ГЛАВА XXI

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ЛУНЫ

§ 1. Общий характер движения Луны

Задача теории движения Луны заключается в получении ее координат относительно центра Земли в виде функций времени. Эта задача решается путем интегрирования уравнений движения центра Луны, вытекающих из закона тяготения и нахождения постоянных интегрирования при помощи наблюдений.

Движение, которое имела бы Луна при отсутствии всех других небесных тел, кроме Земли (принимаемой, так же как и Луна, за материальную точку), называется невозмущенным движением, а все изменения, вызываемые в нем притяжением Солнца и планет, а также несферичностью Земли и Луны, называются возмущениями или неравенствами.

Возмущения, испытываемые Луной со стороны Солнца, настолько велики, что ее невозмущенное движение нецелесообразно использовать в качестве первого приближения при решении уравнений движения. Здесь приходится класть в основу ту или иную промежуточную орбиту, уже включающую существенную часть солнечных неравенств.

Возмущения, производимые в движении какой-либо планеты притяжением других планет, всегда очень малы по сравнению с притяжением Солнца, несмотря на то, что возмущающие массы иногда находятся ближе к возмущаемой планете, нежели центральное тело. Это объясняется крайней малостью возмущающих масс по сравнению с массой Солнца. Но возмущения, производимые Солнцем в движении Луны, имеют совсем другой характер, поскольку масса возмущающего тела здесь в 332 485 раз больше массы центрального тела, которым является Земля.

Приняв средние расстояния Луны и Солнца от Земли равными соответственно 384 401 и 149 598 630 *км*, найдем, что отношение этих расстояний равно 1/389,173. Отсюда следует, что ускорение, сообщаемое Луне Солнцем, в

$$332\,485/(389{,}173)^2 = 2{,}195$$

раза (в среднем) больше, чем ускорение, вызываемое притяжением Земли.

Но, поскольку мы изучаем движение Луны по отношению к Земле, наблюдаемый эффект зависит от разности ускорений, вызываемых Солнцем в движении Луны и Земли. Легко видеть, что эта разность в среднем составляет

$$332\,485/(389{,}173)^3=0{,}005\,641$$

часть ускорения, производимого Землей, причем эта величина может изменяться (вследствие эксцентричности орбит Луны и Солнца) от 0,0045 до 0,0070.

Таким образом, отношение возмущающего ускорения, производимого Солнцем, к ускорению, производимому центральным телом, здесь по крайней мере в десятки раз больше тех, с которыми приходится иметь дело в теории движения планет.

Близость Луны к Земле делает возмущения, производимые всеми остальными планетами, весьма малыми. Но вследствие этой же близости появляется необходимость учитывать неполную сферичность Земли и Луны.

Теорию движения Луны естественно разделить поэтому на следующие части:

1. Основная проблема теории движения Луны, называемая также солнечной теорией лунного движения. Она заключается в изучении относительных движений в системе трех материальных точек T, L и S, одна из которых S (Солнце) описывает заданный кеплеров эллипс вокруг центра инерции G двух других точек T (Земля) и L (Луна).

2. Вычисление поправок, обусловленных тем, что в задаче трех материальных точек T, L и S орбита S относительно G не может быть в точности кеплеровым эллипсом, а также некоторыми другими упрощениями, делаемыми при решении основной проблемы.

3. Нахождение возмущений, производимых притяжением, испытываемым Луной и Землей со стороны планет (прямое действие планет).

4. Вычисление влияния на движение Луны возмущений, испытываемых Солнцем со стороны планет (косвенное действие планет).

5. Вычисление влияния несферичности Земли.

6. Вычисление влияния несферичности Луны.

7. Учет релятивистской поправки, соответствующей замене закона тяготения Ньютона законом Эйнштейна.

Для получения совершенно строгой гравитационной теории движения Луны нужно было бы еще рассмотреть возмущения высших порядков, происходящие от взаимного влияния действий, указанных в последних шести пунктах. Однако эти действия настолько малы по сравнению с солнечными возмущениями, даваемыми решением основной проблемы, что в пределах требуемой точности этим взаимным влиянием можно пренебречь.

Чтобы судить об относительной важности указанных факторов, возьмем средние вековые движения перигея и узла лунной орбиты, производимые каждым из этих факторов в отдельности. Согласно вычислениям Брауна [1897—1908] эти движения таковы *):

	Перигей	Узел
1. Основные солнечные возмущения	+14642692″	−6967204″
2. Поправки к решению основной проблемы	− 68	+ 19
3. Прямое действие планет	+ 269	− 142
4. Косвенное действие планет	− 16	+ 5
5. Несферичность Земли	+ 641	− 600
6. Несферичность Луны	+ 3	− 14
7. Релятивистская поправка	+ 2	+ 2
Гравитационное вековое движение	+14643523″	−6967934″

Включенные сюда релятивистские поправки складываются из так называемой геодезической прецессии, открытой Де Ситтером в 1916 г., и шварцшильдовского движения перигея (§ 4 гл. II), равного $+0'',06$ в столетие. Геодезическую прецессию, одинаковую для узла и перигея, Де Ситтер нашел равной $+1'',91$ в столетие. Наиболее полно релятивистские поправки в теории движения Луны были изучены В. А. Брумбергом [1958].

Кроме только что указанных факторов, на движение Луны влияют морские приливы, увеличение масс Земли и Луны вследствие падения метеоритов и некоторые другие физические воздействия, остающиеся за пределами чисто гравитационной теории.

В дальнейшем мы ограничимся исключительно рассмотрением основной проблемы лунного движения.

