кеты от расчетного курса у границы сферы действия Земли может повлечь за собой отклонение от намеченной цели на миллионы километров.

В следующих параграфах мы рассмотрим несколько примеров применения приближенной методики.

§ 3. ЗАДАЧА О ТРЕТЬЕЙ КОСМИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ

Под геоцентрической скоростью точки (или скоростью относительно невращающейся Земли) понимают ее скорость относительно какой-либо системы отсчета с началом в центре Земли и осями координат, имеющими постоянную ориентацию в пространстве, то есть имеющими неизменную ориентацию относительно «неподвижных» звезд.

Получив у поверхности Земли геоцентрическую скорость, равную второй космической скорости *), ракета может преодолеть притяжение Земли, но она не сможет выйти за пределы солнечной системы. Выйдя из сферы действия Земли с малой скоростью относительно Земли, то есть со скоростью около 30 *км/сек* относительно Солнца, она начнет обращаться вокруг Солнца по эллипсу, мало отличающемуся от окружности и весьма близкому к орбите Земли.

Однако можно сообщить ракете настолько большую геоцентрическую скорость у поверхности Земли, чтобы она могла удалиться сколь угодно далеко от Солнца.

Под третьей *космической скоростью* понимают ту минимальную геоцентрическую скорость, которую должна иметь ракета после старта у поверхности Земли для того, чтобы она могла удалиться на любое сколь угодно большое расстояние от Солнца.

При этом мы имеем в виду следующие оговорки:

1) влияние на ракету других тел, кроме Солнца и Земли, можно не учитывать.

2) получив третью космическую скорость, ракета должна уйти в бесконечность «на первом витке», то есть не совершив ни одного полного оборота ни вокруг Земли, ни вокруг Солнца,

3) не учитываются сплюснутость Земли, сопротивление атмосферы, вращение Земли вокруг своей оси.

---

*) См. главу II, § 7.

Кроме того, для упрощения рассуждений будем считать, что

1) орбита Земли относительно Солнца является окружностью (в действительности эксцентриситет земной орбиты равен примерно 0,017);

2) всюду внутри сферы действия Земли местная параболическая скорость относительно Солнца такая же, как на самой орбите Земли (в действительности разница может доходить до 0,3% от параболической скорости на орбите Земли).

В соответствии с приближенной методикой мы при решении этой задачи пренебрежем влиянием Солнца внутри

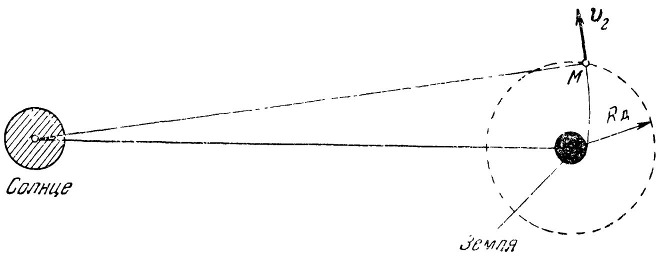

Рис. 6.4.

сферы действия Земли и влиянием Земли вне этой сферы действия. Для того чтобы ракета могла уйти в бесконечность, она при выходе из сферы действия Земли должна иметь относительно Солнца скорость

$$v_2 \geqslant v_{п.с}, \tag{1}$$

где $v_{п.с}$ — местная параболическая скорость относительно Солнца (рис. 6.4).

Пусть ракета получила у поверхности Земли геоцентрическую скорость $\boldsymbol{v}_0$ и подошла к границе сферы действия, имея скорость $\boldsymbol{v}_1$ (геоцентрическую). Пусть $v_0 = |\boldsymbol{v}_0|$, $v_1 = |\boldsymbol{v}_1|$; $r_З$, $K_З$ — радиус и гравитационный параметр Земли, $R_д$ — радиус сферы действия Земли. Из интеграла энергии (2.5.2) следует, что

$$v_1^2 - \frac{2K_З}{R_д} = v_0^2 - \frac{2K_З}{r_З},$$

следовательно,

$$v_0^2 = v_1^2 + \frac{2K_З}{r_З} - \frac{2K_З}{R_Д}. \tag{2}$$

Отсюда видно, что v_0 будет иметь минимальное значение тогда и только тогда, когда v_1 будет иметь минимальное значение.

Так как ракета при выходе из сферы действия Земли имеет скорость $\boldsymbol{v}_1$ относительно Земли, а сама геоцентрическая система отсчета вместе с Землей переносится в пространстве с некоторой скоростью $\boldsymbol{v}_{к.С}$ относительно Солнца ($v_{к.С} \approx 29{,}8$ *км/сек*), то ракета будет иметь *относительно Солнца* скорость

$$\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_{к.С}. \tag{3}$$

Отсюда ясно, что

$$v_2 \leqslant v_1 + v_{к.С}. \tag{4}$$

Вне сферы действия Земли учитываем только влияние Солнца. Для того чтобы ракета могла уйти бесконечно далеко от Солнца, ее скорость v_2 должна быть не меньше местной параболической скорости относительно Солнца $v_{п.С}$:

$$v_2 \geqslant v_{п.С}.$$

Итак, мы должны подобрать вектор скорости $\boldsymbol{v}_1$ так, чтобы величина v_1 имела *минимальное* значение, но вместе с тем выполнялись бы условия (4) и (1).

Этого мы достигнем тогда и только тогда, когда

$$v_1 = v_{п.С} - v_{к.С} \tag{5}$$

и в момент выхода из сферы действия Земли направления векторов $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_{к.С}$ одинаковы.

