержат уже избыточные данные, что существенно упрощает решение. Однако и в таком виде задача представляла не малые трудности и ее решение имеет длинную и поучительную историю.

Ньютон указал два различных способа решения этой задачи. Первый из них основан на использовании часовых изменений геоцентрических координат. Он является как бы первообразом метода, развитого впоследствии Лапласом (§ 4). Но в то время как Лаплас пользуется первыми и вторыми производными геоцентрических координат, Ньютон выводит из наблюдений только величины, эквивалентные первой и второй производным долготы и первой производной широты; вместо второй производной широты он пользуется величиной скорости кометы, получая эту скорость при помощи интеграла энергии. Ньютон ограничился

изложением лишь основ этого метода и не довел его до удобоприменимой на практике формы. Поэтому с именем Ньютона связывают обычно только второй из указанных им методов, который он развил полностью и пояснил примерами. Этот метод был использован, как уже отмечалось (§ 6 гл. I), для нахождения орбит многих комет. Метод был дан Ньютоном в геометрической форме, в виде пяти лемм, а все более сложные вычисления заменены в нем графическими построениями. Одна из лемм устанавливает зависимость между геоцентрическими расстояниями кометы в моменты двух крайних наблюдений. Лемма дает эту зависимость хотя и приближенно, но не менее точно, чем уравнение Ольберса (§ 7 гл. IX).

Другая лемма является геометрическим выражением уравнения Эйлера (§ 11 гл. V), лежащего в основе как метода Ольберса, так и всех его позднейших модификаций.

В 1839 г. Плантамур представил метод Ньютона в аналитической форме. Но особенно глубокий анализ этого метода был дан А. Н. Крыловым [1911, 1925], показавшим, что по своим основным идеям этот метод близок к современным и может дать, несмотря на полуграфический характер, достаточную для практических целей точность.

В течение первой половины XVIII в. было сделано много попыток улучшить метод Ньютона (Грегори в 1717 г.; Бугер в 1733 г.; Ж. Кассини в 1740 г.; Шэзо в 1744 г.; Баркер в 1757 г.), но они не дали полезных результатов. Кометные орбиты в течение всего XVIII столетия нередко вычислялись так называемым «методом ложных положений», представлявшим собой не что иное, как рудиментарную форму метода вариации геоцентрических расстояний (§ 3 гл. XI). Распространению этого метода особенно способствовали знаменитые учебники астрономии Лакайля (пять изданий: 1746, 1755, 1761, 1764, 1780) и Лаланда (три издания: 1764, 1771, 1792).

§ 2. Работы Эйлера и Ламберта

Путь к дальнейшему прогрессу в создании методов вычисления орбит был открыт книгой Эйлера «Теория движения планет и комет, содержащая удобный метод для нахождения из немногих наблюдений как планетных, так и кометных орбит. С приложением вычислений, дающих истинный путь кометы, наблюдавшейся в 1680 и 1681 годах, а также той, которая была видна недавно» [Эйлер, 1743].

Здесь впервые задача двух тел была рассмотрена аналитически и притом со значительной полнотой. Так, для случая движения по орбите, эксцентриситет которой близок к единице, Эйлер дал разложения орбитальных координат по степеням