Напомним, в чем выражаются наиболее значительные из возмущений, производимых Солнцем в движении Луны.

За невозмущенную орбиту Луны можно принять ее среднюю орбиту, представляющую собой эллипс с большой полуосью, равной $384\,401 \pm 2$ *км* $= 0,00256955$ а. е., и эксцентриситетом, равным 0,05490, лежащий в плоскости, наклоненной к эклиптике 1850,0 под углом в $5°9'$. Время обращения по этому эллипсу равно 27,321661 суток (сидерический месяц).

Действие Солнца сказывается прежде всего в том, что перигей лунной орбиты имеет поступательное движение. Полный оборот он совершает в среднем в 3232,5822 суток, что составляет

*) Новейшие данные о теоретических и наблюдаемых значениях вековых движений перигея и узла Луны содержатся в работе Эккерта [1965]. (*Прим. ред.*)

8,850339 года. На равномерное движение перигея накладываются периодические неравенства, самое большое из которых имеет амплитуду в 8°41′. Эксцентриситет при этом изменяется немного, колеблясь около указанного выше среднего значения.

С другой стороны линия узлов движется попятным движением, делая полный оборот в среднем в 6793,462 суток, т. е. в 18,59949 года. Наиболее значительное из периодических неравенств, накладывающихся на это равномерное движение, имеет амплитуду в 1°26′. Наклон орбиты имеет периодические неравенства, вследствие которых он меняется от 4°57′ до 5°20′.

Неравенства долготы даются формулой вида

$$v = \lambda + 377' \sin M + 13' \sin 2M + \ldots + 76' \sin(2D - M) + \ldots$$
$$\ldots + 39' \sin 2D - 11' \sin M' - 2' \sin D + \ldots,$$

где через v обозначена истинная долгота, а через λ — средняя, соответствующая указанному выше периоду обращения. Через M и M' обозначены средние аномалии Луны и Солнца, причем M считается от среднего положения перигея, найденного с учетом векового движения; разность средних долгот Луны и Солнца обозначена через D.

Члены с аргументами M, $2M$, ... называются эллиптическими. Сумма этих членов представляет уравнение центра.

Основная часть уравнения центра была открыта еще Гиппархом, который дал достаточно удовлетворительный для того времени способ вычисления ее при помощи эксцентрика. Гиппарху были известны также движения перигея и узла.

Неравенство с аргументом $2D - M$, имеющее период в 31,8 суток, было открыто Птолемеем и названо им эвекцией. Впоследствии эвекцией стали называть всю группу членов

$$4608'' \sin(2D - M) + 175'' \sin(2D + M) + \ldots,$$

аналогичных тому, который был эмпирически найден Птолемеем.

Неравенство с аргументом $2D$, имеющее период, равный половине синодического месяца, т. е. 14,76 суток, было открыто Тихо Браге (около 1580 г.) и названо вариацией. Столь позднее открытие такого большого неравенства объясняется тем, что вариация обращается в нуль в сизигиях, а потому не оказывает влияния на солнечные и лунные затмения, наблюдения которых так долго были главным средством изучения движения Луны.

Вариацией стали потом называть совокупность всех членов с аргументами $2D$, $4D$, $6D$, ..., т. е.

$$2106'' \sin 2D + 9'' \sin 4D + \ldots$$

Член с аргументом M' дает возмущение, имеющее годовой период и получившее название годичного неравенства. Это неравенство (открытое Тихо Браге) вызывается эллиптичностью земной орбиты, производящей изменение расстояния до Солнца, а следовательно, и величины возмущающей силы. В настоящее время годичным неравенством обычно называется совокупность всех членов, зависящих от средней аномалии Солнца, а именно:

$$-659'',2\sin M' + 152'',1\sin(2D - M') - 21'',6\sin(2D + M') + \ldots$$

Совокупность членов с аргументами D, $3D$, $5D$, ... принято называть параллактическим неравенством. Амплитуда каждого из этих членов пропорциональна отношению a/a' больших полуосей орбит Луны и Солнца. Так как величина a находится с большой точностью из измерений параллакса Луны, то сравнение полученной из наблюдений величины параллактического неравенства с теоретической дает возможность найти a', т. е. параллакс Солнца. Этот метод является одним из наиболее эффективных среди гравитационных методов нахождения солнечного параллакса.

Вместо радиуса-вектора Луны r обычно рассматривается ее параллакс P, определяемый равенством

$$\sin P = \frac{a}{r}\sin P_{☾}, \quad P_{☾} = 3422'',57.$$

Возмущения параллакса и широты состоят из членов с теми же аргументами и носящими те же названия, как и в разложении долготы. Так, для возмущенного значения параллакса имеем

$$P = 3424'' + 187''\cos M + 10''\cos 2M + \ldots$$
$$\ldots + 34''\cos(2D - M) + \ldots + 28''\cos 2D + \ldots,$$

где в первой строке дано среднее значение параллакса и эллиптические члены, а во второй — важнейшие возмущения.

§ 2. Основная проблема

Массы Земли T и Луны L условимся обозначать этими же буквами, а массу Солнца S будем обозначать через m'. Координаты L и S в инерциальной системе, начало которой находится в T, обозначим соответственно через ξ, η, ζ и ξ_1, η_1, ζ_1. Пусть, далее, координаты Солнца относительно параллельных осей с началом в G (центр инерции Земли и Луны) будут

$$\xi' = \xi_1 - \frac{L}{T+L}\xi; \quad \eta' = \eta_1 - \frac{L}{T+L}\eta; \quad \zeta' = \zeta_1 - \frac{L}{T+L}\zeta.$$