отношения m_1 / m_2 мало отличается от сферы радиуса

$$\rho_д = a\mu^{2/5}, \tag{18}$$

описанной вокруг меньшей звезды.

Внутри поверхности S будет выполняться неравенство

$$\frac{\Phi_1}{a_1} < \frac{\Phi_2}{a_2},$$

вне ее — неравенство

$$\frac{\Phi_2}{a_2} < \frac{\Phi_1}{a_1}.$$

Число $\rho_д$, определяемое формулой (18), называют обычно *радиусом действия* (или *радиусом сферы действия*) меньшей звезды относительно большей.

Из планет солнечной системы наибольший радиус действия относительно Солнца имеет Нептун (около 90 млн. *км*), наименьший — Меркурий (около 110 тыс. *км*).

Задачи

1. Вычислите радиус действия Земли относительно Солнца.
2. Вычислите радиус сферы притяжения и сферы действия Марса относительно Солнца.
3. Вычислите радиус действия Луны относительно Земли.

§ 2. ПРИБЛИЖЕННАЯ МЕТОДИКА

Решение задачи о движении материальной точки (P, m) (космического корабля, астероида и т. п.) под влиянием притяжения других тел $T_1, T_2, \ldots, T_n$ приводит к сложным дифференциальным уравнениям. Даже приближенное решение этих уравнений с помощью известных методов математического анализа весьма громоздко.

Особенно интересна для космонавтики такая ситуация, когда движение тел $T_1, T_2, \ldots, T_n$ известно, а масса материальной точки P мала по сравнению с массой каждого из этих тел. В этой ситуации можно указать прием приближенного решения задачи о движении точки P, достаточно удовлетворительный для многих практических случаев. Сущность этого приема состоит в следующем.

Ту часть пространства, где происходит движение точки P, разбиваем мысленно на несколько частей (областей) $G_1, G_2, \ldots, G_n$, в каждой из которых учитываем влияние на точку P лишь *одного* из больших тел $T_1, \ldots, T_n$ и совершенно пренебрегаем влиянием остальных тел. (Такую область назовем «сферой влияния» соответствующего тела.) Таким образом, внутри каждой из сфер влияния истинная траектория точки P заменяется «невозмущенной» траекторией, которая представляет собой дугу конического сечения (эллипса, гиперболы и т. п.); точки стыка этих дуг лежат на границах смежных сфер влияния. Выбор самих сфер влияния, их размеров, формы и расположения стремятся произвести так, чтобы было минимальным «отклонение» кусочно-конической траектории от истинной траектории точки P. Сам термин «отклонение» может пониматься в разных задачах по-разному.

Наиболее распространенный способ выбора сфер влияния связан с понятием сферы действия: в случае движения малого тела P под влиянием только двух тел («звезд») внутри сферы действия меньшей звезды пренебрегают вовсе притяжением большей звезды, а вне этой сферы действия полностью пренебрегают притяжением меньшей звезды. Иначе говоря, за сферу влияния меньшей звезды принимают ее сферу действия, за сферу влияния большей звезды — всю остальную часть пространства *).

Аналогичным образом можно поступить и в том случае, когда траектория точки P определяется тяготением к *нескольким* телам. В частности, при расчете межпланетных перелетов иногда пренебрегают влиянием Солнца внутри сфер действия планет и влиянием планет вне этих сфер **).

Рассмотрим несколько примеров.

П р и м е р 1. При расчете полета второго советского лунника, попавшего в Луну, в начале полета пренебрегали вовсе влиянием Луны. Но после входа ракеты в сферу дей-

*) Отметим, что предложены также — и иногда заслуживают предпочтения — другие способы разбиения пространства на сферы влияния (см. [6.2]).

**) Масса Солнца настолько преобладает над массой планет (она составляет 99,86% всей материи солнечной системы) и расстояния между планетами настолько велики, что их сферы действия относительно Солнца расположены далеко одна от другой.

ствия Луны, на расстоянии примерно 66 000 *км* от центра Луны, перестали вовсе учитывать притяжение ракеты к Земле, а учитывали только притяжение ракеты к Луне.

Пример 2. Перигелии некоторых комет находятся вблизи орбиты Юпитера. В тех случаях, когда комета проходит вблизи Юпитера, при расчете ее орбиты можно внутри сферы действия Юпитера относительно Солнца, то есть внутри шара с центром в центре Юпитера и радиусом около $48 \cdot 10^6$ *км*, пренебречь возмущающим влиянием Солнца, а вне этой сферы действия — влиянием Юпитера.

Пример 3. При расчете полета к Венере советской автоматической межпланетной станции (1961 год) можно получить достаточно хорошее представление об этом полете, если

а) внутри сферы действия Земли, то есть внутри шара, описанного около Земли радиусом $\approx$ 930 000 *км*, пренебречь влиянием Солнца и Венеры (а учитывать только притяжение Земли);

б) после выхода из сферы действия Земли и до входа в сферу действия Венеры пренебречь притяжением и Земли и Венеры и учитывать только влияние Солнца;

в) после входа в сферу действия Венеры, то есть внутри шара, описанного около Венеры радиусом $\approx$ 600 000 *км*, пренебречь гравитационным воздействием Солнца и учитывать только влияние Венеры.

