лении возмущений некоторых малых планет от Юпитера и Марса.

Во всех таких случаях приходится пользоваться другими методами разложения пертурбационной функции.

§ 2. Вычисление вспомогательных величин

Для вычисления величин J, N, N', характеризующих взаимное расположение орбит двух планет, вместо формул (1.3) можно пользоваться формулами Деламбра, выражающими три смежных элемента сферического треугольника через три других элемента. Эти формулы дают:

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{J}{2}\sin\frac{N+N'}{2} &= \sin\frac{\Omega'-\Omega}{2}\sin\frac{i'+i}{2},\\
\sin\frac{J}{2}\cos\frac{N+N'}{2} &= \cos\frac{\Omega'-\Omega}{2}\sin\frac{i'-i}{2},\\
\cos\frac{J}{2}\sin\frac{N-N'}{2} &= \sin\frac{\Omega'-\Omega}{2}\cos\frac{i'+i}{2},\\
\cos\frac{J}{2}\cos\frac{N-N'}{2} &= \cos\frac{\Omega'-\Omega}{2}\cos\frac{i'-i}{2}.
\end{aligned}\right\} \tag{2.1}$$

Если первые два из этих равенств умножить соответственно на $\cos\frac{1}{2}(\Omega'+\Omega)$ и $\sin\frac{1}{2}(\Omega'+\Omega)$, а затем сложить, то получим первое из следующих соотношений:

$$\sin\frac{J}{2}\sin\frac{\tau'+\tau}{2} = \sin\frac{\Omega'+\Omega}{2}\cos\frac{\Omega'-\Omega}{2}\sin\frac{i'-i}{2} + \\ + \cos\frac{\Omega'+\Omega}{2}\sin\frac{\Omega'-\Omega}{2}\sin\frac{i'+i}{2},$$

$$\sin\frac{J}{2}\cos\frac{\tau'+\tau}{2} = \cos\frac{\Omega'+\Omega}{2}\cos\frac{\Omega'-\Omega}{2}\sin\frac{i'-i}{2} - \\ - \sin\frac{\Omega'+\Omega}{2}\sin\frac{\Omega'-\Omega}{2}\sin\frac{i'+i}{2},$$

$$\cos\frac{J}{2}\sin\frac{\tau'-\tau}{2} = \frac{1}{2}\sin(\Omega'-\Omega)\left(\cos\frac{i'-i}{2} - \cos\frac{i'+i}{2}\right),$$

$$\cos\frac{J}{2}\cos\frac{\tau'-\tau}{2} = \sin^2\frac{\Omega'-\Omega}{2}\cos\frac{i'+i}{2} + \cos^2\frac{\Omega'-\Omega}{2}\cos\frac{i'-i}{2}.$$

Остальные соотношения получаются аналогично.

Положим для краткости

$$A = \sin\frac{J}{2}\sec\frac{i}{2}\sec\frac{i'}{2}; \quad B = \cos\frac{J}{2}\sec\frac{i}{2}\sec\frac{i'}{2}. \tag{2.2}$$

Тогда, как легко видеть, предыдущие формулы можно заменить такими:

$$\left.\begin{aligned} A\sin\frac{\tau'+\tau}{2} &= \operatorname{tg}\frac{i'}{2}\sin\Omega' - \operatorname{tg}\frac{i}{2}\sin\Omega,\\ A\cos\frac{\tau'+\tau}{2} &= \operatorname{tg}\frac{i'}{2}\cos\Omega' - \operatorname{tg}\frac{i}{2}\cos\Omega,\\ B\sin\frac{\tau'-\tau}{2} &= \operatorname{tg}\frac{i'}{2}\operatorname{tg}\frac{i}{2}\sin(\Omega'-\Omega),\\ B\cos\frac{\tau'-\tau}{2} &= 1+\operatorname{tg}\frac{i'}{2}\operatorname{tg}\frac{i}{2}\cos(\Omega'-\Omega). \end{aligned}\right\} \tag{2.3}$$

Соотношения (2.3) и (2.2) часто более удобны для нахождения J, τ, τ', нежели формулы (1.3) или (2.1), дополненные равенствами (1.4).

Последние два из соотношений (2.3) дают

$$\operatorname{tg}\frac{\tau'-\tau}{2} = \frac{\varkappa\sin(\Omega'-\Omega)}{1+\varkappa\cos(\Omega'-\Omega)},$$

где

$$\varkappa = \operatorname{tg}\frac{i}{2}\operatorname{tg}\frac{i'}{2}.$$

Отсюда, пользуясь известным разложением, находим следующую полезную формулу:

$$\frac{1}{2}(\tau'-\tau) = \sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}\varkappa^n\sin n(\Omega'-\Omega).$$

Таким образом, если i и i' можно рассматривать как малые величины первого порядка, то разность $\tau'-\tau$ является малой величиной второго порядка.

§ 3. Случай круговых орбит

Рассмотрим сначала ту часть разложения пертурбационной функции, которая не зависит от эксцентриситетов планетных орбит.

Если $e=e'=0$, то

$$r=a;\quad w=\lambda;\quad r'=a';\quad w'=\lambda',$$

где, как и раньше, через λ и λ' обозначены средние долготы в орбите. Соответствующие значения W и W' обозначим через

$$L=\lambda-\tau;\quad L'=\lambda'-\tau'. \tag{3.1}$$

Разложение (1.11) главной части пертурбационной функции принимает здесь вид

$$\Delta^{-1} = \mathrm{I}-\mathrm{II}+\mathrm{III}-\mathrm{IV}+\ldots, \tag{3.2}$$