Из (2) получим

$$v_0^2 = (v_{п.С} - v_{к.С})^2 + \frac{2K_З}{r_З} - \frac{2K_З}{R_Д}.$$

Определяемая отсюда скорость v_0 и будет искомой третьей космической скоростью.

Упростим последнюю формулу. Поскольку

$$v_{п.С} = \sqrt{2}\, v_{к.С},$$

то

$$(v_{\text{п.с}} - v_{\text{к.с}})^2 = (3 - 2\sqrt{2})\, v_{\text{к.с}}^2 \approx 0{,}18 v_{\text{к.с}}^2.$$

Кроме того, $2K_З/r_З$ — это квадрат параболической скорости ракеты в точке у поверхности Земли $v_{\text{п.з}}$; $v_{\text{п.з}} \approx 11{,}2$ *км/сек*,

$$\frac{2K_З}{R_Д} = \frac{2K_З}{r_З}\,\frac{r_З}{R_Д} \approx \frac{1}{140}\, v_{\text{п.з}}^2.$$

Поэтому

$$v_0 \approx \sqrt{(v_{\text{п.с}} - v_{\text{к.с}})^2 + v_{\text{п.з}}^2} \approx \sqrt{0{,}18 \cdot v_{\text{к.с}}^2 + v_{\text{п.з}}^2}, \tag{6}$$

откуда

$$v_0 \approx 16{,}7 \text{ км/сек}.$$

Итак, третья космическая скорость (относительно Земли) составляет примерно 16,7 *км/сек*.

Понятие о третьей космической скорости можно ввести для любой планеты. Для ее вычисления пригодна формула (6), если в ней под $v_{\text{к. с}}$ понимать скорость кругового движения планеты вокруг Солнца, а под $v_{\text{п. з}}$ — параболическую скорость у поверхности планеты.

Задачи

1. Ракета стартует на высоте 230 *км* над Землей с параболической скоростью, направленной параллельно поверхности Земли. Какую скорость будет она иметь при подходе к границе сферы действия Земли? Сколько времени займет этот перелет?

2. Вычислите третью космическую скорость относительно Марса, Меркурия и Нептуна.

3. Солнце имеет в диаметре примерно $1{,}4 \cdot 10^6$ *км*. Какую минимальную начальную скорость (относительно Земли) следует сообщить ракете на высоте 230 *км* над поверхностью Земли параллельно этой поверхности для того, чтобы она могла упасть на Солнце? Притяжение Земли учитывать внутри ее сферы действия и пренебречь им вне этой сферы. Сколько времени будет падать ракета на Солнце?

4. Решите предыдущую задачу в предположении, что Солнце представляет собой материальную точку, но масса Солнца остается прежней.

5. Планируется запуск автоматической межпланетной станции (АМС) к орбите Марса. Отсечка последнего двигателя, разгоняющего станцию, должна произойти на расстоянии 6800 *км* от центра Земли. Величина и направление скорости $\boldsymbol{v}_0$ АМС в этот момент должны быть выбраны таким образом, чтобы АМС после выхода из сферы действия

Земли двигалась по орбите, касающейся орбиты Земли и орбиты Марса. Последние две орбиты для простоты считаются концентрическими окружностями, имеющими радиусы $R_З = 150 \cdot 10^6$ *км*, $R_М = 228 \cdot 10^6$ *км*. Найдите величину скорости v_0, необходимой для такого перелета.

6. Согласно одному из вариантов посылки АМС к Марсу пассивный участок ее траектории должен начаться на расстоянии 6800 *км* от центра Земли (то есть на высоте 530 *км*). Получив в начале пассивного участка геоцентрическую скорость v_0, АМС должна при выходе из сферы действия Земли иметь параболическую скорость относительно Солнца, направленную по касательной к орбите Земли. Какую скорость v_0 должна иметь АМС в момент отсечки последнего двигателя? Через какое время достигнет АМС орбиты Марса? При решении принять те же упрощающие допущения, что и в задаче 5.

§ 4. ПОЛЕТ К ВЕНЕРЕ

1. В этом параграфе мы проиллюстрируем на важном примере применение приближенной методики к расчету траектории полета космического аппарата к другим планетам.

Как известно, запуски межпланетных станций к Венере и Марсу были впервые осуществлены в Советском Союзе. Напомним некоторые опубликованные в печати данные об автоматической межпланетной станции (АМС), запущенной к Венере в 1961 году *). 12 февраля был запущен искусственный спутник Земли. Его орбита была близка к окружности: перигейное и апогейное расстояния были равны соответственно 6601 и 6658 *км*. В тот же день с борта ИСЗ стартовала космическая ракета, несшая АМС. В момент отделения АМС от ракеты скорость АМС превышала местную параболическую скорость на 661 *м/сек*. В 12 часов дня по московскому времени 12 февраля АМС находилась на расстоянии 126 300 *км* от Земли. При выходе из сферы действия Земли (точнее, на расстоянии 10^6 *км* от центра Земли) АМС имела относительно Солнца скорость 27,7 *км/сек*.

Мы здесь произведем расчет для некоторой *гипотетической* автоматической межпланетной станции. Исходные данные подберем таким образом, чтобы расчеты были проще, чем для случая реальной АМС. В то же время эти исходные данные будут подобраны так, чтобы траектория нашей воображаемой АМС была достаточно близка к траектории реальной АМС, запущенной 12 февраля 1961 года.

---

*) См. газету «Правда» за 26 февраля 1961 года.