Приближенная методика обычно дает достаточно хорошее представление о траектории точки P, если движение P рассматривается в течение небольшого промежутка времени, происходит в основном вдали от границы сферы действия меньшей звезды и траектория тела P только один-два раза пересекает эту границу. В других случаях результаты, полученные с помощью такой методики, могут оказаться чересчур грубыми или даже просто ошибочными.

Когда точка P движется внутри сферы действия меньшей звезды, мы — в соответствии с приближенной методикой — вовсе пренебрегаем тем влиянием, которое на него оказывает бо́льшая звезда, пренебрегаем тем возмущающим ускорением, которое получает спутник P из-за притяжения к большей звезде. В действительности это ускорение хотя и мало «в глубине» сферы действия, но не равно нулю. После *длительного* воздействия этого ускорения орбита точки P может сильно отклониться от той, которую нам дает приближенная методика. Чем ближе находится малое тело к границе сферы действия меньшей звезды, чем дольше оно движется вблизи этой границы, тем сильнее скажется на его движении возмущающее влияние большей звезды.

Возмущающее влияние большей звезды существенно скажется и в том случае, когда спутник длительное время движется хотя и «глубоко внутри» сферы действия меньшей звезды, но на больших расстояниях от этой звезды (например, на расстояниях того же порядка, что радиус действия меньшей звезды).

Так, например, обстояло дело с советской автоматической межпланетной станцией (АМС), запущенной 4 октября 1959 года в облет Луны. После завершения фотографирования обратной стороны Луны АМС двигалась *внутри* сферы действия Земли относительно Солнца (расстояние АМС от центра Земли не превышало $5 \cdot 10^5$ *км*, а радиус сферы действия Земли относительно Солнца равен примерно $9 \cdot 10^5$ *км*); АМС в то же время двигалась вне сферы действия Луны относительно Земли. Если бы по этим соображениям мы пренебрегли влиянием Солнца и Луны, то получили бы, что орбита спутника должна быть близка к эллипсу, имеющему одним из фокусов центр Земли. Однако такой вывод ложен: в действительности же из-за влияния Солнца и Луны минимальное расстояние АМС от Земли убывало с каждым витком и на 11-м витке (это было в конце марта 1960 года, то есть примерно через полгода после запуска) АМС вошла в плотные слои земной атмосферы и сгорела.

Заметим, что такая судьба АМС была заранее предсказана на основании теоретических расчетов, проведенных с учетом влияния Солнца и Луны.

Приближенная методика может привести к ошибочному выводу и тогда, когда точка P долго движется вне сферы действия меньшей звезды, но вблизи от этой сферы действия. На расстояниях от границы сферы действия того же порядка, что и радиус сферы действия, на траектории точки P еще достаточно сильно будет сказываться влияние меньшей звезды.

Это особенно важно учитывать при посылке космических ракет к другим планетам: небольшое отклонение ракеты от расчетного курса у границы сферы действия Земли может повлечь за собой отклонение от намеченной цели на миллионы километров.

В следующих параграфах мы рассмотрим несколько примеров применения приближенной методики.

§ 3. ЗАДАЧА О ТРЕТЬЕЙ КОСМИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ

Под геоцентрической скоростью точки (или скоростью относительно невращающейся Земли) понимают ее скорость относительно какой-либо системы отсчета с началом в центре Земли и осями координат, имеющими постоянную ориентацию в пространстве, то есть имеющими неизменную ориентацию относительно «неподвижных» звезд.

Получив у поверхности Земли геоцентрическую скорость, равную второй космической скорости *), ракета может преодолеть притяжение Земли, но она не сможет выйти за пределы солнечной системы. Выйдя из сферы действия Земли с малой скоростью относительно Земли, то есть со скоростью около 30 *км/сек* относительно Солнца, она начнет обращаться вокруг Солнца по эллипсу, мало отличающемуся от окружности и весьма близкому к орбите Земли.

Однако можно сообщить ракете настолько большую геоцентрическую скорость у поверхности Земли, чтобы она могла удалиться сколь угодно далеко от Солнца.

Под третьей *космической скоростью* понимают ту минимальную геоцентрическую скорость, которую должна иметь ракета после старта у поверхности Земли для того, чтобы она могла удалиться на любое сколь угодно большое расстояние от Солнца.

При этом мы имеем в виду следующие оговорки:

1) влияние на ракету других тел, кроме Солнца и Земли, можно не учитывать.

2) получив третью космическую скорость, ракета должна уйти в бесконечность «на первом витке», то есть не совершив ни одного полного оборота ни вокруг Земли, ни вокруг Солнца,

3) не учитываются сплюснутость Земли, сопротивление атмосферы, вращение Земли вокруг своей оси.

---

*) См. главу II, § 7.