

## ОГРАНИЧЕННАЯ ЗАДАЧА ТРЕХ ТЕЛ

## § 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В ряде случаев рассмотренная в предыдущей главе приближенная методика может привести к слишком грубым или даже ошибочным выводам потому, что мы *полностью пренебрегаем* в отдельных областях пространства влиянием всех тел кроме одного. Решение же задачи о движении нескольких тел при *полном учете* их взаимного притяжения приводит к слишком громоздким уравнениям.

Однако при решении задач космонавтики и многих задач астрономии можно воспользоваться некоторыми упрощающими обстоятельствами:

а) часто можно ограничиться рассмотрением системы, состоящей только из трех тел (например, Земля — Луна — ракета);

б) масса одного из тел настолько ничтожна по сравнению с массами двух других тел, что можно полностью пренебречь теми ускорениями, которые приобретают два «больших» тела из-за притяжения к «малому» телу (как мы уже раньше заметили, это равносильно тому, что мы пренебрегаем *силами*, с которыми малое тело притягивает к себе большие тела, то есть рассматриваем малое тело как непритягивающее);

в) массу каждого из трех тел можно считать сосредоточенной в его барицентре, так что вместо трех тел можно говорить о трех материальных точках.

При этих предположениях движение двух больших тел не зависит от движения малого тела и мы приходим к рассмотрению следующей задачи.

Считая известным движение двух материальных точек («звезд»)  $(A_1, m_1)$  и  $(A_2, m_2)$  относительно их барицентра, изучить движение третьей материальной точки («спутника»)

( $P, m$ ) при условии, что ее притягивает каждая из двух звезд, но она сама ни одну из этих звезд не притягивает \*).

Эта задача носит название *ограниченной задачи трех тел* («ограниченная» — ибо на массу одного из тел — спутника — наложено ограничение: она предполагается непритягивающей).

Иногда притягивающие материальные точки называют активно гравитирующими, а непритягивающую точку — пассивно гравитирующей.

Ограниченную задачу трех тел впервые рассматривал Л. Эйлер в связи с теорией движения Луны (1772 год).

В прошлом столетии эту задачу изучали немецкий математик К. Г. Якоби, американский астроном Дж. В. Хилл, французский математик А. Пуанкаре, русский математик А. М. Ляпунов и др. Хилл применил эту задачу к построению своей теории движения Луны.

Большое внимание привлекла эта задача в XX веке (работы Т. Леви-Чивиты, Дж. Биркгофа, Н. Д. Моисеева, Г. Н. Дубошина и др.).

Один из наиболее простых вариантов ограниченной задачи трех тел возникает при следующих дополнительных условиях:

а) меньшая звезда движется вокруг большей по окружности;

б) в инерциальном пространстве спутник и обе звезды движутся в одной и той же плоскости.

Этот вариант ограниченной задачи трех тел называется *ограниченной плоской круговой задачей трех тел*. К этой задаче сводится, например, изучение движения космической ракеты под воздействием Земли и Солнца в случае, когда орбита ракеты находится в плоскости эклиптики.

## § 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ОГРАНИЧЕННОЙ КРУГОВОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ

1. Пусть две активно гравитирующие материальные точки ( $A_1, m_1$ ) и ( $A_2, m_2$ ) движутся относительно их барицентра  $S$  по окружностям. Нас интересует движение пассивно гравитирующей материальной точки ( $P, m$ )

---

\*) Термины «звезда» и «спутник» (системы двух притягивающих центров) употребляются здесь условно, исключительно ради краткости.